МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

СРЕДНЕПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ

Ф.Х. Узденова

МАТЕМАТИКА

Практикум для обучающихся 1 курса по специальности 33.02.01 Фармация

Черкесск 2024

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.

Данная работа содержит методические рекомендации к практическим работам и варианты практических работ по дисциплине «Математика» и предназначена для студентов по специальности 33.02.01 Фармация

Практические задания разработаны в соответствии с учебной программой по дисциплине Математика.

Цель разработки: оказание помощи обучающимся в выполнении практических работ по предмету «Математика».

Основная задача обучения математике для среднего профессионального образования заключается в обеспечении прочного и сознательного овладения обучающимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности, достаточных для изучения смежных дисциплин и продолжения образования, а также в профессиональной деятельности, требующей достаточной высокой математической культуры.

Важное значение в подготовке учащихся к профессиональной деятельности имеют практические занятия. Они составляют значительную часть всего объема аудиторных занятий и имеют важнейшее значение для усвоения программного материала.

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а так же для получения практических знаний. Практические задания выполняются учащимися самостоятельно, с применением знаний и умений.

Методические рекомендации могут быть использованы для самостоятельной работы обучающихся.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №1

Повторение школьной алгебры: «Действительные числа»

Цель работы;

Повторить знания уч-ся в теме: «Преобразование числовых и буквенных выражений».

1. Организовать деятельность уч-ся по переводу своих знаний от усвоения отдельных фактов и понятий к их обобщению в целостную систему знаний.

2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. С помощью справочных пособий по алгебре повторить:

а) правила действий над обыкновенными дробями;

б) формулы сокращенного умножения;

в) способы разложения выражения на множители;

г) правило сокращения дробей.

Правила действий над обыкновенными дробями:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}; \qquad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}; \qquad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Формулы сокращенного умножения:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2; \quad a^2 - b^2 = (a+b)(a-b);$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2); \qquad (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

Варианты практической работы

<u>Вариант 1.</u>

1. Вычислите значение выражения:

$$\left(\left(2{,}15 - 1\frac{5}{16}\right) : 33{,}5 + 5\frac{1}{7} \cdot 3{,}85 - 15{,}7\right) \cdot \frac{8}{11} + 2{,}25.$$

2. Упростите выражение:

$$\left(\frac{x+10}{5x+25} - \frac{1}{x+5}\right)\frac{5}{x-5} - \frac{10}{x^2-25}.$$

<u>Вариант 2.</u>

1. Вычислите значение выражения:

$$\left(75 : 4\frac{1}{6} - 3\frac{9}{23} \cdot 3\right)\left(1\frac{5}{18} + 0{,}35 - \frac{11}{15}\right) : 1{,}4.$$

2. Упростите выражение:

$$\frac{y^2}{y^2-1} + \frac{1}{y^2-1} : \left(\frac{2}{2y-y^2} - \frac{1}{2-y}\right).$$

<u>Вариант 3.</u>

1. Вычислите значение выражения:

$$45{,}09 : 1{,}5 - \left(2\frac{1}{3}\cdot 4\frac{1}{2} - 2{,}5\cdot 2\frac{1}{2}\right) : 4\frac{1}{4}.$$

2. Упростите выражение:

$$\frac{2m}{m^2-4} - \frac{2}{m^2-4} : \left(\frac{m+1}{2m-2} - \frac{1}{m-1}\right).$$

<u>Вариант 4.</u>

1. Вычислите значение выражения:

$$\left(3\frac{1}{3}\cdot 6{,}6 + 2 : 12{,}75\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{20}{51} + 1\frac{16}{17}\right) : 2{,}5.$$

2. Упростите выражение:

$$\frac{3a}{a^2-9} - \frac{3}{a^2-9} : \left(\frac{a+2}{3a-3} - \frac{1}{a-1}\right).$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2

Повторение школьной алгебры: «Действительные числа»

Цель работы:

1. Содействовать отработке и усвоению навыка вычислений действительных чисел.

2. Развивать вычислительные навыки, логическое мышление.

3. Способствовать воспитанию целеустремленности, работоспособности, внимательности.

Оборудование: инструкционно-технологические карты, справочные пособия по алгебре, микрокалькуляторы.

1. Орг. момент.

2. Проверка дом. задания.

1. Записать в виде десятичной дроби:

2) $\frac{8}{11}$; 4) $-\frac{3}{4}$; 6) $\frac{13}{99}$.

2. Выполнить действия и записать результат в виде десятичной дроби:

2) $\frac{8}{13}+\frac{2}{3}$; 4) $\frac{1}{6}+0{,}33$; 6) $\frac{7}{9}\cdot 1{,}7$.

3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:

а) 1,(55); б) -0,(8).

5. Вычислить:

$$0{,}364 : \frac{7}{25} + \frac{5}{16} : 0{,}125 + 2\frac{1}{2}\cdot 0{,}8.$$

3. Работа по вариантам.

I вариант

1) Упростите выражение.

А) $3(x+y)^2 - 6\text{xy}$

б) $\frac{2a+2b}{b} \cdot \left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b}\right)$

2) Решите уравнение.

А) $3(0{,}5x - 4) + 8{,}5x = 18$

б) $4x^2 + 4x + 1 = 0$

в) $\frac{x-1}{2} = \frac{4+2x}{3}$

3) Решите систему неравенств.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} \geq 0 \\ 1 - 3x \leq 2x - 1 \\ 3 - x < 0 \end{cases}$$

4)Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} 8x + 3y = -21 \\ 4x + 5y = -7 \end{cases}$$

5) Выполнить действия:

$0{,}4 \cdot 2\frac{1}{2} \cdot (4{,}2 - 1\frac{3}{40}) - 4\frac{1}{8} + 1\frac{5}{6}$

II вариант

1) Упростите выражение.

А) $4ab + 2(a-b)^2$

б) $\left(\frac{1}{m-n} - \frac{1}{m+n}\right) : \frac{2}{3m-3n}$

2) Решите уравнение.

А)$5(2 + 1{,}5\text{x}) - 0{,}5x = 24$

б) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

в) $\frac{3x-2}{5} = \frac{2+x}{3}$

3) Решите систему неравенств.

А) $\begin{cases} \frac{x}{2} \leq 0 \\ 2 - x > 0 \\ 2 - x \geq 2x + 1 \end{cases}$

4) Решите систему уравнений.

А) $\begin{cases} 4x - 6y = 26 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}$

5) Выполнить действия:$(7\frac{2}{3} + 6{,}5 \cdot \frac{4}{13}) : (8{,}75 \cdot \frac{2}{5} - 4\frac{1}{2})$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Тема. Понятие комплексных чисел.
(Действия над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде.)

Цель: закрепить ранее изученный материал по теме «Понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде»;

Студент должен знать:

– формулы вычисления над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде.

Студент должен уметь:

– выполнять действия над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде.

Теоретическое обоснование

Комплексным числом называется выражение $a+bi$, где a и b – действительные числа, а I – некоторый символ.

Суммой комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$z_1 + z_2 = (a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i$$

Разностью комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$z_1 - z_2 = (a+bi)-(c+di) = (a-c)+(b-d)i$$

Произведением комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$z_1 \cdot z_2 = (a+bi)\cdot(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$$

Частным комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a+bi)}{(c+di)}\cdot\frac{(c-di)}{(c-di)} = \frac{ac+cbi-adi-bd(i)^2}{c^2-(di)^2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{cb-ad}{c^2+d^2}i$$

Модулем комплексного числа $z = a+bi$ называется число

$$|z| = |a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$$

Аргумент φ комплексного числа $z = a+bi$ записывается так:

$$\varphi = \arg z = \arg(a+bi)$$

Значения аргумента комплексного числа можно находить так:

1) определить, в какой четверти находится точка $z = a+bi$ (использовать геометрическую интерпретацию числа $z = a+bi$);

2) найти в этой четверти угол φ:

$$tg\varphi = \frac{b}{a};$$

3) найти все значения аргумента числа z по формуле

$$\arg z = \varphi + 2\pi k, \quad k \in Z$$

Пример № 1. Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа $z = 1 + i$

Решение:

Здесь $a = 1,\ b = 1$ (точка, изображающая данное число, лежит в I четверти);

$$r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}; \qquad tg\varphi = \frac{b}{a} = \frac{1}{1} = 1; \qquad \varphi = \frac{\pi}{4} = 45^*$$

Пример № 2. Выполнить действия $z_1 = 4 + 2i$; $z_2 = 1 - 5i$

Решение:

1) $z_1 + z_2 = (4 + 2i) + (1 - 5i) = (4 + 1) + (2i - 5i) = 5 - 3i$;

2) $z_1 - z_2 = (4 + 2i) - (1 - 5i) = (4 - 1) + (2i + 5i) = 3 + 7i$;

3) $z_1 \cdot z_2 = (4 + 2i) \cdot (1 - 5i) = 4 \cdot 1 + 1 \cdot 2i - 4 \cdot 5i - 2i \cdot 5i = 4 + 2i - 20i - 10(i)^2 =$
$= 4 + 10 - 18i = 14 - 18i$;

4) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{(4 + 2i)}{(1 - 5i)} \cdot \frac{(1 + 5i)}{(1 + 5i)} = \frac{(4 \cdot 1) + (1 \cdot 2i) + (4 \cdot 5i) + (2i \cdot 5i)}{(1 - 5i) \cdot (1 + 5i)} = \frac{4 + 2i + 20i + 10(i)^2}{1^2 - (5i)^2} =$
$= \frac{4 - 10 + 22i}{1 + 25} = -\frac{6}{26} + \frac{22}{26}i = -\frac{3}{13} + \frac{11}{13}i$

Ход работы

В - 1	№ 1	№ 31
В – 2	№ 2	№ 32
В – 3	№ 3	№ 33
В – 4	№ 4	№ 34
В – 5	№ 5	№ 35
В – 6	№ 6	№ 36
В – 7	№ 7	№ 37
В – 8	№ 8	№ 38
В – 9	№ 9	№ 39
В - 10	№ 10	№ 40
В - 11	№ 11	№ 41
В - 12	№ 12	№ 42
В - 13	№ 13	№ 43
В - 14	№ 14	№ 44

В - 15	№ 15	№ 45
В - 16	№ 16	№ 46
В - 17	№ 17	№ 47
В - 18	№ 18	№ 48
В - 19	№ 19	№ 49
В - 20	№ 20	№ 50
В – 21	№ 21	№ 51
В – 22	№ 22	№ 52
В – 23	№ 23	№ 53
В – 24	№ 24	№ 54
В – 25	№ 25	№ 55
В – 26	№ 26	№ 56
В – 27	№ 27	№ 57
В – 28	№ 28	№ 58
В – 29	№ 29	№ 59
В – 30	№ 30	№ 60

Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа:

1. $z=-5i$
2. $z=2+i$
3. $z=2-2i$
4. $z=4i$
5. $z=2-3i$
6. $z=2+3i$
7. $z=-3-4i$
8. $z=0{,}2+0{,}1i$
9. $z=0{,}8-1{,}1i$
10. $z=3+4i$
11. $z=3-4i$
12. $z=10-5i$
13. $z=5-4i$
14. $z=3+2i$
15. $z=1+i$
16. $z=4+5i$
17. $z=-3-8i$
18. $z=7+4i$
19. $z=-6+2i$
20. $z=6-2i$
21. $z=5+6i$
22. $z=7+i$
23. $z=-2+8i$
24. $z=2-9i$
25. $z=8i$
26. $z=5+4i$
27. $z=-7+i$
28. $z=6-5i$
29. $z=15-3i$
30. $z=-5-8i$

Выполнить действия:

31. $z=-5i$ и $z=-5-8i$

32. $z=2+i$ и $z=15-3i$

33. $z=2-2i$ и $z=6-5i$

34. $z=4i$ и $z=-7+i$

35. $z=2-3i$ и $z=5+6i$

36. $z=2+3i$ и $z=5+4i$

37. $z=-3-4i$ и $z=0{,}2+0{,}1i$

38. $z=0{,}2+0{,}1i$ и $z=0{,}8-1{,}1i$

39. $z=0{,}8-1{,}1i$ и $z=10-5i$

40. $z=0{,}8-1{,}1i$ и $z=4i$

41. $z=10-5i$ и $z=2+i$

42. $z=5-4i$ и $z=3+2i$

43. $z=1+i$ и $z=-5i$

44. $z=-3-8i$ и $z=8i$

45. $z=5+6i$ и $z=3-4i$

46. $z=5+6i$ и $z=-5i+5$

47. $z=-8-2i$ и $z=4+5i$

48. $z=2i-3$ и $z=2+3i$

49. $z=1+2i$ и $z=2-9i$

50. $z=3-4i$ и $z=2-9i$

51. $z=10-5i$ и $z=7+4i$

52. $z=5+4i$ и $z=-3-8i$

53. $z=7+i$ и $z=-5-8i$

54. $z=-2+8i$ и $z=-3-8i$

55. $z=2-9i$ и $z=6-2i$

56. $z=5+4i$ и $z=7+i$

57. $z=-7+i$ и $z=10-5i$

58. $z=6-5i$ и $z=15-3i$

59. $z=15-3i$ и $z=-3-4i$

60. $z=-5-8i$ и $z=-3-8i$

Контрольные вопросы

1. Что такое модуль комплексного числа?
2. Как найти аргумент комплексного числа?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Тема. Действия с действительными и комплексными числами. (Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме).

Цель: развивать логическое мышление, пространственное воображение; исследовать элементарные действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

Студент должен знать:

– формулы вычисления над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме

Студент должен уметь:

– выполнять действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.

Теоретическое обоснование

Комплексным числом называется выражение $a+bi$, где a и b – действительные числа, а I – некоторый символ.

Модулем комплексного числа $z=a+bi$ называется число

$$|z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$$

Аргумент φ комплексного числа $z=a+bi$ записывается так:

$$\varphi=\arg z=\arg(a+bi)$$

Значения аргумента комплексного числа можно находить так:

1) определить, в какой четверти находится точка $z = a + bi$ (использовать геометрическую интерпретацию числа $z = a + bi$);

2) найти в этой четверти угол φ: $tg\varphi = \frac{b}{a}$;

3) найти все значения аргумента числа z по формуле

$$\arg z = \varphi + 2\pi k, \quad k \in Z$$

Общий вид комплексного числа в тригонометрическом виде

$$z = a + bi = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$$

Рассмотрим действия комплексных чисел в тригонометрическом виде:

1) *Произведением* комплексных чисел $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$ и $z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$ находится по формуле

$$z_1 \cdot z_2 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)\cdot r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2) = r_1 r_2[\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$$

2) *Частным* комплексных чисел $z_1 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1)$ и $z_2 = r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)$ находится по формуле

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_2)}{r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2)}\cdot\frac{(c - di)}{(c - di)} = \frac{r_1}{r_2}[\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2)]$$

3) Для возведения комплексного числа в степень используется *формула Муавра*:

$$[r(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi), \; n \in Z$$

4) Для извлечения корня *n-й* степени из комплексного числа используется формула

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r(\cos\varphi + i\sin\varphi)} = \sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i\sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n}\right),$$

где $k = 0, \; 1, \; 2, \; ..., \; n - 1$

<u>Пример № 1.</u> Представить в тригонометрической форме число $z = -2 + 2\sqrt{3}i$

Решение:

Здесь $a = -2, \; b = 2\sqrt{3}$, $r = 4$. Точка, изображающая данное число, лежит во II четверти;

$$tg\varphi = \frac{b}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{(-2)} = -\sqrt{3}; \qquad \varphi = \frac{2\pi}{3}.$$

Значит, $-2 + 2\sqrt{3}i = 4\left[\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right]$,или

$$-2 + 2\sqrt{3}i = 4\left[\cos\left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right)\right], \text{ где } \quad k \in Z$$

<u>Пример № 2.</u> Представить в алгебраической форме число $z = 2(\cos 2\pi + i\sin 2\pi)$.

Решение:

Подставив значения $\cos 2\pi = 1$, $\sin 2\pi = 0$ в данное равенство, получим $z = 2(1 + i\cdot 0) = 2$

Пример № 3. Найти произведение

$$z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right], \quad z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right]$$

Решение:

$$z_1 \cdot z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right] \cdot$$

$$3\left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right] = 2 \cdot 3\left[\cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12}\right)\right] =$$

$$= 6\left[\cos\left(\frac{\pi}{}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right] = 6\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + i\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right] = 3\sqrt{2} + 3i\sqrt{2}$$

Пример № 4. Выполнить деление

$$z_1 = 10\left[\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right] \quad \text{и} \quad z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$$

Решение:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{10}{2}\left[\cos\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right)\right] = 5\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] = 5(0 + i) = 5i$$

Пример № 5. Возвести в степень $z^6 = \left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]^6$

Решение:

$$z^6 = \left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]^6 = \cos\left[6 \cdot \left(\frac{\pi}{6}\right)\right] + i\sin\left[6 \cdot \left(\frac{\pi}{6}\right)\right] = \cos\pi + i\sin\rho = -1 + i \cdot 0 = -1$$

Пример № 6. Извлечь корень из числа $\sqrt[3]{1}$

Решение:

Представим число 1 в тригонометрической форме: $1 = \cos 0 + i\sin 0$. По формуле извлечем корень из числа $\sqrt[3]{1}$:

$$\sqrt[3]{1} = \sqrt[3]{\cos 0 + i\sin 0} = \cos\frac{0 + 2\pi k}{3} + i\sin\frac{0 + 2\pi k}{3} = \cos\left(\frac{2\pi k}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi k}{3}\right),$$

где $k = 0, \quad 1, \quad 2$;

если $k = 0$, то $z_0 = \cos 0 + i\sin 0 = 1$;

если $k = 1$, то $z_1 = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} + i\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

если $k = 2$, то $z_2 = \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} - i\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Ход работы

В - 1	№ 1	№ 31
В – 2	№ 2	№ 32
В – 3	№ 3	№ 33
В – 4	№ 4	№ 34
В – 5	№ 5	№ 35

В – 6	№ 6	№ 36
В – 7	№ 7	№ 37
В – 8	№ 8	№ 38
В – 9	№ 9	№ 39
В - 10	№ 10	№ 40
В - 11	№ 11	№ 41
В - 12	№ 12	№ 42
В - 13	№ 13	№ 43
В - 14	№ 14	№ 44
В - 15	№ 15	№ 45

В - 16	№ 16	№ 46
В - 17	№ 17	№ 47
В - 18	№ 18	№ 48
В - 19	№ 19	№ 49
В - 20	№ 20	№ 50
В – 21	№ 21	№ 51
В – 22	№ 22	№ 52
В – 23	№ 23	№ 53
В – 24	№ 24	№ 54
В – 25	№ 25	№ 55
В – 26	№ 26	№ 56
В – 27	№ 27	№ 57
В – 28	№ 28	№ 58
В – 29	№ 29	№ 59
В – 30	№ 30	№ 60

Представить в тригонометрической форме:

1. $z=-5i$
2. $z=2+i$
3. $z=2-2i$
4. $z=4i$
5. $z=2-3i$
6. $z=2+3i$
7. $z=-3-4i$
8. $z=0{,}2+0{,}1i$
9. $z=0{,}8-1{,}1i$
10. $z=3+4i$
11. $z=3-4i$
12. $z=10-5i$
13. $z=5-4i$
14. $z=3+2i$
15. $z=1+i$
16. $z=4+5i$
17. $z=-3-8i$
18. $z=7+4i$
19. $z=-6+2i$
20. $z=6-2i$
21. $z=5+6i$
22. $z=7+i$
23. $z=-2+8i$
24. $z=2-9i$
25. $z=8i$
26. $z=5+4i$
27. $z=-7+i$
28. $z=6-5i$
29. $z=15-3i$
30. $z=-5-8i$

Выполнить действия умножения и деления:

31. $z=-5i$ и $z=-5-8i$
32. $z=2+i$ и $z=15-3i$
33. $z=2-2i$ и $z=6-5i$
34. $z=4i$ и $z=-7+i$
35. $z=2-3i$ и $z=5+6i$
36. $z=2+3i$ и $z=5+4i$
37. $z=-3-4i$ и $z=0{,}2+0{,}1i$
38. $z=0{,}2+0{,}1i$ и $z=0{,}8-1{,}1i$
39. $z=0{,}8-1{,}1i$ и $z=10-5i$
40. $z=0{,}8-1{,}1i$ и $z=4i$
41. $z=10-5i$ и $z=2+i$
46. $z=5+6i$ и $z=-5i+5$
47. $z=-8-2i$ и $z=4+5i$
48. $z=2i-3$ и $z=2+3i$
49. $z=1+2i$ и $z=2-9i$
50. $z=3-4i$ и $z=2-9i$
51. $z=10-5i$ и $z=7+4i$
52. $z=5+4i$ и $z=-3-8i$
53. $z=7+i$ и $z=-5-8i$
54. $z=-2+8i$ и $z=-3-8i$
55. $z=2-9i$ и $z=6-2i$
56. $z=5+4i$ и $z=7+i$

42. $z = 5 - 4i$ и $z = 3 + 2i$
43. $z = 1 + i$ и $z = -5i$
44. $z = -3 - 8i$ и $z = 8i$
45. $z = 5 + 6i$ и $z = 3 - 4i$
57. $z = -7 + i$ и $z = 10 - 5i$
58. $z = 6 - 5i$ и $z = 15 - 3i$
59. $z = 15 - 3i$ и $z = -3 - 4i$
60. $z = -5 - 8i$ и $z = -3 - 8i$

Контрольные вопросы

1. Что такое модуль комплексного числа?

2. Где используется *формула Муавра*?

3. Как преобразовать комплексное число из тригонометрического вида в алгебраический вид.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5

Тема: Степени с действительными показателями и их свойства.

Цель: Повторить определение степени с рациональным показателем и свойства степени с рациональным показателем

Задачи:

1. Обобщить и систематизировать знания по теме «Степени и их свойства»

2. Продолжить отрабатывать:

а) вычислительные навыки;

б) умение устанавливать причинно-следственную связь, получая решение в общем виде;

в) рефлексивное умение оценивать полученные результаты решения и их достоверность;

г) рефлексивные навыки самоконтроля в режиме самостоятельной работы.

3. Развивать:

а) логическое мышление.

б) зрительную, слуховую и моторную память.

4. Способствовать развитию у обучающихся грамотной математической речи, мышления (умения обобщать и систематизировать, строить аналогии).

5. Воспитывать ответственность.

1. Актуализация целей урока.

Цель нашего урока - повторить определение и свойства степени с рациональным показателем, применение свойств при решении упражнений.

Вспомним теорию.

1) Определение. Арифметическим корнем n-й степени ($n \in N$, $n \geq 2$) из неотрицательного числа a называется такое неотрицательное число, n – я степень которого равна a.

$$\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a, \quad n \in N$$
$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |\ a\ |, \quad n \in N$$
$$\sqrt[nk]{a^{mn}} = \sqrt[k]{a^{m}}, \quad при \quad a \geq 0$$
2) Определение. Степень с рациональным показателем
$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad где \quad m \in Z, n \in N, a > 0;$$
Если
$$\frac{m}{n} > 0, \quad то \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad при \quad a \geq 0.$$
3) Свойства степени с рациональным показателем:

При a > 0, b > 0, p и q - рациональные числа:

а) $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$

б) $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$

в) $(a^p)^q = a^{pq}$

г) $(ab)^p = a^p \cdot b^p$

д) $(\frac{a}{b})^p = \frac{a^p}{b^p}$

4. Тренировочные упражнения.

1) Базовый уровень.

№1.Найдите значение выражения.
$$\sqrt[5]{6-2\sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{6+2\sqrt{17}}$$
Ответ. -2.

№2. Упростите выражение.
$$\frac{c \cdot c^{-\frac{1}{5}}}{\sqrt[5]{c^4}}$$
Ответ. 1.

№3.Найдите значение выражения.
$$\left(\frac{0,5a^{\frac{1}{4}}}{(2-a)^{\frac{3}{4}}} + \frac{(2-a)^{\frac{1}{4}} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2}\right) : (2a-a^2)^{-\frac{3}{4}} = 1$$
$$1) \frac{2 \cdot 0,5a^{\frac{1}{4}} + (2-a)^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{1}{4}} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2 \cdot (2-a)^{\frac{3}{4}}} = \frac{1}{a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}};$$
$$2) \frac{1 \cdot a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}} = 1$$
Ответ. 1

№4.Упростить выражение
$$125^{\frac{1}{2}} + 8^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} - 5 \cdot 49^{\frac{1}{2}}$$

Ответ. $7\sqrt{5}-35$.

№5. Решите уравнения.

а) $x^{1\backslash 3}=4$

б) $y^{1\backslash 3}=25$

в) $(x+6)^{1\backslash 2}=3$

5. Задания для самостоятельной работы с последующей проверкой.

Вычислить:

Вариант 1.

1.Вычислить: а) $27^{-\frac{2}{3}}$ б) $5(\sqrt{27}-\sqrt{3}):\frac{2}{\sqrt{3}}$

2. Упростить выражение: а)$(x^{3/8})^{-5/6}$ б) $x^{\frac{1}{2}} * x^{\frac{3}{4}}$

3. Решить уравнение: $x^{\frac{1}{3}}= 3$

Вариант 2.

1. Вычислить: а) $8^{\frac{2}{3}}-3\left(\frac{1}{49}\right)^{\frac{1}{2}}$ б) $\frac{b\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^4}}$

2. Упростить выражение:

а) $x^{\frac{1}{2}} * x^{\frac{3}{4}}$ б) $x^{-\frac{1}{3}} : x^{\frac{3}{4}}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

«Логарифмы, их виды и свойства»

Цель работы:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Преобразование выражений, содержащих степени и логарифмы».

2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Дайте определение логарифма числа.

б) Запишите основное логарифмическое тождество.

в) Перечислите основные свойства логарифмов.

Методические рекомендации.

<u>Опр.</u> Логарифмом числа b по основанию a, где $a > 0$, $a \neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число а, чтобы получить число b.

Примеры

1. $\log_5 25 = 2$, *т.к.* $5^2 = 25$
2. $\log_3 3 = 1$, *т.к.* $3^1 = 3$

Определение логарифма можно записать так $a^{\log_a b} = b$. Его называют основным логарифмическим тождеством.

При преобразовании и вычислении значений логарифмических выражений применяют свойства логарифмов.

<u>Свойства</u>

1. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
2. $\log_a \left(\dfrac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$
3. $\log_a b^r = r \cdot \log_a b$
4. $\log_{a^p} b = \dfrac{1}{p} \cdot \log_a b$

Формула перехода к другому основанию: $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

<u>Опр.</u>

Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут $lg\, b$ вместо $log_{10} b$

$log_{10} b = lg\, b$

<u>Опр.</u>

Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию e, где e – иррациональное число, приближённо равное 2,7. При этом пишут $ln\, b$ вместо $log_e b$, т.е. $log_e b = ln\, b$

Действие нахождения логарифма числа называется <u>*логарифмированием.*</u>

Действие, обратное логарифмированию называется <u>*потенцированием.*</u>

Примеры

1) $\log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 36 = 2$;
2) $\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} 12 = 1$;
3) $\log_3 3^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7} \log_3 3 = \frac{1}{7}$.

Задача Вычислить $\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2} \log_5 12 + \log_5 50$.

▶ Применяя формулы (1) — (3), находим

$\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2} \log_5 12 + \log_5 50 = \log_5 \dfrac{\sqrt{3} \cdot 50}{\sqrt{12}} =$

$= \log_5 25 = 2$. ◁

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ №6

Вариант 1.

1. Найдите: а) $log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{32}$; б) $log_{49}7$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $3^{2+log_3 2}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 2 выражение $16b^7\cdot\sqrt[5]{c}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_3 x = 2log_3 7 + \frac{2}{3}log_3 27 - \frac{3}{2}log_3 16$.

Вариант 2.

1. Найдите: а) $log_5\frac{1}{25}$; б) $log_{64}8$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $2^{1+log_2 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\frac{c^4}{\sqrt[3]{100b^4}}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_2 x = 2log_2 5 - \frac{1}{3}log_2 8 + log_2 0{,}2$.

Вариант 3.

1. Найдите: а) $lg10000$; б) $log_8 1$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $\left(\frac{1}{3}\right)^{2+log_3 2}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 3 выражение $\frac{27\sqrt{b}}{c^4}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_5 x = log_5 1{,}5 + \frac{1}{3}log_5 8$.

Вариант 4.

1. Найдите: а) $log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{27}$; б) $lg\,0{,}01$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $\sqrt{2}^{2+log_4 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 0,7 выражение $\frac{0{,}49b^3}{c^5\cdot\sqrt{c}}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $lg\,x = 1 + 2lg3 - \frac{2}{3}lg125$.

Вариант 5.

1. Найдите: а) $log_3\frac{1}{81}$; б) $log_4\sqrt{2}$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $3^{2+log_3 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 5 выражение $25b^3\cdot\sqrt[4]{c^7}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_4 x = 2log_4 10 + \frac{3}{4}log_4 81 - \frac{2}{3}log_4 125$.

Вариант 6.

1. Найдите: а) $log_5 \frac{1}{5}$; б) $log_2 16\sqrt{2}$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $\left(\frac{1}{2}\right)^{1+log_2 3}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 0,2 выражение $\frac{0{,}0016b^4}{c\cdot\sqrt[7]{c^2}}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_{\frac{1}{3}} x = \frac{1}{2} log_{\frac{1}{3}} 16 - log_{\frac{1}{3}} 8 + log_{\frac{1}{3}} 28$.

Вариант 7.

1. Найдите: а) $log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3}$; б) $lg\, 0{,}1$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $5^{-1+log_5 2}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\frac{0{,}001\sqrt[3]{c^2}}{b^3}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_4 x = \frac{1}{2} log_4 7 + log_4 32 - \frac{1}{2} log_4 28$.

Вариант 8.

1. Найдите: а) $log_{0,2} 25$; б) $lg\, 0{,}001$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $0{,}2^{1+log_{0,2} 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\sqrt{10}b^5c^{-\frac{1}{3}}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_3 x = log_3 12 - \frac{1}{2} log_3 32 + \frac{1}{2} log_3 6$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7

«Преобразование алгебраических выражений.»

Цель работы:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Преобразование алгебраических выражений».

2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить условие заданий для практической работы.

2. Оформить отчет о работе.

1. Найдите значение выражения $\dfrac{(11a)^2-11a}{11a^2-a}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(11a)^2-11a}{11a^2-a}=\frac{11a(11a-1)}{a(11a-1)}=11.$$

Ответ: 11.

2. Найдите значение выражения $\dfrac{(5a^2)^3\cdot(6b)^2}{(30a^3b)^2}$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{(5a^2)^3\cdot(6b)^2}{(30a^3b)^2}=\frac{5^3a^6\cdot 6^2b^2}{30^2a^6b^2}=\frac{5^3\cdot 6^2}{5^2\cdot 6^2}=5.$$

Ответ: 5.

3. Найдите значение выражения $\dfrac{9x^2-4}{3x+2}-3x$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{9x^2-4}{3x+2}-3x=\frac{(3x-2)(3x+2)}{3x+2}-3x=-2.$$

Ответ: –2.

4. Найдите значение выражения $(4a^2-9)\cdot\left(\dfrac{1}{2a-3}-\dfrac{1}{2a+3}\right)$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$(4a^2-9)\cdot\left(\frac{1}{2a-3}-\frac{1}{2a+3}\right)=\frac{(2a-3)(2a+3)(2a+3-2a+3)}{(2a-3)(2a+3)}=6.$$

Ответ: 6.

5. Найдите $\dfrac{p(b)}{p(\frac{1}{b})}$, если $p(b)=\left(b+\dfrac{3}{b}\right)\left(3b+\dfrac{1}{b}\right)$ при $b\neq 0$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$p\left(\frac{1}{b}\right)=\left(\frac{1}{b}+3b\right)\left(\frac{3}{b}+b\right)=p(b),$$

поэтому

$$\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}=1.$$

Ответ: 1.

6. Найдите $p(x)+p(6-x)$, если $p(x)=\dfrac{x(6-x)}{x-3}$ при $x\neq 3$.

Решение.

Выполним преобразования:

$$p(x)+p(6-x)=\frac{x(6-x)}{x-3}+\frac{(6-x)(x)}{3-x}=0.$$

Ответ: 0.

7. Найдите $\dfrac{a}{b}$, если $\dfrac{2a+5b}{5a+2b}=1.$

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{2a+5b}{5a+2b}=1\Leftrightarrow 2a+5b=5a+2b\Leftrightarrow 3a=3b\Leftrightarrow \frac{a}{b}=1.$$

Ответ: 1.

8. Найдите $61a-11b+50$, если $\dfrac{2a-7b+5}{7a-2b+5}=9.$

Решение.

Выполним преобразования:

$$\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5}=9\Rightarrow 2a-7b+5=63a-18b+45\Rightarrow 61a-11b+40=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 61a-11b+50=10.$$

Ответ: 10.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

1 ВАРИАНТ.

1. Найдите $\dfrac{a+9b+16}{a+3b+8}$, если $\dfrac{a}{b}=3.$

2. Найдите значение выражения $(4x^2+y^2-(2x-y)^2):(2xy).$

3. Найдите значение выражения $\dfrac{(3x+2y)^2-9x^2-4y^2}{6xy}.$

4. Найдите значение выражения $\dfrac{(4x-3y)^2-(4x+3y)^2}{4xy}.$

5. Найдите значение выражения $(2x-5)(2x+5)-4x^2.$

2 ВАРИАНТ

1. Найдите значение выражения $\dfrac{9axy-(-7xya)}{4yax}.$

2. Найдите значение выражения $3p(a)-6a+7$, если $p(a)=2a-3.$

3. Найдите значение выражения $2x+y+6z$, если $4x+y=5$, а $12z+y=7$.
4. Найдите значение выражения $q(b-2)-q(b+2)$, если $q(b)=3b$.
5. Найдите значение выражения $5(p(2x)-2p(x+5))$, если $p(x)=x-10$.

3 ВАРИАНТ.
1. Найдите $p(x-7)+p(13-x)$, если $p(x)=2x+1$.
2. Найдите $2p(x-7)-p(2x)$, если $p(x)=x-3$.
3. Найдите значение выражения $(7x-13)(7x+13)-49x^2+6x+22$ при $x=80$.
4. Найдите значение выражения $a\left(36a^2-25\right)\left(\dfrac{1}{6a+5}-\dfrac{1}{6a-5}\right)$ при $a=36{,}7$.
5. Найдите значение выражения $\left(9b^2-49\right)\left(\dfrac{1}{3b-7}-\dfrac{1}{3b+7}\right)+b-13$ при $b=345$.
ОТВЕТЫ:
1. Найдите $\dfrac{a+9b+16}{a+3b+8}$, если $\dfrac{a}{b}=3$.
Решение.
Из условия $\dfrac{a}{b}=3$ находим, что $a=3b$, и подставляем в дробь:

$$\frac{a+9b+16}{a+3b+8}=\frac{3b+9b+16}{3b+3b+8}=\frac{12b+16}{6b+8}=\frac{4(3b+4)}{2(3b+4)}=2.$$

Ответ: 2.

2. Найдите значение выражения $(4x^2+y^2-(2x-y)^2):(2xy)$.
Решение.
Выполним преобразования:

$$\frac{4x^2+y^2-(2x-y)^2}{2xy}=\frac{4x^2+y^2-4x^2+4xy-y^2}{2xy}=\frac{4xy}{2xy}=2.$$

Ответ: 2.

3. Найдите значение выражения $\dfrac{(3x+2y)^2-9x^2-4y^2}{6xy}$.
Решение.
Выполним преобразования:
Ответ: 2.

4. Найдите значение выражения $\dfrac{(4x-3y)^2-(4x+3y)^2}{4xy}$.
Решение.

Выполним преобразования:
$$\frac{(4x-3y)^2-(4x+3y)^2}{4xy}=\frac{(4x-3y-4x-3y)(4x-3y+4x+3y)}{4xy}=\frac{-6y\cdot 8x}{4xy}=-12.$$
Ответ: −12.

5. Найдите значение выражения $(2x-5)(2x+5)-4x^2$.
Решение.
Выполним преобразования:
$(2x-5)(2x+5)-4x^2=4x^2-25-4x^2=-25.$
Ответ: −25.

1. Найдите значение выражения $\dfrac{9axy-(-7xya)}{4yax}$.
Решение.
Выполним преобразования:
$$\frac{9axy-(-7xya)}{4yax}=\frac{16axy}{4xya}=4.$$
Ответ: 4.

2. Найдите значение выражения $3p(a)-6a+7$, если $p(a)=2a-3$.
Решение.
Выполним преобразования:

$3p(a)-6a+7=6a-9-6a+7=-2.$

Ответ: −2.
3. Найдите значение выражения $2x+y+6z$, если $4x+y=5$, а $12z+y=7$.
Решение.
Выполним преобразования:

$$4x+y+12z+y=5+7\Leftrightarrow 4x+2y+12z=12\Leftrightarrow 2x+y+6z=\frac{1}{2}\cdot 12=6.$$

Ответ: 6.

4. Найдите значение выражения $q(b-2)-q(b+2)$, если $q(b)=3b$.
Решение.
Выполним преобразования:

$q(b-2)-q(b+2)=3(b-2)-3(b+2)=-12.$

Ответ: −12.

5. Найдите значение выражения $5(p(2x)-2p(x+5))$, если $p(x)=x-10$.
Решение.
Выполним преобразования:

$5(p(2x)-2p(x+5))=5(2x-10-2(x+5-10))=0.$

Ответ: 0.

1. Найдите $p(x-7)+p(13-x)$, если $p(x)=2x+1$.
Решение.
Подставляя аргументы в формулу, задающую функцию, получаем:

$$p(x-7)+p(13-x)=2(x-7)+1+2(13-x)+1=14.$$

Ответ: 14.

2. Найдите $2p(x-7)-p(2x)$, если $p(x)=x-3$.
Решение.
Поскольку $p(x)=x-3$ имеем: $p(x-7)=x-7-3=x-10, p(2x)=2x-3,.$
Тогда

$$2p(x-7)-p(2x)=2(x-10)-(2x-3)=-17.$$

Ответ: −17.

3. Найдите значение
выражения $(7x-13)(7x+13)-49x^2+6x+22$ при $x=80.$
Решение.
Используем формулу разности квадратов:

$$(7x-13)(7x+13)-49x^2+6x+22=49x^2-169-49x^2+6x+22=6x-147=480-147=333.$$

Ответ: 333.

4. Найдите значение
выражения $a\left(36a^2-25\right)\left(\frac{1}{6a+5}-\frac{1}{6a-5}\right)$ при $a=36{,}7.$
Решение.
Выполним действия в скобках:

$$\frac{1}{6a+5}-\frac{1}{6a-5}=\frac{6a-5-(6a+5)}{(6a+5)(6a-5)}=-\frac{10}{36a^2-25}.$$

Тогда

$$a\left(36a^2-25\right)\left(\frac{1}{6a+5}-\frac{1}{6a-5}\right)=a\left(36a^2-25\right)\frac{-10}{36a^2-25}=-10a=-367.$$

Ответ: −367.

5. Найдите значение
выражения $\left(9b^2-49\right)\left(\frac{1}{3b-7}-\frac{1}{3b+7}\right)+b-13$ при $b=345.$

Решение.
Выполним преобразования:

$$(9b^2-49)\left(\frac{1}{3b-7}-\frac{1}{3b+7}\right)+b-13=(3b-7)(3b+7)\frac{3b+7-(3b-7)}{(3b-7)(3b+7)}+b-13=14+b-13=b+1=346.$$

Ответ: 346.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 8.

«ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ, ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ, СТЕПЕННЫХ, ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ»

ЗАДАЧИ:

Образовательная: повторить определение логарифма числа, основное логарифмическое тождество, преобразование рациональных, иррациональных, степенных, показательных выражений

Развивающая: развивать логическое математическое мышление, навыки самоконтроля;

Воспитательная: уважать мнение отвечающих, выслушивать и соглашаться с замечаниями, если они справедливы; корректно выражать свою точку зрения.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Оформить отчет о работе.

1. Фронтальный опрос (мозговой штурм). Актуализация знаний.

1. Сформулируйте определение логарифма и вычислите следующие логарифмы: $\log_3 \frac{1}{81}$

$\log_3 27$ $\qquad$ $\log_7 7$ $\qquad$ $\log_3 1$ $\qquad$ $\lg 10$

$\lg 0{,}001$ $\qquad$ $\lg \frac{1}{1000}$

2. Назовите основное логарифмическое тождество и вычислите:

$2^{\log_2 5}$; $\qquad$ $3^{2\log_3 4}$; $\qquad$ $5^{2+\log_5 3}$ $\qquad$ $2^{\log_2 6-3}$

3. Сформулируйте основные свойства логарифмов и вычислите

$\log_6 18+\log_6 2$ $\qquad$ $\log_3 18-\log_3 2$ $\qquad$ $\lg 4+\lg 25$ $\qquad$ $\log_5 5^3$

$\log_5 \sqrt[3]{2}$

2. Напомним известные свойства арифметических корней n -ой степени.

Для любого натурального n*, целого* k *и любых неотрицательных целых чисел* a *и* b *справедливы равенства:*

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0)$

3. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad (k > 0)$

4. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k} \quad (k > 0)$

5. $\sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k \quad (\textit{если } k \leq 0, \textit{ то } a \neq 0)$.

Примеры.

1.1) $3^{1-2\sqrt{3}} \cdot 9^{1+\sqrt{3}} = \frac{3}{3^{2\sqrt{3}}} \cdot 9 \cdot 9^{\sqrt{3}} = \frac{3}{3^{2\sqrt{3}}} \cdot 3^2 \cdot 3^{2\sqrt{3}} = 3^3 = 27$;

1.2) $\left(3^{\sqrt[5]{8}}\right)^{\sqrt[5]{4}} = 3^{\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4}} = 3^{\sqrt[5]{8 \cdot 4}} = 3^{\sqrt[5]{32}} = 3^{\sqrt[5]{2^5}} = 3^2 = 9$;

3. Основные свойства степеней.

При любых действительных значениях x и y справедливы равенства

$$a^x a^y = a^{x+y}; \ \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y};$$

$$(ab)^x = a^x b^x; \ \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x};$$

$$\left(a^x\right)^y = a^{xy}.$$

Эти формулы называют *основными свойствами степеней.*

Варианты практической работы.

1 вариант	2 вариант
1) Вычислить: $9^{3/2} + 27^{2/3} - (1/16)^{-3/4}$. 1) 208; 2) 28; 3) 124; 4) -36. 2) Найти значение выражения $\dfrac{x-y}{x^{1/2}+y^{1/2}} - \dfrac{y^{1/2}-y}{y^{1/2}}$, если x = 9, y = 49. 1) 3,5; 2) 2; 3) -3; 4) -12. 3) Вычислить: $\log_{10}8 + \log_{10}125$. 1) 3; 2) 4; 3) 2; 4) 5. 4) Найдите значение выражения $\log_5(25a^3)$, если $\log_5 a = 7$. 5) Найдите значение выражения $2\log_2 3 + \log_2 1/3$. 1) $\log_2 3$; 2) $2\log_2 3$; 3) 0; 4) -2. 6) Упростите выражение: $3^{\log 21/4 + \log 35}$. 1) -45; 2) 5/9; 3)1/25; 4) -10.	1) Вычислить: $(72^{2/3})^{1/2} \cdot 36^{1/6} : 2^{4/3}$. 1) 3,6; 2) 12; 3) 3; 4) 24. 2) Найти значение выражения $\dfrac{x-y}{x^{1/2}+y^{1/2}} - \dfrac{x^{1/2}+x}{x^{1/2}}$, если x = 9, y = 49. 1) -7; 2) -2; 3) -8; 4) -13. 3) Вычислить: $\log_{12}2 + \log_{12}72$. 1) 3; 2) 4; 3) 2; 4) 5. 4) Найдите значение выражения $\log_3(81/b)$, если $\log_3 b = -2{,}5$. 1) 6,5; 2) 1,5; 3) -10; 4) 78,5. 5) Найдите значение выражения $\log_2 10 - 2\log_2 5 + \log_2 40$. 1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 4. 6) Упростите выражение: $9^{\log_9 2 + \log_5 1/25}$. 1) 0,25; 2) 2/81; 3) -4; 4) 4.
3 вариант	**4 вариант**
1) Вычислить: $(27^{2/5} \cdot 2^{1/5} \cdot 2)^{5/6}$. 1) 6; 2) 108; 3) 54; 4) 30. 2) Найти значение выражения: $\dfrac{x-y}{x^{1/2}-y^{1/2}} + \dfrac{y^{1/2}-y}{y^{1/2}}$, если x = 16, y = 25. 1) 5; 2) -5; 3) -16; 4) -15. 3) Вычислить: $\log_5 75 - \log_5 3$. 1) -3; 2) 4; 3) 2; 4) -5. 4) Найдите значение выражения $\log_3(9b)$, если $\log_3 b = 5$. 1) 25; 2) 10; 3) -8; 4) 7. 5)Найдите значение выражения: $2\log_5 75 + \log_5 1/625$. 1) 1; 2) $2\log_5 3$; 3) $1/\log_3 5$; 4) 0. 6) Упростите выражение: $2^{\log 27} \cdot \log_3 1/9$. 1) -3,5; 2) 14; 3) -14; 4) 3,5.	1)Вычислить: $24^{1/3} \cdot 6^{2/3} \cdot (0{,}5)^{2/3}$. 1) 24; 2) 30; 3) 1; 4) 6. 2) Найти значение выражения : $\dfrac{x-y}{x^{1/2}-y^{1/2}} - \dfrac{x^{1/2}+x}{x^{1/2}}$, если x = 16, y = 25. 1) 12; 2) 16; 3) -6; 4) 4. 3) Вычислить: $\log_{1/3}54 - \log_{1/3}2$. 1) -3; 2) 4; 3) -2; 4) 5. 4) Найдите значение выражения lg2a + lg5b, если lg (ab) = 3. 1) 1,5; 2) 6; 3) 3; 4) 4. 5) Найдите значение выражения $\log_{1/3}54 - 1/3\log_{1/3}8 + \log_{1/3}81$. 1) 1; 2) -1; 3) -7; 4) 4. 6) Упростите выражение: $6^{\log_6 15}\log_5 0{,}2$ 1) -15; 2) -3; 3) 3; 4) 15.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9.

Контрольная работа по теме «Степени, корни, логарифмы».

Вариант 1	Вариант 2

№ 1 Вычислите:

Вариант 1

а) $\dfrac{5^4 \cdot 64^{-3}}{8^{-7} \cdot 25^3}$;

б) $\log_2 18 + \log_2 6 - \log_2 27$;

в) $5^{\log_5 6} \cdot \log_2 16$;

Вариант 2

а) $\dfrac{16^{12} \cdot 10^{-7}}{10^{-5} \cdot 8^{17}}$;

б) $\log_6 18 + \log_6 3 - \log_6 9$;

в) $\log_5 125 \cdot 12^{\log_{12} 5}$;

№ 2 Сравните выражения:

Вариант 1

а) $\left(\dfrac{7}{6}\right)^{13}$ и $\left(\dfrac{6}{7}\right)^{13}$;

б) $\log_2 7 + \log_2 5$ и $2\log_2 6$.

Вариант 2

а) $\left(\dfrac{25}{13}\right)^4$ и $\left(\dfrac{13}{25}\right)^4$;

б) $2\lg 0{,}7$ и $\lg 7 + \lg 0{,}7$.

№ 3 Сократите дробь:

Вариант 1

а) $\dfrac{16 - b^2}{b^2 - b - 12}$;

б) $\dfrac{x - y}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}$.

Вариант 2

а) $\dfrac{2y^2 + 7y + 3}{y^2 - 9}$;

б) $\dfrac{b^{\frac{1}{2}} - 5}{b - 25}$.

№ 4 Упростите выражение:

Вариант 1

а) $\dfrac{4}{b^2 - 4} + \dfrac{4b}{4 - 4b + b^2} \cdot \left(\dfrac{2}{2b + b^2} - \dfrac{b}{4 + 2b}\right)$;

б) $(3\log_7 2 - \log_7 24) \div (\log_7 3 + \log_7 9)$;

Вариант 2

а) $\dfrac{3a + b}{a + b} + \dfrac{a^2 - 2ab + b^2}{a} \cdot \left(\dfrac{a}{(a - b)^2} + \dfrac{a}{b^2 - a^2}\right)$;

б) $(3\lg 2 + \lg 0{,}25) \div (\lg 14 - \lg 7)$;

№ 5 Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби:

Вариант 1

$\dfrac{7 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$

Вариант 2

$\dfrac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{10} - 3}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10.

«Элементы комбинаторики»

Вариант 1

№ 1. Вычислите: A_7^3; P_5; C_{16}^4; $\dfrac{12! - 7!}{5!}$.

№ 2. Сколькими способами можно составить четырёхцветные ленты из семи лент различных цветов?

№ 3. Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг?

Вариант 2

№ 1. Вычислите: A_{13}^7; P_8; C_{21}^6; $\dfrac{15! - 9!}{6!}$.

№ 2. Сколькими способами можно выбрать четырех лиц на четыре различные должности из девяти кандидатов?

№ 3. Сколькими способами можно выбрать три из шести открыток?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №11.

Векторы и действия над ними.

Задачи: – обобщение у учащихся знаний о векторах в координатах и выявления уровня усвоения навыков выполнения действий над векторами в пространстве;

– совершенствовать у учащихся умения и навыки выполнения действий над векторами;

– развивать у учащихся навыки самостоятельного выполнения заданий

– воспитывать у учащихся сознательное отношение к изучению данной темы

Порядок выполнения работы.

1. Актуализация опорных знаний.

Давайте вначале вспомним основные определения, а в этом поможет следующее задание «Угадай вопрос». Вам предоставляются вопросы и отдельно возможные на них ответы. Вам необходимо найти ответ на соответствующий вопрос. Затем обобщить полученный материал и изобразить информацию в виде кластера на тему «Вектор».

Вопросы: 1) Числа, которые определяют положение точки, называются …? (*Координатами*).

2) Величина, которая задается своей длиной и направлением, называется …? (*Вектором*).

3) Вектора, которые лежат на одной прямой или на параллельных прямых, называются …? (*Коллинеарными*).

4) Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется …? (*такой вектор $\vec{c}$, который в сумме с вектором $\vec{b}$ дает вектор $\vec{a}$*).

5) Чтобы найти координаты вектора нужно …? (*из координат конца вектора вычесть координаты начала*).

6) При умножении векторов на число …? (*все координаты вектора умножаются на это число*).

7) При сложении векторов …? (*их соответствующие координаты складываются*).

8) Формула нахождения длины вектора $|\overrightarrow{AB}|$?

($|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$).

9) Формула нахождения координат вектора $\overrightarrow{AB}$?

($\overrightarrow{AB}\{x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1\}$).

10) Формула нахождения координаты середины вектора $\overrightarrow{\boldsymbol{AB}}$?
$(\boldsymbol{x} = \frac{x_1+x_2}{2};\ \boldsymbol{y} = \frac{y_1+y_2}{2};\ \boldsymbol{z} = \frac{z_1+z_2}{2})$.

Тестовое задание

1. Найдите сумму векторов: $\vec{a}(4; 2; -4)$ и $\vec{b}(6; -4; 10)$.
A) (2; -6; 6); B) (2; -6;14); C) (10; -2; 6); D) (2; -2; 6); E) (10; -2; -14)

2. Умножьте вектор $\vec{a}(4; 2; -1)$ на –3:
A) (-12; -6; -3); B) (12; -6; -3); C) (-12; 6; 3); D) (-12; -6; 3); E) (-12; 6; -3).

3. Найдите разность векторов: $\vec{a}(6; -2; 2)$ и $\vec{b}(4; -7; 5)$.
A) (-2; 5; -3); B) (2; -5; 3); C) (-2; -5; 3); D) (2; 5; 7); E) (2; 5; -3).

4. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(2; -5; 3)$ и $B(5; 1;\ -2)$.
A) (3; -6; 5); B) (3; 6;-5); C) (-3; 6; -5); D) (7; -4; 1); E) (-3; 6; 5).

5. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(-1; -1; 1)$ и $B(-3; 1;\ 0)$.
A) 4; B) 9; C) 5; D) 3; E) $\sqrt{3}$.
После выполнения тестовых заданий, учащимся необходимо обменяться тестовыми заданиями и произвести взаимопроверку (за каждый правильный ответ – один балл).
3. Для совершенствования и закрепления умений и навыков решения заданий на действия с векторами нужно выполнить задачи
Дано: $A(2; 1; 4)$,
$B(3; 0; -1)$,
$C(1; -2; 0)$.
Найти: $2 \cdot \overrightarrow{AB} + 3 \cdot \overrightarrow{BC}$

Решение

1) Находим координаты вектора $\overrightarrow{AB}$: $\{3-2; 0-1; -1-4\}$
$\overrightarrow{AB}\{1; -1; -5\}$;
2) Затем находим координаты вектора $2 \cdot \overrightarrow{AB}$: $\{2 \cdot 1; 2 \cdot (-1); 2 \cdot (-5)\}$
$2 \cdot \overrightarrow{AB}\{2; -2; -10\}$
3) Теперь находим аналогично координаты вектора $3 \cdot \overrightarrow{BC}$: $\{3 \cdot (-2); 3 \cdot (-2); 3 \cdot 1\}$
$3 \cdot \overrightarrow{BC}\{-6; -6; 3\}$
4) Теперь находим сумму данных векторов, складывая соответствующие координаты: $2 \cdot \overrightarrow{AB} + 3 \cdot \overrightarrow{BC} = \{2 + (-6);\ -2 + (-6);\ -10 + 3\}$
$2 \cdot \overrightarrow{AB} + 3 \cdot \overrightarrow{BC} = \{-4;\ -8;\ -7\}$.
Ответ: $\{-4;\ -8;\ -7\}$.

4. Учащиеся решают по одной задаче по вариантам, после выполнения решения, учащиеся обмениваются тетрадями и производят проверку правильности выполнения задачи, комментируя правильность решения в случае неверного решения (после выполнения данного задания каждый учащийся выставляет баллы от 1 до 5 тому учащемуся, которого проверял).

Дано: $\vec{a}(2; 0; -3)$,

$\vec{b}(5; -1; 2)$.

Найти: 1) $|3\vec{a} - \vec{b}|$ - 1 вариант; 2) $|2\vec{a} + 3\vec{b}|$ - 2 вариант.

Решение

<u>Первый случай</u>

1) *Находим координаты вектора* $3\vec{a}$: $\{3 \cdot 2; 3 \cdot 0; 3 \cdot (-3)\}$

$3\vec{a}: \{6; 0; -9\}$;

2) *Затем находим разность векторов* $3\vec{a} - \vec{b}: \{6 - 5; 0 - (-1); -9 - 2\}$

$3\vec{a} - \vec{b}: \{1; 1; -11\}$;

3) *Теперь находим длину вектора* $|3\vec{a} - \vec{b}|$: $\sqrt{\mathbf{1^2 + 1^2 + (-11)^2}} = \sqrt{\mathbf{1 + 1 + 121}} = \sqrt{\mathbf{123}}$.

$|3\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\mathbf{123}}$.

<u>Второй случай</u>

1) *Находим координаты вектора* $2\vec{a}$: $\{2 \cdot 2; 2 \cdot 0; 2 \cdot (-3)\}$

$2\vec{a}: \{4; 0; -6\}$;

2) *Находим координаты вектора* $3\vec{b}$: $\{3 \cdot 5; 3 \cdot (-1); 3 \cdot 2\}$

$3\vec{b}: \{15; -3; 6\}$;

3) *Затем находим сумму векторов* $2\vec{a} + 3\vec{b}: \{4 + 15; 0 + (-3); -6 + 6\}$

$2\vec{a} + 3\vec{b}: \{19; -3; 0\}$;

4) *Теперь находим длину вектора* $|2\vec{a} + 3\vec{b}|$: $\sqrt{\mathbf{19^2 + (-3)^2 + 0^2}} = \sqrt{\mathbf{361 + 9 + 0}}$

$= \sqrt{\mathbf{370}}$.

$|2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{\mathbf{370}}$.

Ответ: 1) $|3\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{\mathbf{123}}$; **2**) $|2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{\mathbf{370}}$.

4) *5.* С учетом познавательных и когнитивных способностей необходимо учащимся раздать разноуровневые задания на применение навыков и умений действий над векторами (работа в тетрадях).

Вариант 1

1. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, если $A(2; -3; 4)$, $B(1; -2; 2)$.
2. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(-1; 3; -3)$ и $\overrightarrow{BC}(4; -5; 1)$. Найдите координаты и длину вектора $\overrightarrow{AC}$.

Вариант 2

1. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(-1;3;-3)$ и $\overrightarrow{BC}(4;-5;1)$. Найдите координаты и длину вектора $\overrightarrow{AC}$.
2. Даны векторы $\vec{a}(3;1;-2)$, $\vec{b}(4;-1;-3)$. Найдите координаты вектора $2\vec{a}+\vec{b}$.
3. Найдите длину вектора $\vec{a}-3\vec{b}$, если $\vec{a}(2;1;-5)$, $\vec{b}(-3;0;1)$.

Вариант 3

1. Даны векторы $\vec{a}(3;1;-2)$, $\vec{b}(4;-1;-3)$. Найдите координаты вектора $3\vec{a}+2\vec{b}$.
2. Найдите длину вектора $3\vec{a}+2\vec{b}$, если $\vec{a}(2;1;-5)$, $\vec{b}(-3;0;1)$.
3. Из точки A построен вектор $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$. Найдите координаты точки B, если: $A(3;1;-2), \vec{a}(1;-3;1)$.
4. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(2;3;2)$ и $\overrightarrow{BC}(4;-1;1)$. Найдите координаты и длину вектора $\overrightarrow{AC}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №12.

«Решение задач на действия с векторами».

Задачи:

– Обобщение и систематизация знаний теоретического материала по данной теме, совершенствование навыков решения задач. Проверка умения применять полученные знания при решении практических задач;.

– Воспитание чувства товарищества, ответственности, сотрудничества, воспитание внутренней мотивации.

Порядок выполнения работы.

1. Актуализация опорных знаний.

1.Даны 2 точки А (-2;1;-1) и В (3;-3;1). Выразить через орты вектор АВ и вычислить его длину.

2. Вычислить координаты вектора с=а-в, если дано разложение вектора а и в по ортам: a=i-2j+k,

b = -2i+2k.

3. Даны точки А (-2;1;-1) и В (3;-3;1). Вычислите расстояние от начала координат до середины отрезка АВ.

4. Выразить через орты вектор с=а-в, если известно разложение векторов а и в: a = i-2j+2k, в=2i-2j-k.

5. Вычислить длину вектора m=2a+в, если известно разложение вектора а и в: a = i-j+k, в=2i+2j-k.

2. Варианты работы.

1 1. Даны две точки: $A(-3;\ 1;\ -1)$ и $B(2;\ -4;\ 1)$. Выразить через орты вектор $\overrightarrow{AB}$ и вычислить его длину.

2. Вычислить координаты вектора $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, если дано разложение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ по ортам: $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{k}$.

3. Даны точки $A(1;\ 2;\ -1)$ и $B(-2;\ 1;\ 1)$. Вычислить расстояние от начала координат до середины отрезка $[AB]$.

2 1. Даны координаты точек $A(0;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 4;\ 3)$, $C(-2;\ 1;\ 0)$ и $D(-1;\ 0;\ 3)$. Вычислить координаты вектора $\vec{m} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD}$.

2. Выразить через орты вектор $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, если известно разложение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$: $\vec{a} = \frac{3}{2}\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$.

3. Вычислить длину вектора $\vec{m} = 2\vec{a} + \vec{b}$, если известно разложение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$: $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №13.

Контрольная работа по теме «Векторы».

1 вариант

№ 1. Дано: $\vec{a}$ (2, 0, -1) и $\vec{b} = 5\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Найти модуль вектора $2\vec{a} + \vec{b}$.

№ 2. При каких значениях α и β вектор $\vec{d} = 2\vec{i} - \alpha\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарен вектору $\vec{a} = 2\vec{i} + 8\vec{j} - \beta\vec{k}$?

№ 3. Дано: $\vec{m} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$; $\vec{n} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$. Найти скалярное произведение $(\vec{m} + \vec{n}) \cdot (2\vec{m} - \vec{n})$.

№ 4. При каком значении α вектор $\vec{a}$ (3; -5; 0) перпендикулярен вектору $\vec{b}$ (2; α; 1)?

№ 5. Найти $Cos(\widehat{2\vec{a},\vec{b}})$, если $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$; $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$.

№ 6. В Δ ABC даны координаты вершин A (-1; 2; 3), B (2; -1; 0) и C (-4; 2; -3). Вычислите периметр треугольника.

2 вариант

№ 1. Дано: $\vec{\tilde{n}} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{d} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Найти модуль вектора $3\vec{c} + \vec{d}$.

№ 2. При каких значениях *m* и *n* вектор $\vec{c} = m\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ коллинеарен вектору $\vec{d} = 2\vec{i} + n\vec{j} - 4\vec{k}$?

№ 3. Дано: $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$; $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j}$. Найти скалярное произведение $2\vec{a} \cdot (\vec{a} - 2\vec{b})$.

№ 4. При каком значении m вектор $\vec{c}$ (- 5;m; 0) перпендикулярен вектору $\vec{b}$ (4; -2; 1)?

№ 5. Найти $Cos(\widehat{\vec{m},2\vec{n}})$, если $\vec{m} = 3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$; $\vec{n} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$.

№ 6. Дан четырехугольник с вершинами в точках A (1; 1; 4), B (2; 3; -1), C (-2; 2; 0) и D (3; 0; 5). Является ли данный четырехугольник параллелограммом?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №14

«Синус, косинус, тангенс и котангенс числа»

Цель работы:

Закрепить и систематизировать знания по теме.

Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

Порядок выполнения работы:

Ответить на контрольные вопросы:

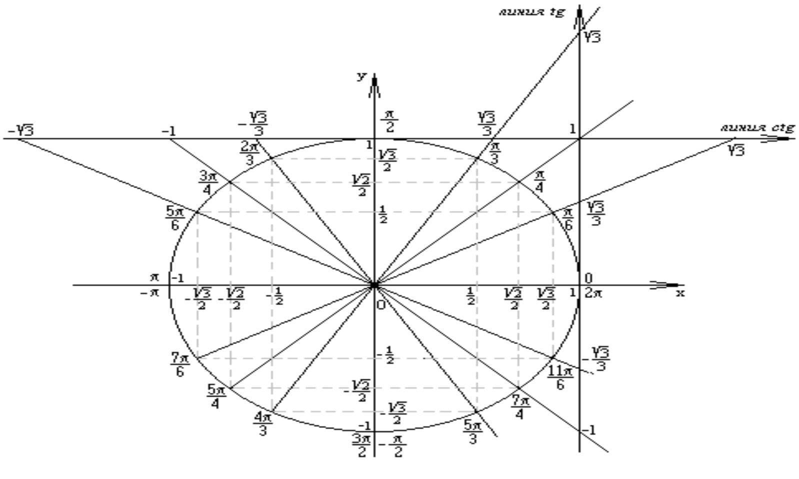
а) Что такое угол в 1 радиан?

б) Дайте определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла α.

в) Как зависят знаки $sin\alpha,\ cos\alpha,\ tg\alpha,\ ctg\alpha$ от того, в какой координатной четверти расположена точка P_α? Назовите эти знаки.

Опорный чертеж

На рисунке совмещены декартова система координат и окружность единичного радиуса. Окружность «эквивалентна» понятию координатной



прямой (начало отсчета – точка пересечения окружности с положительной частью оси Ox, положительное направление – против часовой стрелки, единичный отрезок выражен через число π). На окружности отмечены точки, полученные при повороте радиуса окружности, совпадающего с положительной частью оси Ox, на различные углы α. Абсциссы этих точек □ $cos\,\alpha$, ординаты □ $sin\,\alpha$. Дополнительно проведены две касательные к окружности (линии тангенса и котангенса).

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: 18^0, -250^0 ; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{15}$, $-\frac{\pi}{3}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\,\alpha$ и $cos\,\alpha$, если α равно $\frac{\pi}{3}$.

3. Определите знак: $sin\left(-212^0\right)$ и $ctg\,\frac{7\pi}{9}$.

4. Вычислите: а) $2cos\frac{3\pi}{2}-\frac{1}{2}tg\,\pi+sin\frac{\pi}{2}$; б) $\dfrac{sin\,4\pi-sin\frac{5\pi}{2}+cos\,3\pi}{cos\,8\pi}$.

Вариант 2.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: $-360^0;\ 225^0$; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{18};\ \frac{3\pi}{2}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\,\alpha$ и $cos\,\alpha$, если α равно $-\frac{\pi}{4}$.

3. Определите знак: $cos\,305^0$ и $tg\left(-\frac{6\pi}{5}\right)$.

4. Вычислите: а) $2\,sin\frac{\pi}{6}-\sqrt{3}ctg\,\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}cos\,2\pi$; б) $\dfrac{tg\,8\pi-ctg\,\frac{7\pi}{2}+sin\,3\pi}{1+tg\,\frac{5\pi}{4}+ctg\,\frac{\pi}{4}}$.

Вариант 3.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: $-10^0;\ 240^0$; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{9};\ 3\pi$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\,\alpha$ и $cos\,\alpha$, если α равно $\frac{5\pi}{2}$.

3. Определите знак: $cos\left(-105^0\right)$ и $ctg\,\frac{11\pi}{9}$;

4.Вычислите: а) $\left(sin\frac{\pi}{2}\right)^{cos\pi}+(cos\,2\pi)^{sin\,1,5\pi}$; б) $cos\,420^0+sin\,720^0-tg\,405^0$.

Вариант 4.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере $-60^0, 135^0$; б) в градусной мере $\frac{\pi}{4}, -\frac{11\pi}{6}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $-\frac{\pi}{6}$.

3. Определите знак: $sin(-324^0)$ и $tg\frac{9\pi}{4}$.

4. Вычислите: а) $sin\frac{\pi}{6}-4cos\frac{\pi}{3}+2tg\frac{\pi}{4}$; б) $cos(-3\pi)+sin\left(-\frac{13\pi}{2}\right)-ctg\left(-\frac{7\pi}{2}\right)-tg\left(-\frac{21\pi}{4}\right)$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №15

«Преобразование тригонометрических выражений»

Цель работы:

1. Корректировать умение применять тригонометрические формулы при преобразовании тригонометрических выражений.
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

Оборудование: инструкционно-технологические карты; таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов; таблицы формул тригонометрии; микрокалькуляторы.

Порядок выполнения работы:

Тема: «*Основные тригонометрические формулы*»

1. Основное тригонометрическое тождество $sin^2\alpha+...=...$ выполняется при любых значениях α.

2. Упростите выражения: а) $1-cos^2\alpha$; б) $(1-sin\alpha)(1+sin\alpha)$.

3. Следствием из основного тригонометрического тождества является формула, выражающая $sin\alpha$ через $cos\alpha$: $sin\alpha=...$.

4. Найдите значение тригонометрической функции $cos\alpha$, если известно, что $sin\alpha=\frac{3}{5}$, $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$.

5. Тангенсом угла α называется отношение **...** угла α к его **...**: $tg\alpha=...$.

6. Из определения тангенса и котангенса следует: $tg\alpha ctg\alpha = ...$.

7. Соотношение между тангенсом и косинусом одного и того же угла $1 + tg^2\alpha = ...$, когда $cos\alpha...$.

8. Формула $tg\alpha = \dfrac{sin\alpha}{cos\alpha}$ не имеет смысла при $\alpha = ...$.

9. Преобразуйте выражения: а) $tg\alpha cos\alpha$; б) $\dfrac{sin\alpha}{tg\alpha}$; в) $sin^2\beta - sin^2\beta cos^2\beta$.

10. Упростите: а) $\dfrac{cos\alpha}{1+sin\alpha} + \dfrac{1+sin\alpha}{cos\alpha}$; б) $\dfrac{1+tg^4\alpha}{tg^2\alpha + ctg^2\alpha}$.

11. Докажите тождество: $\dfrac{ctg\alpha}{tg\alpha + ctg\alpha} = cos^2\alpha$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

№	ВАРИАНТ 1	№	ВАРИАНТ 2
1	Вычислить значение выражения $12\cdot cos\alpha - 4{,}5$. если $sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ при $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$	1	Вычислить значение выражения $3{,}5\cdot sin\alpha - 1{,}5$, если $cos\alpha = \frac{4\sqrt{3}}{7}$ при $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
2	Вычислить значение выражения $3cos^2\alpha - 6 + 3sin^2\alpha$ при $cos\alpha = -0.3$.	2	Вычислить значение выражения $5sin^2\alpha + 0{,}61 + 5cos^2\alpha$ при $sin\alpha = -0.4$.
3	Вычислить значение выражения $2cos^2\alpha + 1$ при $tg\alpha = \frac{1}{3}$.	3	Вычислить значение выражения $26cos^2\alpha - 1$ при $tg\alpha = \frac{1}{5}$.
4	.Упростите: $cos^2\alpha\cdot tg^2\alpha : (1 - cos^2\alpha)$.	4	Упростите: $sin^2\alpha\cdot ctg^2\alpha : (1 - sin^2\alpha)$
5	Упростите: $(2 + cos\alpha)\cdot(2 - cos\alpha) +$ $+(2 - sin\alpha)\cdot(2 + sin\alpha)$.	5	Упростите: $(3 + cos\alpha)\cdot(3 - cos\alpha) +$ $+(3 - sin\alpha)\cdot(3 + sin\alpha)$.
6	Упростите: $\frac{cos\,t - 1}{sin\,t}\cdot\frac{cos\,t + 1}{sin\,t}$.	6	Упростите: $\frac{sin\,t - 1}{cos\,t}\cdot\frac{sin\,t + 1}{cos\,t}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 16

Формулы приведения.

Цель работы:

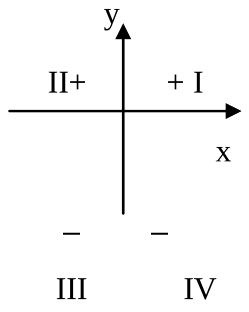
1. Корректировать умение применять тригонометрические формулы при преобразовании тригонометрических выражений.
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

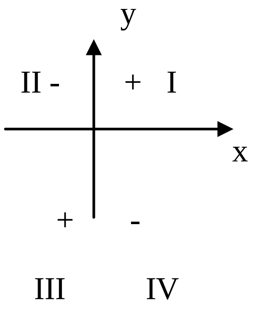
Оборудование: инструкционно-технологические карты; таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов; таблицы формул тригонометрии; микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Под руководством преподавателя выполнить упражнения тренировочного раздела.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

1. Знаки тригонометрических функций:





знаки синуса знаки тангенса

2. Четность и нечетность тригонометрических функций:

$sin(-\alpha)=...;$ $cos(-\alpha)=...;$ $tg(-\alpha)=....$

Вывод: четной функцией является **....**

3. Найдите значения выражений: а) $sin(-30^0)$; б) $cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; в) $tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

4. Тригонометрические функции углов вида $\frac{\pi}{2}\pm\alpha,\ \pi\pm\alpha,\ \frac{3\pi}{2}\pm\alpha,\ 2\pi\pm\alpha$ могут быть выражены через функции угла α с помощью формул приведения: $sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...;$

$cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...;$ $tg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...;$ $ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...;$ $sin(180^0+\alpha)=...;$

$cos(180^0+\alpha)=...;$ $tg(180^0+\alpha)=...;$ $ctg(180^0+\alpha)=...;$ $sin(360^0-\alpha)=...;$

$cos(360^0-\alpha)=...;$ $tg(360^0-\alpha)=...;$ $ctg(360^0-\alpha)=...;$ $sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...;$

$cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...;$ $tg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...;$ $ctg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=....$

5. Вычислите: а) $sin\,240^0$; б) $tg\,300^0$; в) $sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)tg\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$;

г) $sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)cos\left(\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)tg\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$; д) $tg\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$.

ВАРИАНТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Вариант 1.

1. Вычислить с помощью формулы приведения:

a) $tg\ 405^{\circ}$;

b) $\sin\frac{7\pi}{4}$.

2. Найти значение выражения:

$$\cos 630^{\circ} - \sin 1470^{\circ} - ctg\ 1125^{\circ}.$$

3. Упростить выражение:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\beta\right)\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}{tg(\pi-\beta)}$$

Вариант 2.

1. Вычислить с помощью формулы приведения:

a) $\sin 240^{\circ}$;

b) $\cos\frac{15\pi}{4}$.

2. Найти значение выражения:

$$\operatorname{tg} 1800^{\circ} - \sin 495^{\circ} + \cos 945^{\circ} .$$

3. Упростить выражение:

$$\frac{\sin(\pi+\beta)-\cos(\pi+\beta)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\beta\right)}$$

Вариант 3.

1. Вычислить с помощью формулы приведения:

a) $tg\ 1215^{\circ}$;

$b)$ $\sin\frac{11\pi}{3}$.

2. Найти значение выражения:

$$3\cos 3660^{\circ} + \sin(-1560^{\circ}) + \cos(-450)^{\circ} .$$

3. Упростить выражение:

$$\frac{\operatorname{ctg}(2\pi+\beta)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\beta\right)}\cdot\frac{\cos(\pi+\beta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}$$

Вариант 4.

1. Вычислить с помощью формулы приведения:

b) $cos\ 420^{\circ}$;

$b)$ $\sin\frac{8\pi}{3}$.

2. Найти значение выражения:

$$\cos 4455^{\circ} - \cos(-945^{\circ}) + tg\ 1035^{\circ} - ctg(-1500^{\circ}) .$$

3. Упростить выражение:

$$\frac{\operatorname{tg}(2\pi+\beta)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}\cdot\ \operatorname{ctg}(\pi+\beta)\ \sin(\pi-\beta)$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17.

Тема: Преобразование простейших тригонометрических выражений.

Цель работы: использование тригонометрических формул для преобразования тригонометрических выражений.

Методические рекомендации

Пример 1 Доказать тождество: $\cos^2\alpha = (1-\sin\alpha)\cdot(1+\sin\alpha)$

Доказательство: $(1-\sin\alpha)\cdot(1+\sin\alpha) = 1-\sin^2\alpha = \cos^2\alpha$ – правая часть

$$\cos^2\alpha = \cos^2\alpha$$

Пример 2 Доказать тождество: $\dfrac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} = \dfrac{1+\sin\varepsilon}{\cos\alpha}$

Доказательство: $\dfrac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha} - \dfrac{1+\sin\varepsilon}{\cos\alpha} = \dfrac{\cos^2\alpha - (1-\sin^2\alpha)}{\cos\alpha(1-\sin\alpha\ )} = \dfrac{\cos^2\alpha - \cos^2\alpha}{\cos\alpha(1-\sin\alpha\ )} = 0$

Варианты работ.

1 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $(\sin\alpha - \cos\alpha)^2 = 1-\sin 2\alpha$

Задание 2. Упростить выражение: а) $\sin(\alpha-\beta) - \sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\sin(-\beta)$; б) $\sin 2\alpha + (\sin\alpha - \cos\alpha)^2$

Задание 3. Вычислить $\cos(\alpha-\beta)$**,** если $\cos\alpha = -0{,}8$; $\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, $\sin\beta = -\dfrac{12}{13}$, $\pi < \beta < \dfrac{3}{2}\pi$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) cos 780º ; 2) sin $\dfrac{13}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

2 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $2\cos^2 z - \cos 2z = 1$

Задание 2. Упростить выражение: а) $\dfrac{2(\cos z + \cos 3z)}{2\sin 2z + \sin 4z}$ б) $\cos z \cdot tgz - 2\sin z$

Задание 3. Вычислить $\sin 2z, \text{если} \sin z = \dfrac{3}{5}, \dfrac{\pi}{2} < z < 2\pi$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) sin 780º ; 2) cos $\dfrac{13}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\cos z, \text{если} \ \sin z = -\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

3 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $\cos^4 z - \sin^4 z = \cos 2z$

Задание 2. Упростить выражение: а) $\left(\frac{1+\cos^2\alpha}{\sin\alpha}-\sin\alpha\right)\frac{1}{2}tg\,\alpha$ б) $\cos\alpha-\sin\alpha\cdot ctg\,\alpha$

Задание 3. Вычислить $\sin(z-\beta)$, если cos z = - 0,8 $\frac{\pi}{2}<z<\pi, \sin\beta=-\frac{12}{13}, \pi<\beta<\frac{3}{2}\pi$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) sin 750º ; 2) cos $\frac{47}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\sin z, если \quad \cos z=\frac{2}{3}$

4 вариант

Задание 1. Доказать тождество: $\sin 2z=(\sin z+\cos z)^2-1$

Задание 2. Упростить выражение.

а) $ctg\,\alpha\left(\frac{1+\sin^2\alpha}{\cos\alpha}-\cos\alpha\right)$ б) $2\sin z\cdot\cos\beta+\cos(z+\beta)$

Задание 3. Вычислить $\cos(z+\beta), если \sin z=-\frac{3}{5}, \frac{3}{2}\pi<z<2\pi, \sin\beta=\frac{8}{17}, 0<\beta<\frac{\pi}{2}$

Задание 4. Используя формулы приведения , вычислить: 1) cos 750º ; 2) sin $\frac{47}{6}\pi$

Задание 5. Какие значения может принимать $\cos z, если \sin z=\frac{2\sqrt{3}}{5}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №18, 19

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.

Цель работы:

1. Закрепить навыки определения типов тригонометрических уравнений (простейшее, квадратное относительно $\sin x$, $\cos x$, tgx, однородное относительно $\sin x$ и $\cos x$, уравнение, решаемое разложением на множители левой части).

2. Усвоить алгоритмы решения основных типов тригонометрических уравнений.

Оборудование: карты индивидуальных заданий, таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов, таблицы частных случаев решения простейших тригонометрических уравнений, таблицы формул тригонометрии, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Дайте определения арксинуса, арккосинуса арктангенса и арккотангенса числа a.

б) Перечислите свойства обратных тригонометрических функций.

в) Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

г) Какой вид имеет квадратное относительно $\sin x,\ \cos x,\ tgx$ тригонометрическое уравнение? Объясните алгоритм его решения.

д) Какой вид имеет однородное относительно $\sin x$ и $\cos x$ тригонометрическое уравнение? Какова методика его решения?

е) Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

Задания для самоконтроля.

Вычислите: а) $\sin\left(\arcsin\frac{1}{2}\right)$; б) $\cos(arctg1)$;в

$3\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}+arctg(-1)$;

г) $2\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

Пример 2. Решите уравнение: $\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-1$.

Решение.

По формуле частного случая:

$\frac{\pi}{4}-x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -x=-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ x=\frac{3\pi}{4}-2\pi n,\ n\in Z$.

Пример 3. Решите уравнение: $2\cos 3x=-\sqrt{2}$.

Решение.

Разделим левую и правую части уравнения на 2: $\cos 3x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

По формуле $t=\pm\arccos a+2\pi n$ получаем:

$3x=\pm\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi n,\ 3x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+2\pi n,\ 3x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на 3: $x=\pm\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi n}{3},\ n\in Z$.

Пример 4. Решите уравнение: $3tg\frac{5}{3}x-1=0$.

Решение.

Выразим $tg\frac{5}{3}x$: $3tg\frac{5}{3}x=1,\ tg\frac{5}{3}x=\frac{1}{3}$.

По формуле $t=arctga+\pi n$ получаем: $\frac{5}{3}x=arctg\frac{1}{3}+\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на $\frac{5}{3}$: $x=\frac{3}{5}arctg\frac{1}{3}+\frac{3\pi n}{5},\ n\in Z$

.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1

1. Вычислите: $arcsin\frac{1}{2}+arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)+3arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=0$; б) $cos\,3x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=3$.

Вариант 2

1. Вычислите: $arcctg\left(-\sqrt{3}\right)-arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+0{,}83arccos1$.

2. Решите уравнения: а) $sin\,2x=\frac{1}{2}$; б) $cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1$; в) $tg\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=-2$.

Вариант 3

1. Вычислите: $sin\left(arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=1$; б) $cos\,3x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg\,2x=-\sqrt{3}$.

Вариант 4

1. Вычислите: $cos\left(arccos\frac{1}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\frac{x}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; в) $tg\left(2x-\frac{\pi}{10}\right)=0$

Вариант 5

1. Вычислите: $tg\left(arctg\sqrt{3}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2sin\,2x=-1$; б) $cos\frac{x}{4}=\frac{4}{5}$; в) $tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 6

1. Вычислите: $ctg\left(arctg\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\,x=\frac{3}{5}$; б) $cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=-1$; в) $3tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=-\sqrt{3}$

.

Вариант 7

1. Вычислите: $sin\left(arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2\sin x=-\sqrt{2}$; б) $\cos(1-x)=\frac{1}{2}$; в) $tg\frac{x}{2}=-\sqrt{3}$.

Вариант 8

1. Вычислите: $tg\left(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2\sin\frac{x}{2}=\sqrt{3}$; б) $\cos 4x=-0{,}25$; в) $tg\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$.

Вариант 9

1. Вычислите: $\arccos\left(\sin\frac{5\pi}{6}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $\sin\left(3-\frac{x}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $\cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; в) $tg 2x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 10

1. Вычислите: $arctg\left(ctg\frac{3\pi}{4}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sqrt{2}\cos(4+x)=-1$; в) $tg\left(-\frac{x}{2}\right)=1$.

ВЫПОЛНЕНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ:

Пример 1. Решите уравнение: $2\sin^2 x-5\cos x+1=0$.

Решение. Применив основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 x=1-\cos^2 x$, получим:

$$2(1-\cos^2 x)-5\cos x+1=0,$$
$$2-2\cos^2 x-5\cos x+1=0,$$
$$2\cos^2 x+5\cos x-3=0.$$

Это уравнение является квадратным относительно $\cos x$. Обозначим $\cos x=y$, тогда $2y^2+5y-3=0$. Полученное уравнение имеет решения

$$y_1=-3,\ \ y_2=\frac{1}{2}.$$

Составим два простейших уравнения:

$$\cos x=-3 \quad \text{и} \quad \cos x=\frac{1}{2}.$$

Первое уравнение решений не имеет, так как $-1\le\cos x\le 1$. Второе уравнение имеет решение:

$$x = \pm arccos\frac{1}{2} + 2\pi n,$$

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n.$$

Ответ: $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$

Пример 2. Решите уравнение: $3sin^2 x - 2sin 2x + 5sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = 2$.

Решение.

Так как по формуле приведения $sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = cos^2 x$, а $sin 2x = 2 sin x cos x$ по формуле двойного угла, то

$$3sin^2 x - 4sin x cos x + 5cos^2 x - 2 = 0.$$

При помощи основного тригонометрического тождества заменим 2 на $2\left(sin^2 x + cos^2 x\right)$ и получим:

$$3sin^2 x - 4sin x cos x + 5cos^2 x - 2\left(sin^2 x + cos^2 x\right) = 0,$$

откуда

$$sin^2 x - 4sin x cos x + 3cos^2 x = 0.$$

Это уравнение является однородным относительно $sin x$ и $cos x$. Разделив обе части полученного уравнения на $cos^2 x$, получим

$$tg^2 x - 4tgx + 3 = 0.$$

Это уравнение является квадратным относительно tgx. Обозначим $tgx = y$, тогда $y^2 - 4y + 3 = 0$. Полученное квадратное уравнение имеет корни $y_1 = 1,\ y_2 = 3$. Из уравнения $tgx = 1$ получаем

$$x_1 = arctg 1 + \pi n,$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n.$$

Из уравнения $tgx = 3$ получаем

$$x_2 = arctg 3 + \pi k.$$

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z,\ arctg 3 + \pi k,\ k \in Z$

Пример 3. Решите уравнение: $cos 2x = cos 6x$.

Решение.

Запишем данное уравнение иначе:

$$cos 2x - cos 6x = 0.$$

По формуле разности косинусов $cos x - cos y = -2 sin\frac{x+y}{2} sin\frac{x-y}{2}$ получаем:

$$2 sin 4x sin 2x = 0.$$

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Поэтому если $sin4x = 0$, то $4x = \pi n,\ x_1 = \frac{\pi n}{4},\ n \in Z$; если $sin2x = 0$, то $2x = \pi k,\ x_2 = \frac{\pi k}{2}.\ k \in Z$.

Можно заметить, что вторая серия решений содержится в первой и иначе записать ответ.

Ответ: $x = \frac{\pi n}{4},\ n \in Z$.

Пример 4. Решите уравнение: $sin3x = 2cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

Решение.

В правой части применим формулу приведения

$sin3x = 2sinx$,

$sin3x - sinx - sinx = 0$,

$(sin3x - sinx) - sinx = 0$.

Применим формулу разности синусов $sinx - siny = 2sin\frac{x-y}{2}cos\frac{x+y}{2}$, тогда

$2sinx\,cos2x - sinx = 0$.

Вынесем за скобки общий множитель:

$sinx(2cos2x - 1) = 0$.

Если $sinx = 0$, то $x_1 = \pi n$; если $2cos2x - 1 = 0$, то $2cos2x = 1,\ cos2x = \frac{1}{2}$, значит, $2x = \pm arccos\frac{1}{2} + 2\pi k,\ 2x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ x_2 = \pm\frac{\pi}{6} + \pi k$.

Ответ: $\pi n,\ n \in Z;\ \pm\frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

Вариант 1

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $sin^2x - 2sinx - 3 = 0$;
2. $7sin^2x - 8sinx\,cosx = 15cos^2x$;
3. $cos2x = cosx$;
4. $sin3x\,cos2x = sin5x$.

Вариант 2

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2sin^2x - 5cosx + 1 = 0$;
2. $sin^2x - 5sinx\,cosx + 6cos^2x = 0$;

3. $7\sin x - 3\cos 2x = 0$;
4. $4\sin 2x\cos 2x + 1 = 0$.

Вариант 3

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $tg^2 x + 2tgx - 3 = 0$;
2. $2\sin^2 x - 5\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0$;
3. $\sin 2x = 2\sin^2 x$;
4. $\cos x\cos 3x = \cos 5x\cos 7x$.

Вариант 4

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$;
2. $3\cos^2 x = 4\sin x\cos x - \sin^2 x$;
3. $\sin^2 x + \cos^2 x = \sin 2x$;
4. $\cos x\cos 5x = 0{,}5\cos 4x$.

Вариант 5

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $5tg^2 x - 13tgx - 6 = 0$;
2. $3\sin^2 x - 7\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0$;
3. $\cos 2x + \cos x = 0$;
4. $\cos 4x\cos 2x = \cos 5x\cos x$.

Вариант 6

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2\sin^2 x = 3\cos x$;
2. $\sin^2 x + 1{,}5\cos^2 x = 2{,}5\sin x\cos x$;
3. $\sin 2x - 2\sqrt{3}\sin^2 x = 0$;
4. $\cos 3x - \cos x = 0$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №20.

РЕШЕНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИИ.
Методические рекомендации.

Опр.Уравнение называется тригонометрическим, если неизвестная величина входит в него как аргумент тригонометрической функции.

Уравнения вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $tg\ x =$ а называются простейшими. Для них выведены формулы корней:

$\sin x = a \qquad x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in Z$

$\cos x = a \qquad x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$

$tg\ x = a \qquad x = arctg\ a + \pi n, n \in Z$

$ctg\ x = a \qquad x = arctg\ \frac{1}{a} + \pi n, n \in Z$

К этим уравнениям сводятся все другие. Для большинства таких уравнений требуется применение различных формул и преобразование тригонометрических выражений.

1. Уравнения, сводящиеся к квадратным $8\sin^2 x - 6\sin x - 3 = 0$. Вводят новую переменную *sin x*= *t*

Задача 2 Решить уравнение $2\cos^2 x - 5\sin x + 1 = 0$.

▶ Заменяя $\cos^2 x$ на $1 - \sin^2 x$, получаем

$$2(1 - \sin^2 x) - 5\sin x + 1 = 0, \text{ или}$$
$$2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0.$$

Обозначая $\sin x = y$, получаем $2y^2 + 5y - 3 = 0$, откуда $y_1 = -3$, $y_2 = \frac{1}{2}$.

1) $\sin x = -3$ — уравнение не имеет корней, так как $|-3| > 1$;

2) $\sin x = \frac{1}{2}$, $x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.

Ответ $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. ◁

2. Уравнения вида $a\sin x + b\cos x = 0$ a $\neq$ 0, b $\neq$ 0 называются однородными относительно *sin x* и *cos x*. Оно решается делением обеих частей на *cos x* $\neq 0$. В результате получается уравнение

$a \cdot tgx + b = 0$. Этим же способом решается уравнение $2\sin^2 x - 5\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0$. Обе части уравнения делятся на $\cos^2 x$ или $\sin^2 x$.

Задача 6 Решить уравнение $2\sin x - 3\cos x = 0$.

▶ Поделив уравнение на $\cos x$, получим $2\,\mathrm{tg}\, x - 3 = 0$, $\mathrm{tg}\, x = \frac{3}{2}$, $x = \mathrm{arctg}\,\frac{3}{2} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. ◁

Задача 7 Решить уравнение $2\sin x + \cos x = 2$.

► Используя формулы $\sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$, $\cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}$ и записывая правую часть уравнения в виде $2 = 2\cdot 1 = 2\left(\sin^2\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2}\right)$, получаем

$$4\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2} = 2\sin^2\frac{x}{2} + 2\cos^2\frac{x}{2},$$

$$3\sin^2\frac{x}{2} - 4\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + \cos^2\frac{x}{2} = 0.$$

Поделив это уравнение на $\cos^2\frac{x}{2}$, получим равносильное уравнение $3\,\mathrm{tg}^2\frac{x}{2} - 4\,\mathrm{tg}\frac{x}{2} + 1 = 0$. Обозначая $\mathrm{tg}\frac{x}{2} = y$, получаем уравнение $3y^2 - 4y + 1 = 0$, откуда $y_1 = 1$, $y_2 = \frac{1}{3}$.

1) $\mathrm{tg}\frac{x}{2} = 1$, $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi n$, $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$;

2) $\mathrm{tg}\frac{x}{2} = \frac{1}{3}$, $\frac{x}{2} = \mathrm{arctg}\,\frac{1}{3} + \pi n$, $x = 2\,\mathrm{arctg}\,\frac{1}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.

Ответ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $x = 2\,\mathrm{arctg}\,\frac{1}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. ◁

3. Уравнения, решаемые разложением левой части на множители

Пример

$\sin 2x - \sin x = 0$

$2\sin x\cdot\cos x - \sin x = 0$ Общий множитель *sin x* выносится за скобки.

$\sin x\cdot(2\cos x - 1) = 0$

$\sin x = 0$ *или* $2\cos x - 1 = 0$

$x = \pi n, n \in Z$ $\cos x = \frac{1}{2}$

$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: $x = \pi n,\quad x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\quad n \in Z$

Задача 11 Решить уравнение $\sin 7x + \sin 3x = 3\cos 2x$.

► Применяя формулу для суммы синусов, запишем уравнение в виде

$$2\sin 5x\cos 2x = 3\cos 2x,$$

$$2\sin 5x\cos 2x - 3\cos 2x = 0,$$

откуда $\cos 2x\left(\sin 5x - \frac{3}{2}\right) = 0$.

Уравнение $\cos 2x = 0$ имеет корни $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$, а уравнение $\sin 5x = \frac{3}{2}$ не имеет корней.

Ответ $x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $n \in \mathbf{Z}$. ◁

Если уравнение имеет две серии корней, полученных при решении тригонометрических уравнений, имеющую общую часть, в ответе можно оставлять обе серии. Например, $x = \pi n$;

$$x = \frac{\pi n}{3}, n \in Z$$

ВАРИАНТЫ.

1 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1\right)(2ctgx+1)=0$

2) $tgx+9ctgx-10=0$

3) $2\sin 2x=3\cos 2x$

4) $3\sin^2 x+\sin x\cdot\cos x-2\cos^2 x=0$

5) $\sin 5x=\sin x$

6) $\sin 4x+\sin^2 2x=0$

2 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(1-\sqrt{2}\cos\frac{x}{4}\right)\left(1+\sqrt{3}ctgx\right)=0$

2) $4\sin^2 x-\cos x-1=0$

3) $4\sin x+\cos x=0$

4) $3\sin^2 x-7\sin x\cdot\cos x+2\cos^2 x=0$

5) $\cos 3x-\cos 5x=\sin 4x$

6) $2\sin x\cdot\cos x=\cos x$

---

3 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(1+\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right)\cdot\left(tgx-\sqrt{3}\right)=0$

2) $tg^2 x-3tgx-4=0$

3) $\sqrt{3}\cos x+\sin x=0$

4) $4\sin^2 x-5\sin x\cdot\cos x-6\cos^2 x=0$

5) $\sin 7x-\sin x=\cos 4x$

6) $\sqrt{3}\sin x\cdot\cos x=\sin^2 x$

---

4 вариант

Решить уравнения:

1) $\left(ctgx-\sqrt{3}\right)\cdot\left(2\sin\frac{x}{12}+1\right)=0$

2) $6\sin^2 x-\cos x+6=0$

3) $\sin x=2\cos x$

4) $2\sin^2 x+3\sin x\cdot\cos x-2\cos^2 x=0$

5) $\cos x=\cos 3x$

6) $\sin 4x=\sin 2x$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №21
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ: «ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ».

1 вариант

№ 1 Упростить выражения:

а) $(Cos\alpha-Sin\alpha)^2-(Cos\alpha+Sin\alpha)^2=$

б) $\frac{1+ctg^4\alpha}{tg^2\alpha+ctg^2\alpha}=$

2 вариант

№ 1 Упростить выражения:

а) $(tg\alpha+ctg\alpha)^2-(tg\alpha-ctg\alpha)^2=$

б) $\frac{1+tg^4\alpha}{tg^2\alpha+ctg^2\alpha}=$

в) $\dfrac{Sin^2\alpha - tg^2\alpha}{Cos^2\alpha - ctg^2\alpha} =$

№ 2 Решить уравнения:

а) $Cos2x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

б) $Sin\left(\dfrac{2x}{5} - \dfrac{\pi}{4}\right) = -1$

в) $tg\left(\dfrac{x}{4} - \dfrac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{3}$

г) $\left(Cos2x - \dfrac{1}{2}\right)\cdot\left(tg3x + \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) = 0$

в) $\dfrac{Sin^2\alpha - tg^2\alpha}{Cos^2\alpha - ctg^2\alpha} =$

№ 2 Решить уравнения:

а) $Sin6x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

б) $Cos\left(\dfrac{2x}{5} - \dfrac{\pi}{4}\right) = -1$

в) $ctg\left(\dfrac{x}{4} - \dfrac{\pi}{2}\right) = -\sqrt{3}$

г) $\left(Cos2x - \dfrac{1}{2}\right)\cdot\left(tg3x + \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) = 0$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 22.

ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД, ЕГО ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И ВИДЫ.

Цель работы:

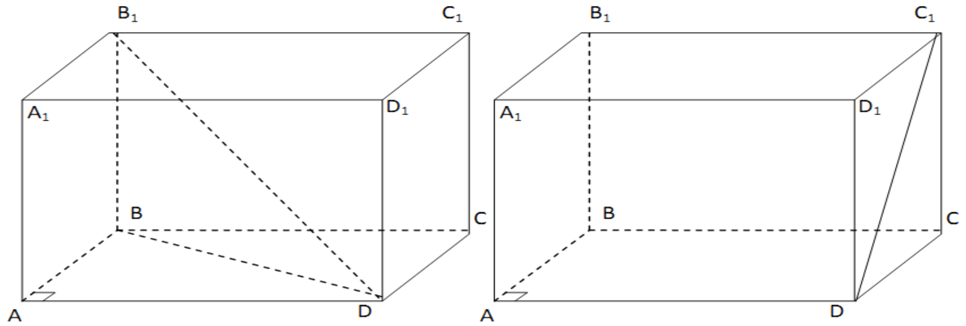
– формирование логического мышления, пространственного воображения через решение задач;

– развить умение составлять наглядные рисунки для задач;

– воспитывать самостоятельные навыки.

Ход работы:

1. Повторение теоретического материала. Назвать основные элементы.



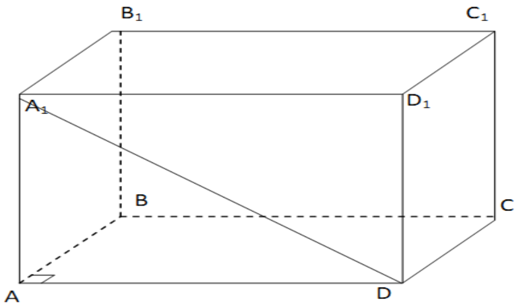
2. найти ошибки в записях.

Sполн. = S бок. + S осн

Sбок. = P осн.

S осн. = AB · Вд

3. Решить задачу.



Дано: Прямоугольный параллелепипед
АД = 5см; АВ = 3см
$\angle$ A_1ДА = 60°

Найти S полн.

Решение

1. S полн. = S бок. + 2 S осн
   S бок = P осн •H
2. Из△ AA_1Д – прямоугольный (по условию), из соотношений сторон и углов в прямоугольном треугольнике

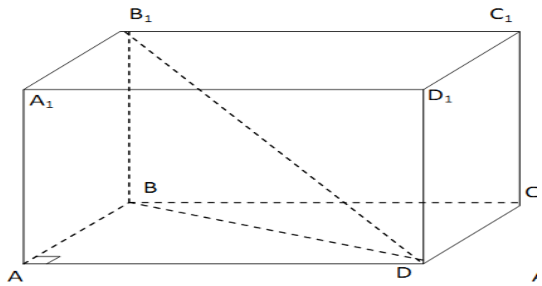
$\operatorname{tg} 60° = \frac{AA_1}{AD}$; AA_1 = АД · tg 60° = (см)

3. Р осн. = 2 (АВ+АД) = 2 (5+3) = 16 (см)

4. S бок = 16 = $80\sqrt{3}$ (см²)
5. 2 S осн = 2· 5 · 3 = 30 (см²)
6. S полн = ($80\sqrt{3}$ + 30) = см²

Ответ: ($80\sqrt{3}$ + 30) = см²

ВАРИАНТЫ РАБОТ.



1. Подписать основные элементы параллелепипеда.

2.Записать формулы нахождения площади полной поверхности и объема параллелепипеда.

3. **<u>1 вариант.</u>**

9. Основание прямого параллелепипеда — параллелограмм со сторонами 8 и 32 см и острым углом $\alpha = 60°$. Большая диагональ параллелепипеда равна 40 см. Вычислите объем параллелепипеда.

11. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 17 и 25 см, одна из диагоналей основания равна 26 см. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 30°. Вычислите объем параллелепипеда.

<u>2 вариант</u>

10. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 25 и 39 см, а площади его диагональных сечений равны 204 и 336 см². Найдите объем параллелепипеда.

12. Основанием прямого параллелепипеда является ромб, диагонали которого относятся, как $5:16$. Диагонали параллелепипеда равны 26 и 40 см. Вычислите объем параллелепипеда.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 23
МНОГОГРАННИКИ

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

№ 1. Каждое ребро правильной треугольной призмы равно а. Найдите периметр сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную вершину верхнего основания.

№ 2. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб со стороной 4 см и углом 60º. Большая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 45º. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

№ 3. Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны 5 см, апофема – см. найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№ 4. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 8 см, сторона её основания – 12 см. вычислите длину бокового ребра пирамиды.

Вариант 2

№ 1. Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна а, её боковое ребро – 2а. Найти площадь диагонального сечения.

№ 2. В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 4 см образуют угол 60º. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с основанием угол 45º. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

№ 3. Площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды см2. Найдите длину апофемы, если ребро основания пирамиды равно 3 см.

№ 4. Высота правильной треугольной пирамиды равна 6 см, сторона её основания – 12 см. Вычислите длину бокового ребра пирамиды.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 24.
ЦИЛИНДР, ЕГО ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ, СЕЧЕНИЯ И РАЗВЕРТКА.

Цели: закрепление понятий: цилиндр, площадь боковой, полной поверхности; способствовать развитию математического мышления, формировать умения анализировать, сравнивать, обобщать.

«Геометрия – это наука хорошо измерять. » П. Рамус.

Оборудование: модели цилиндра, тесты, калькулятор, линейки, карандаши.

Методические указания.

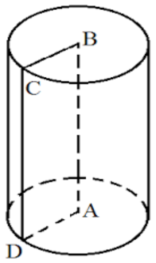
Цилиндр – геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, пересекающими её

Круги, лежащие в параллельных плоскостях, называются основаниями цилиндра, а отрезки, соединяющие соответствующие точки оснований, – образующими цилиндра.

Поверхность, состоящая из образующих, называется боковой поверхностью цилиндра.

Цилиндр прямой круговой может быть получен путем вращения прямоугольника вдоль стороны как оси.

Элементы цилиндра.



R= АД – радиус цилиндра; **D** – диаметр.

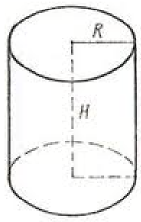
H = AB – высота;

L =СД – образующая.

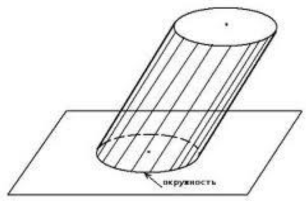
S = πR ^{2} - площадь круга. **D = 2R.**

C – длина окружности**. C = 2πR**

Виды цилиндров:

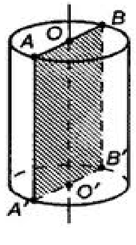


прямой

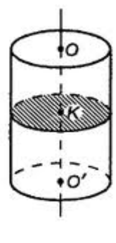


наклонный

Сечения цилиндра:

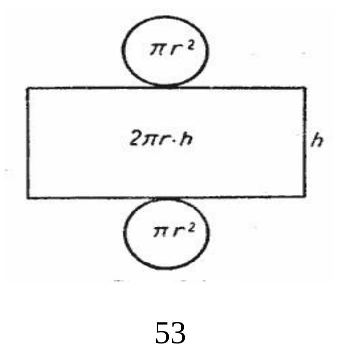


осевое сечение



сечение плоскостью перпендикулярной оси

Площадь боковой поверхности прямого цилиндра вычисляется по его развёртке. Развёртка цилиндра представляет собой прямоугольник с высотой h (H) и длиной равной длине окружности основания 2πR.



Следовательно, площадь боковой поверхности цилиндра равна площади его развёртки и вычисляется по формуле: $\mathbf{S_{б.п.}= 2\pi R \cdot H}$

Площадь полной поверхности находиться как сумма боковой поверхности и двух площадей основания (круга), вычисляется по формуле: $\mathbf{S_{п.п.}= 2\pi R \cdot H+2\pi R^2}$

Использование цилиндров: в одежде, в быту, в технике: двигатель внутреннего сгорания, на железнодорожном транспорте, на автомобильном транспорте, в архитектуре и строительстве и т.д.

<u>Задание: по данным вам моделям найти площадь боковой поверхности, полной поверхности цилиндра</u>

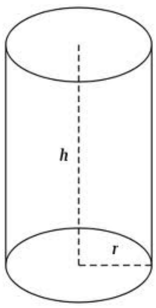
Ход работы:

1. а) Для нахождения площади боковой поверхности цилиндра нужно измерить линейкой следующие элементы: диаметр, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения площади боковой поверхности цилиндра.

б) Для нахождения площади полной поверхности цилиндра нужно найти площадь основания цилиндра (площадь круга $\pi \cdot R^2$). Подставить данные в формулу площади полной поверхности или найти как сумму площадей боковой поверхности и двух оснований.

Пример: Найти площадь боковой, полной поверхности .

Оформление работы:

	**Дано**: цилиндр, H=12см, R=3см **Найти:** $S_{б.п.}$ $S_{п.п.}$ **Решение:** $S_{б.п.}= 2\cdot\pi\cdot R\cdot H = 2\cdot\pi\cdot 3\cdot 12=72\pi(см^2)$ $S_{п.п.}= 2\cdot\pi\cdot R\cdot H+2\cdot\pi\cdot R^2 = 72\pi + 2\cdot\pi\cdot 3^2 = 72\pi+18\pi = =90\pi\ (см^2)$

2.Выполняют тесты, состоящие из одного вопроса и двух задач.

Задания для самостоятельной работы:

1вариант

1. Выберите верное утверждение.

а) Длина образующей цилиндра называется радиусом цилиндра;

б) Цилиндрическая поверхность называется боковой поверхностью цилиндра;

с) Площадь боковой поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S_{бок} = \pi r^2 h$;

2. Задача. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с крышкой, имеющий диаметр основания 1,25 м и высоту 1,44 м, если на один квадратный метр расходуется 0,25 кг краски (найдите с точностью до 0,1 кг)?

3.Задача. 9.Цилиндрический паровой котёл с крышкой имеет диаметр 2 м и длину 10 м. Вычислить полную поверхность котла.

2 вариант.

1.Выберите верное утверждение.

а) Радиус цилиндра не может равняться высоте цилиндра;

б) Площадь полной поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S_{цил} = \pi r(h + r)$;

с) Цилиндр может быть получен в результате вращения прямоугольника вокруг одной из его сторон.

2. Задача. Высота ведра, имеющего форму цилиндра, равна 28 см, диаметр дна 20 см. Вычислить, сколько квадратных дециметров оцинкованного железа пошло на изготовление ведра, если отходы составляют 20 % от всего заготовленного железа.

3.Задача. Развертка боковой поверхности цилиндра – квадрат со стороной 2. Найдите площадь полной поверхности цилиндра с точностью до 0,001.

3 вариант.

1.Выберите верное утверждение.

а) Цилиндр может быть получен в результате вращения треугольника вокруг своей стороны;

б) Длина образующей цилиндра называется диаметром цилиндра;

с) Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению площади основания цилиндра на его высоту.

2.Задача. Сколько квадратных метров жести израсходовано на изготовление 1 млн. консервных банок диаметром 10 см и высотой 5 см (на швы и отходы добавить 10% материала).

3.Задача. Пизанская башня находиться в итальянском городе Пиза. Высота башни составляет 55м. Диаметр основания равен 15 м. Найти площадь боковой и полной поверхности.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 25

КОНУС, ЕГО ОСНОВЫНЕ ЭЛЕМЕНТЫ, СЕЧЕНИЯ, РАЗВЕРТКА.

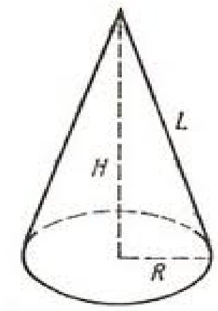
Цели:закрепление понятий: конус, площадь полной поверхности конуса, воспитание познавательной активности, показать применение конуса в различных областях, развитие логического мышления.

« Рано или поздно всякая правильная математическая идея находит применение в том или ином деле.» А.Н. Крылов.

Оборудование: модели конуса, линейки, карандаши, калькулятор.

Методические указания.

Конусом называется тело, которое состоит из круга – основание конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга – вершины конуса, и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания.



Отрезок, соединяющий вершину и границу основания, называется **образующей конуса (ℓ).**

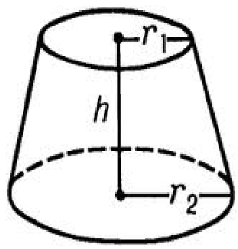
Отрезок, опущенный перпендикулярно из вершины на плоскость основания (а также длина такого отрезка), называется **высотой конуса (H).**

R – радиус основания.

Круговой конус — конус, основание которого является кругом.

Прямой круговой конус (часто его называют просто конусом) можно получить вращением прямоугольного треугольника вокруг прямой, содержащей катет (эта прямая представляет собой ось конуса)

Часть конуса, лежащая между основанием и плоскостью, параллельной основанию и находящейся между вершиной и основанием, называется **усечённым конусом**.



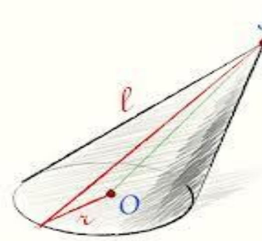
Площадь боковой поверхности усеченного конуса –

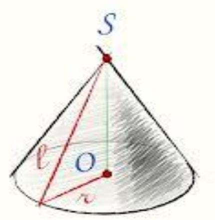
$S_{бок} = \pi\, \ell\, (r_1 + r_2)$.

где r_1 – радиус верхнего основания ,

r_2 - радиус нижнего основания.

Виды конусов:



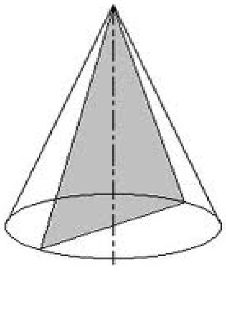


наклонный **прямой**

Боковая поверхность конуса можно вычислить по формуле: $\mathbf{S_{б.п.} = \pi R \ell}$, где R — радиус основания, ℓ — длина образующей.

Полная поверхность конуса равна сумме площадей боковой поверхности и площади основания:

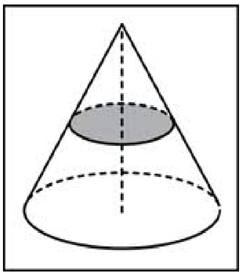
$\mathbf{S_п = \pi R \ell + \pi R^2}$.



Сечения конуса:

Сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением**.

(сечением является равнобедренный треугольник)



Сечение плоскостью перпендикулярной оси конуса: (сечением является круг).

Применение конусов.

Знания о конусе широко применяются в быту, производстве и науке. мы. Например, мы используем ведра, имеющие форму усеченного конуса; крыши старинных замков похожи на конусы; для переливания жидкостей мы берем воронку, которая также имеет форму усеченного конуса. Во время спортивных соревнований, ограждения для движения в автошколах применяют спортивные фишки.

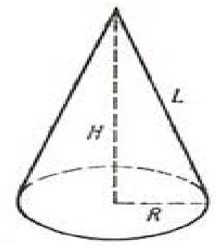
Задание: по данным вам моделям найти площадь боковой поверхности, полной поверхности.

Ход работы:

1.а) Для нахождения площади боковой поверхности конуса нужно измерить линейкой следующие элементы: диаметр, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения площади боковой поверхности конуса .
б) Для нахождения площади полной поверхности конуса нужно найти площадь основания конуса площадь круга $\pi \cdot R^2$). Подставить данные в формулу площади полной поверхности

Пример: Найти площадь боковой, полной поверхности.

Оформление работы:



Дано: конус, H=10см, R=6см, ℓ= 11,6см
Найти: $S_{б.п.}$ $S_{п.п.}$
Решение: $S_{б.п.} = \pi R\ell = \pi \cdot 6 \cdot 11{,}6 = 69{,}6\pi$ (см^2)
$S_{п.п.} = \pi R\ell + \pi R^2 = \pi \cdot 6 \cdot 11{,}6 + \pi \cdot 6^2 = 105{,}6\pi$ (см^2)

2. Выполняют тесты, состоящие из одного вопроса и двух задач

Задания для самостоятельной работы:

1 вариант

1. Выберите верное утверждение:

а) конус может быть получен в результате вращения равностороннего треугольника вокруг его стороны;

б) прямая, проходящая через вершину конуса и центр его основания, называется осью конуса;

в) разверткой боковой поверхности усеченного конуса является круг;

2.Задача. Высота конуса равна15 см, а образующая 16 см. Найдите радиус конуса.

3.Задача. Сколько квадратных метров брезента потребуется для сооружения палатки конической формы? Высотой 1,5м и радиусом 2 м?

2 вариант

1.Выберите неверное утверждение:

а) конус может быть получен в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов;

б) конус называется равносторонним, если его осевое сечение – правильный треугольник.

в) Площадь боковой поверхности конуса может быть вычислена по формуле $S_{бок.} = \pi r(r + \ell)$;

2.Задача. Образующая конуса, равна 8 см, наклонена к плоскости основания под углом 30°. Найдите площадь осевого сечения конуса.

3.Задача. Коническая крыша башни имеет диаметр 6 м и высоту 2 м. Сколько листов кровельного железа потребуется для этой крыши, если размер листа 0,7 м х 1,4 м, а на швы и обрезки тратиться 10% от площади крыши?

3 вариант

1.**Выберите верное утверждение**

а) сечение конуса, проходящее через ось, есть круг;

б) конус получен в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов;

в) осевым сечением усеченного конуса является прямоугольник.

2.Задача. Осевое сечение конуса – правильный треугольник, со стороной 2r . Найти площадь сечения проведенного через две образующие конуса, угол между которыми равен 60^{0}

3.Задача. Сколько потребуется краски, для того чтобы покрасить пожарное ведро, если на 100см² необходимо затратить 10г? Радиусом 20 см, а высотой 45 см.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 26.

Контрольная работа по теме «Тела и поверхности вращения».

Вариант 1.

№ 1. Цилиндр получен вращением прямоугольника со стороной 5 м и диагональю 13 м вокруг данной стороны. Найдите площадь основания цилиндра.

№ 2. Образующая конуса равна 6 м, а угол между нею и плоскостью основания равен 60°. Найдите площади основания конуса и осевого сечения.

Вариант 2.

№ 1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 26 см, высота цилиндра равна 24 см. найдите площадь основания цилиндра.

№ 2. Радиус основания конуса 5 см, его высота 12 см. Найдите площадь осевого сечения и длину образующей конуса.

№ 3.В шаре радиуса 26 см на расстоянии 10 см от центра проведена секущая плоскость. Найдите площадь сечения.

№ 3. В шаре на расстоянии 6 см от центра проведено сечение, площадь которого 64π см^2. Найдите радиус шара.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 27.

Вычисление производных.

Цель работы:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Вычисление производной функции по определению».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности учащихся.

Порядок выполнения работы:

1. Ответить на контрольные вопросы:

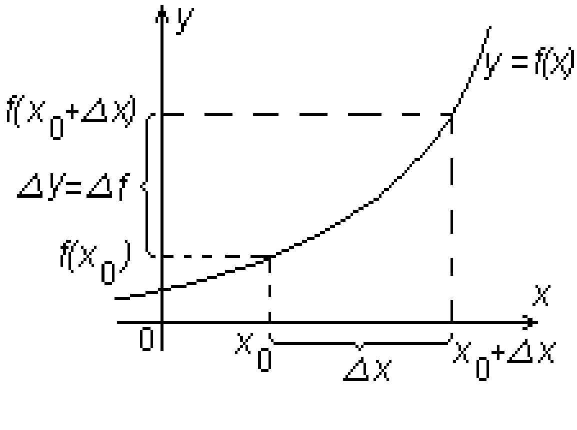
а) Что такое приращение аргумента и приращение функции?

б) В чем состоит геометрический смысл приращений Δx и Δf ?

в) В чем состоит геометрический смысл отношения $\dfrac{\Delta x}{\Delta f}$?

г) Сформулируйте определение производной функции в точке.

2. С помощью обучающих таблиц повторить планы вычисления приращения функции, производной функции в точке по определению и изучить образцы решенных примеров.
3. Выполнить задания для самоконтроля (в таблице).
4. Изучить условие заданий для практической работы.
5. Оформить отчет о работе.



1. Приращение аргумента и приращение функции.

На рисунке $\Delta x = (x_0 + \Delta x) - x_0$ – приращение аргумента в точке x_0 , $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ – приращение функции в точке x_0.

Задание. Вычислите приращение функции $f(x)$ в произвольной точке, если:

а) $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$; б) $f(x) = sin\,2x$.

№ шага	План вычисления приращения функции	Применение плана	
		а) $f(x)=2x^2+3x-5$	б) $f(x)=\sin 2x$
1	Фиксируем произвольное значение аргумента x_0 и находим значение функции $f(x_0)$	$x=x_0$, $f(x_0)=2x_0^2+3x_0-5$	$x=x_0$, $f(x_0)=\sin 2x_0$
2	Задаем приращение Δx и находим значение функции $f(x_0+\Delta x)$	$x=x_0+\Delta x$, $f(x_0+\Delta x)=2(x_0+\Delta x)^2+$ $+3(x_0+\Delta x)-5=2x_0^2+4x_0\Delta x+$ $+2(\Delta x)^2+3x_0+3\Delta x-5$.	$x=x_0+\Delta x$, $f(x_0+\Delta x)=\sin 2(x_0+\Delta x)$
3	Находим приращение функции: $\Delta f=f(x_0+\Delta x)-$ $-f(x_0)$	$\Delta f=2x_0^2+4x_0\Delta x+2(\Delta x)^2+3x_0+$ $+3\Delta x-5-2x_0^2-3x_0+5=4x_0\Delta x+$ $+2(\Delta x)^2+3\Delta x=\Delta x(4x_0+2\Delta x+3)$	$\Delta f=\sin 2(x_0+\Delta x)-\sin 2x_0=$ $=2\cos(2x_0+\Delta x)\sin\Delta x$

Примеры1. Вычислите приращение функции $f(x)$ в произвольной точке x_0, если:

1) $f(x)=3x-8$; 2) $f(x)=2-x^2$; 3) $f(x)=x^3+3$; 4) $f(x)=\sqrt{5x}$; 5) $f(x)=\dfrac{6}{x}$; 6) $f(x)=7^x$; 7) $f(x)=\sin\dfrac{x}{2}$; 8) $f(x)=1-\cos x$; 9) $f(x)=tg 3x$.

2. Производная функции.

Определение. Производной функции $y=f(x)$ в заданной точке x называется предел отношения приращения функции Δy в этой точке к приращению аргумента Δx, когда Δx стремится к нулю, т.е.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}.$$

Задание. Вычислите производную функции $f(x)$ в точке $x_0=2$, если:

а) $f(x)=3x^2-5x+1$; б) $f(x)=\sqrt{7x-5}$.

№ шага	План вычисления производной функции	Применение плана	
		а) $f(x)=3x^2-5x+1$	б) $f(x)=\sqrt{7x-5}$

1	Фиксируем точку x и даем аргументу приращение Δx	$x,\ x+\Delta x$	$x,\ x+\Delta x$
2	Вычисляем приращение функции $\Delta f = f(x+\Delta x)-f(x)$	$\Delta f = \left(3(x+\Delta x)^2 - 5(x+ +\Delta x)+1\right) - \left(3x^2 - 5x + +1\right) = 6x\Delta x + 3(\Delta x)^2 - -5\Delta x$	$\Delta f = \sqrt{7(x+\Delta x)-5} - \sqrt{7x-5} = = \sqrt{7x+7\Delta x-5} - \sqrt{7x-5}$
3	Находим отношение приращения функции к приращению аргумента: $\dfrac{\Delta f}{\Delta x} = \dfrac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$	$\dfrac{\Delta f}{\Delta x} = \dfrac{\Delta x(6x+3\Delta x-5)}{\Delta x} = =6x+3\Delta x-5$	$\dfrac{\Delta f}{\Delta x} = \dfrac{\sqrt{7x+7\Delta x-5}-\sqrt{7x-5}}{\Delta x}$
4	Вычисляем производную $f'(x) = \lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\Delta f}{\Delta x}$	$f'(x) = \lim\limits_{\Delta x\to 0}(6x+3\Delta x -5) = 6x-5$	$f'(x) = = \lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{\sqrt{7x+7\Delta x-5}-\sqrt{7x-5}}{\Delta x} = = \lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{7x+7\Delta x-5-7x+5}{\Delta x\left(\sqrt{7x+7\Delta x-5}+\sqrt{7x-5}\right)} = \dfrac{7}{2\sqrt{7x-5}}$
5	Вычисляем $f'(x_0)$	$f'(2) = 6\cdot 2-5 = 7$	$f'(2) = \dfrac{7}{2\sqrt{7\cdot 2-5}} = \dfrac{7}{6}$

Примеры2. Вычислите производные следующих функций:

1) $f(x)=2x+3$ в точке $x=3$; 2) $f(x)=3x^2-2$ в точке $x=0$;

3) $f(x)=5x-x^2$ в точке $x=1$; 4) $f(x)=\dfrac{1}{x+3}$ в точке $x=-1$;

5) $f(x)=\sin 2x$ в точке $x=\dfrac{\pi}{4}$; 6) $f(x)=\cos x$ в точке $x=-\dfrac{\pi}{3}$;

7) $f(x)=\sqrt{3x+1}$ в точке $x=1$; 8) $f(x)=\sqrt{3}x+5$ в точке $x=5$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

<u>Вариант 1.</u>

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x)=2x-3,\ x_0=-2,\ \Delta x=0{,}1$.

2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0, если $f(x)=4x-x^2,\ x_0=2{,}5,\ x=2{,}6$.

3. Найдите производную функции f в точке x_0 по определению, если $f(x)=3x^2$ при $x_0=1$.

4. Найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $x(t)$, в момент времени t_0, если $x(t)=t^2-2t,\ t_0=3$.

Вариант 2.

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x) = 3x - 2,\ x_0 = 1,\ \Delta x = 0{,}1$.

2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0, если $f(x) = x^2 - 4x,\ x_0 = 3,\ x = 3{,}1$.

3. Найдите производную функции f в точке x_0 по определению, если $f(x) = 3x^3$ при $x_0 = 1$.

4. Найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закон

Вариант 3.

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x) = 4x + 1,\ x_0 = 2,\ \Delta x = 0{,}1$.

2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0, если $f(x) = x - 2x^2,\ x_0 = 2{,}9,\ x = 3$.

3. Найдите производную функции f в точке x_0 по определению, если $f(x) = x^2 - 1$ при $x_0 = 1$.

4. Найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $x(t)$, в момент времени t_0, если $x(t) = t^3 + 2t^2,\ t_0 = 1$.

Вариант 4.

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x) = 4x - 3,\ x_0 = -1,\ \Delta x = 0{,}1$.

2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0, если $f(x) = 2x^2 - x,\ x_0 = 1{,}2,\ x = 1{,}4$.

3. Найдите производную функции f в точке x_0 по определению, если $f(x) = 1 + x^3$ при $x_0 = 1$.

4. Найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $x(t)$, в момент времени t_0, если $x(t) = t + t^3,\ t_0 = 2$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №28.

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ.

Цель работы:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Решение прикладных экстремальных задач».

2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности учащихся.

Оборудование: инструкционно-технологические карты, таблицы производных элементарных функций, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Какую точку называют критической точкой функции?

б) Сформулируйте признак возрастания (убывания) функции.

в) Сформулируйте признак максимума (минимума) функции.

г) Опишите схему исследования функции.

1. Наименьшее и наибольшее значения функции.

Задание. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = x^4 - 2x^2 - 3$ на промежутке $[0;2]$.

№ шага	План нахождения y_{min} и y_{max} на $[a;b]$	Применение плана
1	Находим производную функции	$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$
2	Находим критические точки функции	$y' = 0$, $4x(x^2 - 1) = 0$, $x = 0$ или $x^2 - 1 = 0$, $x = -1; 0; 1$ - критические точки функции
3	Выбираем критические точки, лежащие внутри $[a;b]$	$0;1 \in [0;2]$
4	Находим значения функции в критических точках (внутри данного отрезка) и на концах отрезка	$y(0) = -3$ $y(1) = 1 - 2 - 3 = -4$ $y(2) = 16 - 8 - 3 = 5$
5	Из найденных значений функции выбираем наименьшее и наибольшее	$y_{min} = y(1) = -4$, $y_{max} = y(2) = 5$

Примеры. Применяя указанный выше план, найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x)$ на промежутке $[a;b]$, если:

1) $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$, $[0;4]$; 2) $f(x) = 3x^2 - x^3$, $[-1;3]$;

3) $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + 2$, $[-1;1]$; 4) $f(x) = \frac{4}{3}x^3 - 4x$, $[0;2]$;

5) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$, $[-2;2]$;

6) $f(x) = tgx + ctg2x$, $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$; 7) $f(x) = x + cos^2 x$, $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$;

8) $f(x) = 2x^2 - ln\, x$, $[1;e]$;

9) $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x^2 + 16}}$, $[-3;3]$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

Вариант 1.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^3-3x$ на отрезке $[-0{,}5;0{,}5]$.

2. Из квадратного листа жести со стороной 12 м надо изготовить бак с квадратным основанием без крышки наибольшего объема. Найдите размеры бака и его объем.

Вариант 2.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-8x^2-9$ на отрезке $[-1;1]$.

2. Какой из прямоугольников с периметром *2p* имеет наибольшую площадь?

Вариант 3.

1.Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=-x^4+2x^2+3$ на отрезке $[-0{,}5;0{,}7]$.

2.Разность двух чисел равна 8. Каковы должны быть эти числа. Чтобы произведение куба первого числа на второе было наименьшим?

Вариант 4.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-8x^2-9$ на отрезке $[0;3]$.

2. Для стоянки машин выделили площадку прямоугольной формы, примыкающую одной стороной к стене здания. Площадку обнесли с трех сторон металлической сеткой длиной 200 м. И площадь ее при этом оказалась наибольшей. Каковы размеры площадки?

Вариант 5.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=-x^4+2x^2+3$ на отрезке $[-2;0]$.

2. Из куска картона 32 см $\times$ 20 см требуется изготовить открытую сверху коробку наибольшей вместимости, вырезая по углам квадраты и затем, загибая выступы для образования боковых сторон коробки. Найдите объем коробки.

Вариант 6.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^3-3x$ на отрезке $[-1{,}5;2]$.

2. Требуется сделать коробку, объем которой должен равняться 108 см ^{3}. Коробка открыта сверху и имеет квадратное дно. Каковы должны быть ее размеры, чтобы на ее изготовление пошло наименьшее количество материала?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 29.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ: «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ».

1 вариант **2 вариант**

№ 1. Найти производную функции:

1 вариант:

1. $y = (3x^2 - x)(4 - x^3)$,
2. $y = \dfrac{5 - 2x^3}{6x^2}$,
3. $y = \ln(Sinx + 4)$.

2 вариант:

1. $y = (5x^2 - x)(2 - x^2)$,
2. $y = \dfrac{6x^2}{5 + 2x^3}$,
3. $y = Sin(Cosx - 3)$.

№ 2. Тело движется прямолинейно по закону $S = \dfrac{1}{3}t^3 - 2t^2 - 1$.

Найти скорость и ускорение тела

через **2** секунды. через **3** секунды.

№ 3. Составить уравнение касательной к графику функции $\mathbf{y = x^3 - 5x}$

в точке $x_0 = -2$. в точке $x_0 = -3$.

№ 4. Исследовать функцию и построить график:

$\mathbf{y = 3x^2 - 2x^3}$. $\mathbf{y = 2x^3 - 3x^2}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 30.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ «ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ».

I вариант **II вариант**

№ 1. Вычислить интегралы:

I вариант:

а) $\int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 1)dx =$

б) $\int_0^1 (2x^3 - 1)^4 x^2 dx =$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{Sinx} Cosxdx =$

II вариант:

а) $\int_2^3 (3x^2 - 4x - 1)dx =$

б) $\int_0^1 (x^2 + 1)^3 xdx =$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} e^{Cosx} Sinxdx =$

№ 2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = 4 - x^2,\ y = 0;$ а) $y = x^2 + 1,\ y = 0,\ x = 0,\ x = 2;$

б) $y = x^2 - 6x + 9, \quad y = x - 3.$ б) $y = x^2 - 8x + 16, \quad y = 6 - x.$

№ 3. Скорость движения точки $V = 24t - 6t^2$ м/с.

Найдите путь, пройденный точкой

за 3 с от начала движения. за 3-ю секунду.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 31

Показательные уравнения и неравенства.

Цель работы: Применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации.

Опр. Показательными уравнениями называются уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

1) Простейшие уравнения, т.е. такие, левую и правую части которых можно привести к одному основанию решаются так:

Пример

$5^x = 625 \quad \Rightarrow \quad 5^x = 5^4 \Rightarrow x = 4. \qquad \textit{Ответ}: x = 4$

2) Уравнения вида $2^x + 2^{x-1} - 2^{x-3} = 4$ решаются вынесением за скобки степени с наименьшим показателем.

3) Уравнения, вида $7^{2x} - 48 \cdot 7^x = 49$ решаются с помощью подстановки $a^x = y$, сводится к квадратному.

Пример

Решить уравнение: $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$

Решение:

$5^x = y$,

$5y^2 - 26y + 5 = 0$,

$D = 169 - 25 = 144$,

$y_1 = 5 \; y_2 = 1/5$

$5^x = 5$

$x - 1$,

$5^x = 1/5$

$x = -1$

Ответ: $x = 1$ и $x = -1$

4) При решения уравнения вида $a^x = b^x$ обе части уравнения необходимо разделить на b^x, т.к. $b^x \neq 0$

$$\frac{a^x}{b^x} = 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0.$$

Решение показательных неравенств сводится к решению простейших неравенств вида $a^x \succ a^b$

или $a^x \prec a^в$

Если $a > 1$ и $a^x \succ a^b$, то $x > b$

Если $0 < a < 1$ и $a^x \succ a^b$, то $x < b$

Пример Решить неравенство: $\left(\sqrt{5}\right)^{4-x} \geq \frac{1}{125}$

Решение:

$5^{(4-x)/2} \geq 5^{-3}$, $a = 5$, сравним показатели $(4 - x)/2 \geq -3$, $4 - x \geq -6$, $-x \geq -10$, $x \leq 10$

Ответ: $x \leq 10$

1 вариант

1. Решить уравнение:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$; б) $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63$; в) $0{,}2^{x^2+4x-5} = 1$

г) $4^x + 2^x - 20 = 0$; д) $\left(\sqrt{10}\right)^x = 10^{x^2-x}$

2. Решить неравенство:

а) $7^{x-2} > 49$; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$; в) $9^x - 3^x - 6 > 0$; г) $\left(\sqrt{5}\right)^{x-6} < \frac{1}{5}$; д) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \geq 1$.

---

2 вариант

1. Решить уравнение:

а) $0{,}1^{2x-3} = 10$; б) $2^{x+3} - 2^{x+1} + \ = 12$; в) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = 1$

г) $9^x + 3^x - 6 = 0$; д) $100^{x^2-1} = 10^{1-5x}$

2. Решить неравенство:

а) $3^{x-2} > 9$; б) $\left(1\frac{1}{5}\right)^x > \frac{5}{6}$; в) $4^x - 2^x < 12$; г) $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{x+6} > \frac{1}{9}$; д) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \leq 1$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 32

Логарифмические уравнения и неравенства.

<u>Цель работы</u>: применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации.

<u>Опр.</u> Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма, называются логарифмическими.

Такие уравнения решаются с помощью определения логарифма, теорем о логарифмах и утверждения, что если положительные числа равны, то и равны их логарифмы при данном основании и обратно, если логарифмы чисел равны, то равны и соответствующие им числа. Во всех случаях полученные решения необходимо проверить подстановкой их в данное уравнение и исключить посторонний корень. Часто используется формула перехода от одного основания к другому $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

Пример Решить уравнение $\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=3$

Решение

$\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=3 \qquad 3=\log_2 8$

$\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=\log_2 8$

$(x+1)\cdot(x+3)=8$

$x^2+4x+3=8$

$x^2+4x-5=0$

$x_1=1, \quad x_2=-5$

Проверка

$x=1 \qquad \log_2(1+1)+\log_2(1+3)=\log_2 2+\log_2 4=1+2=3$ - левая часть

3=3 $\Rightarrow$ x = 1 – корень уравнения

$x=-5 \qquad \log_2(-5+1)+\log_2(-5+3)=\log_2(-4)+\log_2(-2)$ - левая часть не имеет смысла $\Rightarrow$

x = -5 не является корнем

Ответ: x = 1

При решении простейших логарифмических неравенств типа $\log_a x \succ \log_a b$ необходимо использовать следующее правило:

Если $a > 1$, то знак неравенства не меняется , т.е. $x > b$

Если $0 < a < 1$, то знак неравенства меняется на противоположный, т.е. $x < b$.

При решении логарифмических неравенств необходимо проверить, входит ли полученное решение в область определения неравенства

Пример Решить неравенство $\lg(x+1)\le 2$

Решение

$\lg(x+1)\le 2 \qquad 2=\lg 100$

$\lg(x+1)\le \lg 100$

$a=10, \quad a\succ 1 \quad \Rightarrow \quad x+1\le 100$

$x\le 99$

Область определения: $x + 1 > 0$

$x > -1$

Общее решение: $\begin{cases} x\le 99, \\ x\succ -1 \end{cases} \Rightarrow \quad -1\prec x\le 99$ *Ответ:* $-1\prec x\le 99$

1 вариант

1. Решить уравнение:

а) $\log_5(2x-1)=2$ **;** *б*) $\lg(x-1)+\lg x=0$; *в*) $\log_5\dfrac{1-2x}{x+3}=1$; *г*) $\log_8 x+\log_{\sqrt{2}} x=14$

2. Решить неравенство:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3) > \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(x-5) > 1$ в) $\log_{\frac{1}{6}}(10-x) + \log_{\frac{1}{6}}(x-3) \geq -1$;

г) $\log_8(x^2-4x+3) < 1$

2 вариант

1. Решить уравнение:

а) $\log_4(2x+3) = 3$; *б)* $\log_2(x-2) + \log_2(x-3) = 1$; *в)* $\log_4 \frac{4+2x}{x-5} = 2$; *г)* $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10$

2. Решить неравенство:

а) $\lg(3x-4) < \lg(2x+1)$**;** *б)* $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) > 2$; *в)* $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) + \log_{\frac{1}{2}}(9-x) \geq -3$

г) $\log_6(x^2-3x+2) \geq 1$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 33.

Метод интервалов.

Цель работы: Повторить следующие темы:

1.определение степени с рациональным показателем, корень n-ой степени и их свойства;

2. решение неравенств методом интервалов;

3. методы решения иррациональных уравнений и неравенств

Оборудование:карты индивидуальных заданий, калькулятор.

Порядок выполнения работы:

1.Ответить на контрольные вопросы

2. Используя указания к практической работе, решить задания своего варианта

3.Оформить решение

Метод интервалов

№ 2. Решить неравенство:

$$\frac{2}{x} - \frac{9}{x^2+3x} + \frac{x}{x+3} \leq 0$$

Решение:

Приведём сначала неравенство к виду, позволяющему применить метод интервалов. Для этого в знаменателе второй дроби вынесем x за скобки:

$$\frac{2}{x} - \frac{9}{x(x+3)} + \frac{x}{x+3} \leq 0$$

Приведем к общему знаменателю заданные дроби:

$$\frac{2(x+3)-9+x\cdot x}{x(x+3)} \le 0$$

$$\frac{2x+6-9+x^2}{x(x+3)} \le 0$$

$$\frac{x^2+2x-3}{x(x+3)} \le 0$$

Рассмотрим функцию $f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x(x+3)}$

Найдем нули и точки разрыва этой функции:

Нули:

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 =$
$= 4^2$

$x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1 \qquad x_2 = \frac{-2-4}{2} = -3$

Точки разрыва:

$x(x+3) = 0$

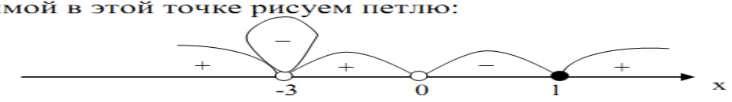
$x = 0$ или $(x+3) = 0$

$x = -3$

Нанесём найденные точки на числовую прямую в порядке возрастания (точки разрыва функции на прямой «выколоты»). Функцию разложим на линейные множители:

$$f(x) = (x-1)(x+3)x(x+3) = x(x-1)(x+3)^2$$

Точка x=-3 двойная (один из множителей в разложении в <u>четной</u> степени), поэтому на прямой в этой точке рисуем петлю:



Для определения знака на одном из интервалов, возьмем любую «удобную» точку, например x=2 и подставим это число вместо x в выражение $f(x)$:

$2(2-1)(2+3)^2 = 2 \cdot 1 \cdot 25 > 0$. Ставим в крайнем интервале знак «+», затем чередуем знаки, проходя через петлю.

Выберем на числовой прямой те промежутки, знак которых совпадает со знаком неравенства. Это промежуток $x \in (0; 1]$, который и является решением заданного неравенства.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №34.

Контрольная работа по теме «Уравнения и неравенства»

Методические указания

<u>**Опр.**</u> Показательными уравнениями называются уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

1) Простейшие уравнения, т.е. такие, левую и правую части которых можно привести к одному основанию решаются так:

$5^x = 625 \;\Rightarrow\; 5^x = 5^4 \Rightarrow x = 4.$ *Ответ*: $x = 4$

2) Уравнения вида $2^x + 2^{x-1} - 2^{x-3} = 4$ решаются вынесением за скобки степени с наименьшим показателем.

3) Уравнения, вида $7^{2x} - 48 \cdot 7^x = 49$ решаются с помощью подстановки $a^x = y$, сводится к квадратному.

<u>*Пример*</u> Решить уравнение: $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$

Решение:

$5^x = y$,

$5y^2 - 26y + 5 = 0$,

$D = 676 - 4 \cdot 25 = 576$,

$y_1 = 5, \quad y_2 = \frac{1}{5}$

$5^x = 5$

$x = 1$,

$5^x = \frac{1}{5}$

$x = -1$

Ответ: $x = 1$ и $x = -1$

4) При решения уравнения вида $a^x = b^x$ обе части уравнения необходимо разделить на b^x, т.к. $b^x \neq 0$

$$\frac{a^x}{b^x} = 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0.$$

Решение показательных неравенств сводится к решению простейших неравенств вида $a^x \succ a^b$

или $a^x \prec a^в$

Если $a > 1$ и $a^x \succ a^b$, то $x > b$

Если $0 < a < 1$ и $a^x \succ a^b$, то $x < b$

<u>*Пример*</u> Решить неравенство: $\left(\sqrt{5}\right)^{4-x} \geq \frac{1}{125}$

<u>*Решение*</u>:

$5^{(4-x)/2} \geq 5^{-3}$, $a = 5$, сравним показатели $(4 - x)/2 \geq -3$, $4 - x \geq -6$, $-x \geq -10$, $x \leq 10$

Ответ: $x \leq 10$

<u>**Опр.**</u> Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма, называются логарифмическими.

Такие уравнения решаются с помощью определения логарифма, теорем о логарифмах и утверждения, что если положительные числа равны, то и равны их логарифмы при данном основании и обратно, если логарифмы чисел равны, то равны и соответствующие им числа. Во всех случаях полученные решения необходимо проверить подстановкой их в данное уравнение и исключить посторонний корень. Часто используется формула перехода от одного основания к другому $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

<u>*Пример*</u> Решить уравнение $\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3$

<u>*Решение*</u>

$\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3 \qquad 3 = \log_2 8$

$\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = \log_2 8$

$(x+1)\cdot(x+3) = 8$

$x^2 + 4x + 3 = 8$

$x^2 + 4x - 5 = 0$

$x_1 = 1, \quad x_2 = -5$

<u>*Проверка*</u>

$x = 1 \qquad \log_2(1+1) + \log_2(1+3) = \log_2 2 + \log_2 4 = 1 + 2 = 3$ - левая часть

3=3 $\Rightarrow$ $x = 1$ – корень уравнения

$x=-5$ $\log_2(-5+1)+\log_2(-5+3)=\log_2(-4)+\log_2(-2)$ - левая часть не имеет смысла $\Rightarrow$

$x = -5$ не является корнем

Ответ: $x = 1$

При решении простейших логарифмических неравенств типа $\log_a x \succ \log_a b$ необходимо использовать следующее правило:

Если $a > 1$, то знак неравенства не меняется , т.е. $x > b$

Если $0 < a < 1$, то знак неравенства меняется на противоположный, т.е. $x < b$.

При решении логарифмических неравенств необходимо проверить, входит ли полученное решение в область определения неравенства.

Пример Решить неравенство $\lg(x+1) \le 2$

Решение

$\lg(x+1) \le 2$ $\quad 2 = \lg 100$

$\lg(x+1) \le \lg 100$

$a = 10, \quad a \succ 1 \quad \Rightarrow \quad x+1 \le 100$

$x \le 99$

Область определения: $x + 1 > 0$

$x > -1$

Общее решение: $\begin{cases} x \le 99, \\ x \succ -1 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad -1 \prec x \le 99$ *Ответ:* $-1 \prec x \le 99$

Тема: Решение показательных уравнений и неравенств.

2. Решить уравнение: **1 вариант**

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$; б) $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63$; в) $0{,}2^{\,x^2+4x-5} = 1$

г) $4^x + 2^x - 20 = 0$; д) $\left(\sqrt{10}\right)^x = 10^{x^2-x}$

2. Решить неравенство:

а) $7^{x-2} > 49$; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$; в) $9^x - 3^x - 6 > 0$; г) $\left(\sqrt{5}\right)^{x-6} < \frac{1}{5}$; д) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \ge 1$.

---

2 вариант

Тема: Решение показательных уравнений и неравенств.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Решить уравнение:

а) $0{,}1^{\,2x-3} = 10$; б) $2^{x+3} - 2^{x+1} + \ = 12$; в) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = 1$

г) $9^x + 3^x - 6 = 0$; д) $100^{x^2-1} = 10^{1-5x}$

2. Решить неравенство:

а) $3^{x-2} > 9$; б) $\left(1\frac{1}{5}\right)^x > \frac{5}{6}$; в) $4^x - 2^x < 12$; г) $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{x+6} > \frac{1}{9}$;

д) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \le 1$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №35.

Контрольная работа по теме «Объем и площадь поверхности».

Вариант 1

1. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро образует с плоскостью основания угол 45^0. Сторона основания пирамиды равна 6 см. Найдите объем пирамиды.
2. Найдите объем и площадь поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 6 см и гипотенузой 10 см вокруг большего катета.
3. Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, в основании которого прямоугольник со сторонами 9 см и 6 см, равна 408 см^2. Найдите объем параллелепипеда.
4. Три одинаковых металлических куба с ребрами по 4 см сплавлены в один куб. Определите полную поверхность этого куба и его массу, если плотность металла равна 8,4 г/см^3.
5. Сколько шариков диаметром 2 см можно отлить из металлического куба с ребром 4 см?

Вариант 2

1. В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро образует с плоскостью основания угол 60^0. Высота пирамиды равна 3 см. Найдите площадь поверхности пирамиды.
2. Найдите объем и площадь поверхности тела, полученного при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника с катетом 6 см вокруг его оси симметрии.
3. Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда равна 136 см^2, стороны основания 4 см и 6 см,. Найдите объем параллелепипеда.
4. Два металлических куба с ребрами 1 см и 2 см сплавлены в один куб. Определите полную поверхность этого куба и его массу, если плотность металла равна 8,4 г/см^3.
5. Сколько кубиков с ребром 2 см можно отлить из металлического шара диаметром 4 см?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №36.

Самостоятельная работа по теме «Элементы теории вероятности».

Вариант 1

В коробке лежат 6 яблок и 14 груш. Какова вероятность того, что взятый наудачу оттуда фрукт окажется яблоком?

В партии из 23 деталей находятся 10 бракованных. Вынимают из партии наудачу две детали. Определить, какова вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окажется бракованной.

Из 60 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент подготовил 50. Какова вероятность того, что взятый наудачу студентом билет, содержащий 2 вопроса, будет состоять из подготовленных им вопросов?

В ящике 5 апельсинов и 4 яблока. Наудачу выбираются один за другим 2 фрукта. Какова вероятность, что оба фрукта – апельсины?

Вариант 2

Пишется наудачу некоторое двузначное число. Какова вероятность того, что в этом числе на последнем месте окажется цифра 0?

На складе находятся 26 деталей из которых 13 стандартные. Рабочий берет наугад три детали. Определить вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окажется стандартной.

В ящике 5 апельсинов и 4 яблока. Наудачу выбираются 3 фрукта. Какова вероятность, что все три фрукта – апельсины?

В коробке лежат 6 яблок и 14 груш. Наудачу выбираются один за другим 2 фрукта. Какова вероятность, что оба фрукта – груши?

Критерии оценивания практических работ

Если практическая работа выполнена в полном объеме и правильно оформлена, то ставится оценка «5».

Если практическая работа выполнена более чем на 75%, ставится оценка «4».

Если практическая работа выполнена более чем на 60%, ставится оценка «3».

В противном случае работа не засчитывается.

Список использованной литературы.

1. Богомолов Н. В., Самойленко П. И. Математика: учебник для ссузов.-М.:Дрофа, 2019.-395с.
2. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике: Учебное пособие для средних спец.учебных заведений.- М. :Высшая школа, 2019.-495с.
3. Богомолов Н. В., Сергиенко Л. Ю. Сборник дидактических заданий по математике: Учебное пособие для ссузов. - М.: Дрофа, 2020.-236 с.
4. Погорелов А.В. Геометрия. Учебник для 10 -11 классов. М.: Просвещение 2019 г.

УЗДЕНОВА Фатима Хамитовна

МАТЕМАТИКА

Практикум для обучающихся 1 курса по специальности 33.02.01 Фармация

Корректор Чагова О.Х.
Редактор Чагова О.Х.

Сдано в набор 31.07.2024 г.
Формат 60х84/16
Бумага офсетная.
Печать офсетная.
Усл. печ. л.4,41
Заказ № 4926
Тираж 100 экз.

Оригинал-макет подготовлен
в Библиотечно-издательском центре СКГА
369000, г. Черкесск, ул. Ставропольская, 36