МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ

УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ

Боташева Ф.Ю.

Байрамукова А.С.

**МЕХАНИКА**

Учебно-методическое пособие для обучающихся 1 курса

по специальности30.05.03 Медицинская кибернетика)

Черкесск, 2021

УДК 531/534

ББК 22.2

Б86

Рассмотрено на заседании кафедры «Медицинская кибернетика»

Протокол №5от «18» декабря 2020 г.

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом СКГА

Протокол№19 от «26» февраля 2021 г.

**Рецензенты**: Лайпанов М.З. - к. ф.-м. н, и.о. зав.кафедрой Физики КЧГУ

Б86 **Боташева, Ф.Ю.**Механика:учебно-методическое пособие для обучающихся 1 курса по специальности 30.05.03 Медицинская кибернетика / Ф.Ю.Боташева, А.С.Байрамукова Черкесск: СКГА, 2021. – 52 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для обучающихся на 1 курсе по специальности 30.05.03 Медицинская кибернетика, содержит решения типовых задач с подробным анализом и индивидуальные задания для обучающихся по разделу «Механика». Каждому из разделов предшествует краткая теоретическая часть справочного характера, содержащая основные законы и их математическую интерпретацию (формулы), используемые при решении задач.

**УДК 531/534**

**ББК 22.2**

© Боташева Ф.Ю., Байрамукова А.С., 2021

© ФГБОУ ВО СКГА, 2021

**Содержание**

[Введение 4](#_Toc73969609)

[Указания к выполнению контрольной работы 4](#_Toc73969610)

[1. Кинематика 6](#_Toc73969611)

[2.Динамика 16](#_Toc73969612)

[3.Законы сохранения 25](#_Toc73969613)

[4. Динамика вращательного движения 28](#_Toc73969614)

[5. Элементы специальной теории относительности 32](#_Toc73969615)

[6. Элементы механики жидкостей 35](#_Toc73969616)

[7. Механические колебания и волны 41](#_Toc73969617)

[Библиографический список 46](#_Toc73969618)

[Приложения 47](#_Toc73969619)

# Введение

Овладеть курсом физики – это значит не только понять физические явления и закономерности, но и научится применять их на практике. При обучении физике основным дидактическим средством являются физические задачи. Применение общих положений физики для разрешения конкретного, частного вопроса есть решение физической задачи. На практических занятиях под руководством преподавателя студенты обучаются методике решения задач по физике. Умение решать задачи делает знания практически применимыми.

Цель настоящего учебно-методического пособия – оказать помощь обучающимся 1 курса по специальности 30.05.03 Медицинская кибернетика в изучении курса механики. Учебно-методическое пособие содержит решения типовых задач и индивидуальные задания для обучающихся 1 курса по специальности 30.05.03 Медицинская кибернетика. Каждому из разделов предшествует краткая теоретическая часть справочного характера, содержащая основные формулы, законы и их математическую интерпретацию.

**Указания к выполнению контрольной работы**

С целью углубления понимания физических процессов необходимо овладеть умением решать задачи по физике. Для решения задач недостаточно теоретических знаний по предмету, необходимы специальные знания по методике решения задач. Эти специальные знания приобретаются в ходе самостоятельного решения большого числа задач.

Методика решения задач по физике рекомендует придерживаться следующего алгоритма действий:

1. представление физической модели задачи, т.е. проникновение в физическую суть условий поставленной задачи;

2. поиск решения, т.е. исследование возможных вариантов решения данной задачи;

3. решение задачи, т.е. действия в соответствии с выбранным вариантом;

4. оценка полученных результатов.

Первый этап решения задачи является наиболее важным. Для адекватного представления физической модели необходимы знания по физике, если их нет, нужно сначала обратиться к теоретическому материалу по соответствующему разделу физики. Поможет в представлении физической сути задачи следующая последовательность действий:

а) внимательно прочитайте условие задачи;

б) запишите ее краткое условие, выполнив перевод внесистемных единиц в систему СИ;

в) при необходимости сделайте чертеж.

На втором этапе после получения физической модели следует применить известные алгоритмы решения аналогичных физических задач. При этом совсем необязательно, что первый же алгоритм приведет к правильному решению. Физические задачи очень разнообразны, для их решения могут использоваться разные алгоритмы. Второй этап называется этапом поиска решения.

Успешное выполнение второго этапа предполагает следующую последовательность действий:

а) запишите физические формулы, отражающие законы, которые лежат в основе явлений, описанных в задаче;

б) установите зависимость между исходными данными задачи и искомыми величинами;

в) решите задачу в общем виде, получите буквенное выражение искомых величин;

г) проведите проверку размерности полученных выражений.

На третьем этапе проведите вычисления по полученным формулам.

Четвертый этап заключается в проведении анализа полученного решения.

Каждый студент выполняет контрольную работу, согласно своему варианту, который определятся последовательностью цифр в зачётке студента.

**Требования, предъявляемые к выполнению контрольной работы**

1. Контрольная работа выполняется в отдельной тетради, страницы которой должны быть пронумерованы. Необходимо оставить поля для замечаний преподавателя.

2. На обложке тетради следует указать: курс, факультет (отделение), фамилию, имя, отчество выполнившего работу, название дисциплины, номер варианта контрольной работы, первичная или повторная работа.

3. Контрольная работа должна быть написана ручкой, разборчивым почерком, без сокращения слов. Необходимые для пояснения решения задачи рисунки или чертежи с нанесенными на них обозначениями должны быть выполнены четко.

4. Контрольные работы выполняются только по условиям задач данного пособия в соответствии с номером варианта, определяемым последней цифрой шифра зачетной книжки студента.

5. Решение всех задач должно сопровождаться подробными пояснениями, раскрывающими физический смысл применяемых формул и всего хода решения, а также рисунками и чертежами, когда решение на них опирается. Буквенные обозначения должны быть пояснены.

6. При решении задач следует все величины, данные в условии задачи, выражать в единицах системы СИ и проверять решение путем действий над единицами измерения.

7. После проверки преподавателем контрольная работа возвращается студенту с замечаниями и оценкой: зачтена работа или не зачтена.

8. Если работа не зачтена, студент должен выполнить в той же тетради всю или только часть работы по указанию преподавателя повторно, исправив все отмеченные недочеты в первичной работе, и принести преподавателю с надписью «повторная».

# 1. Кинематика

Краткие теоретические сведения

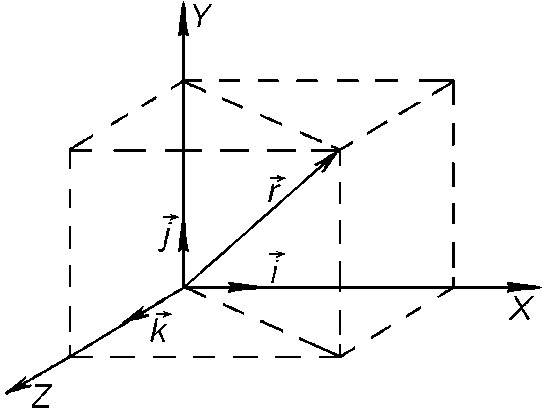
****

Рисунок 1.1

1. Положение материальной точки в пространстве задается радиус-вектором ,где  – единичные векторы направлений (орты); *x*,*y*, *z* – координаты точки (рис. 1.1).

Абсолютное значение радиус-вектора .

Кинематические уравнения движения(в векторной форме)  или (в координатной форме) ,где *t* – время.

Уравнение траектории  может быть получено из кинематических уравнений координат исключением времени.

2. Средняя скорость , где – перемещение материальной точки за время Δ*t*. Средняя скалярная (путевая) скорость: , где – путь,пройденный точкой за время . Мгновенная скорость, = , где  – проекции скорости на оси координат. Абсолютное значение скорости .

3. Ускорение , где 

– проекции ускорения на оси координат. Абсолютное значение ускорения .

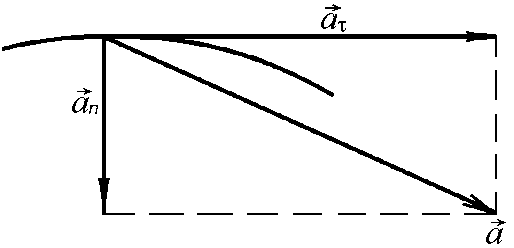
****

Рисунок1.2

При криволинейном движении ускорение можно представить как сумму нормальной  итангенциальной  составляющей (рис. 1.2). Абсолютное значение этих ускорений:

,

где *R* – радиус кривизны в данной точке траектории.

4. Путь  где  – модуль скорости;  и  – начальный и конечный моменты времени, соответствующие пройденному пути. Перемещение

,

где  – векторы, соответствующие начальному и конечному положениям материальной точки.

5. Кинематические уравнения равнопеременного движения ()

,

где  – начальная скорость.

6. Положение твердого тела (при заданной оси вращения) определяется углом поворота (или угловым перемещением) ϕ*.* Кинематическое уравнение вращательного движенияϕ = *f*(*t*)*.*

7. Средняя угловая скорость<ω> = Δϕ/Δ*t,* где Δϕ – изменение угла поворота за интервал времени Δ*t.* Мгновенная угловая скорость*.*

8. Угловое ускорение .

9. Кинематические уравнения равнопеременного вращения (ε=*const*)**,

где ω0 – начальная угловая скорость.

10. Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими вращение материальной точки, выражается следующими формулами (рис. 1.3 и 1.4):

.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Рисунок 1.3Рисунок 1.4

**Примеры решения задач**

**Задача 1.**Уравнение движения тела имеет вид х = 15t + 0,4 t2 м. Найти ускорение движения тела.

|  |
| --- |
| ДАНО:  *х = 15t + 0,4 t2 м* |
| а - ? |

**Решение**

Воспользуемся определением ускорения



По условию задачи движение является прямолинейным вдоль оси х, поэтому для определения ускорения необходимо взять дважды производную от функции *х = 15t + 0,4 t2* по времени.

,

.

Ответ: 

|  |
| --- |
| ДАНО:  α = 1 м/с4; β = 1 c3; γ = 1 м/c  *t*= 0; |
| – ? |

**Задача**2. Скорость материальной точки изменяется по закону , где α = 1 м/с4, β = 1 c3, γ = 1 м/c. Определить закон движения, если в начальный момент времени (*t*= 0) точка находилась в начале координат .

**Решение**:

Согласно условию задачи,компоненты вектора скорости известны:

 Интегрируя данные выражения, получаем уравнение движения в проекциях на координатные оси:



Окончательно*:*

; ; ,

где *с*1, *с*2, и *с*3– постоянные, которые определяются из начальных условий; учитывая, что *x*= 0, *y*= 0*, z*= 0 при *t*= 0, получаем c1 = 0;*c*2 = –3γ/(2π);*c*3= 0.

Тогда (1.1.3) перепишем следующим образом:

; ; 

*х* = α(0,5*t*4 *–* β*t*);*y*= 3γ/2π(cos(2π*t*/3) *–* 1);*z* = 0*.*

Искомое уравнение движения материальной точки имеет вид:

.

Проверим размерность .

Ответ: .

**Задача**3. При равноускоренном движении из состояния покоя тело проходит за пятую секунду 90 см. Определить перемещение тела за седьмую секунду?

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  S5 = 90 см | СИ  0,9 м |
| S7 = ? |  |

**Решение**

Проведем ось Х в направлении движения тела, а оси выберем в точке, из которой тело начинает движение. Тогда х4 – перемещение тела за 4 секунды,

х5 – перемещение тела за 5 секунд, причем, согласно уравнению равноускоренного движения,

,

где t4 = 4 c, t5 = 5 c. Следовательно, перемещение тела за пятую секунду равно



откуда(1)

Аналогично, перемещение тела за седьмую секунду равно



где х6, х7 – перемещение тела за 6 и 7 секунд соответственно, а t6 = 6 c, t7 = 7 c.

С учетом уравнения (1) получим расчетную формулу:

.

Проведем проверку размерности:.

Теперь можно провести вычисления:

Ответ: 

**Задача**4. Тело, брошенное с Земли вертикально вверх, упало назад через 8 с. Найти, на какую высоту оно поднялось и какова была его начальная скорость.

|  |
| --- |
| Дано:  *t*= 8 c  *g* =10м/с2 |
| Найти:  *Н–*? |

**Решение**

Выберем систему координат 0*Y*как показано на рис. 1.5, т. е. начало координат поместим на поверхности Земли, а ось *Y* направим вертикально вверх.

Запишем закон изменения координаты *y* со временем:

.

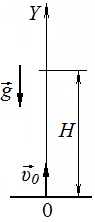


Рисунок 1.5

Поскольку начало координат выбрано там, где тело находиться в начальный момент времени, то начальная координата. Проекция начальной скорости  на ось *Y* равна , т. к.  и ось Y сонаправлены. Проекция ускорения  на ось *Y* отрицательна: .

Следовательно, уравнение принимает вид:



Начальную скорость найдем из уравнения, учитывая, что в точке падения .



Или после сокращения на *t* получим

.



 (м/с),

Высоту подъема H найдем, учитывая, что в верхней точке , а , где – время подъема:



Время подъема  найдем из уравнения зависимости скорости от времени , учитывая, что в верхней точке скорость равна нулю . Тогда , отсюда



Тогда:



(м).

Ответ:  м/с; *Н=*80 м.

**Задача**5. Мяч брошен со скоростью 10 м/с под углом 300 к горизонту. Найти высоту его наибольшего подъема.

|  |
| --- |
| Дано:  V0 = 10 м/с2 |
| Найти:  h = ? |

**Решение**:

В данной задаче все величины приведены в системе СИ. Для ее решения воспользуемся формулой

y = ·t - ,

где . В точке наивысшего подъема вертикальная составляющая скорости равна 0, т.е.

Vy=  - g·t = 0. Из этого условия определим время подъема мяча:

t = .

Тогда высота наибольшего подъема

.

Проведем проверку размерности:

.

Вычислим высоту наибольшего подъема:

.

Ответ:1,25м.

**Задача**6. Камень брошен горизонтально со скоростью v0 = 15 м/с. Найти нормальное и тангенциальное ускорения камня через время t = 1 с после начала движения. Найти радиусы кривизны траектории в момент броска и через 1 с после начала движения.

|  |
| --- |
| ДАНО:    t = 1 |
| an, at, R0,R - ? |

**Решение**

Рассмотрим свободное падение камня как суперпозицию двух независимых движений: по горизонтали и вертикали. При движении в поле тяжести земли горизонтальная составляющая скорости камня остается постоянной  (по х – равномерное движение), а по вертикали возрастает (по у – равноускоренное движение с ускорением свободного падения), при этом полное ускорение камня также равно ускорению свободного падения . Разложим полное ускорение на тангенциальную и нормальную составляющие, а полную скорость на горизонтальную и вертикальную составляющие.

Полная скорость и полное ускорение равны ,

.

Из рис. 1.2 видно, что 



Рисунок 1.6

Из этих соотношений легко получить





Для момента броска запишем выражение для нормального ускорения , откуда найдем радиус кривизны траектории . Аналогично, нормальное ускорение через t = 1 с после начала движения

,

откуда найдем искомый радиус кривизны



**Задачи для самостоятельного решения**

1. Определить модуль скорости материальной точки в момент времени  с, если точка движется по закону,гдем/с2; м.
2. Материальная точка движется по закону , где  м;  м. Определить вектор скорости, вектор ускорения и траекторию движения материальной точки.
3. Радиус-вектор частицы меняется со временем по закону , где  (м/с) – постоянный вектор; (с–1) – постоянная величина. Найти: а) скорость  и ускорение  частицы в зависимости от времени; б) промежуток времени , по истечении которого частица вернется в исходную точку, а также путь s, который она пройдет при этом.
4. Радиус-вектор частицы изменяется со временем по закону:  (м). Найти: а) скорость  и ускорение  частицы; б) модуль скорости  в момент  с; в) приближенное значение пути s, пройденного частицей за 11-ю секунду движения.
5. Частица движется со скоростью . Здесь  м/с2. Найти: а) модуль скорости  частицы в момент времени с; б) ускорение частицы  и его модуль; в) путь s, пройденный частицей с момента с до момента  с.
6. Ускорение материальной точки изменяется по закону , где  м/с4; м/с2. На каком расстоянии от начала координат она будет находиться в момент времени  с, если ,  при?
7. Электрон движется в некоторой системе отсчета из начального положения, определяемого радиус-вектором  где  м,  м, с начальной скоростью , где  м/с и ускорением , где  м/с3,  м/c2. Найти: а) положение электрона в момент времени  с; б) скорость электрона при  с; в) угол между радиус-вектором  и вектором  скорости при .
8. Частица движется с ускорением  (м/с2). Определить модуль скорости частицы в момент  c, если в начальный момент времени  скорость была  (м/с).
9. Материальная точка движется по закону , где  м;  м. Определить вектор скорости, вектор ускорения и траекторию движения материальной точки.
10. Уравнение движения материальной точки вдоль оси *х* имеет вид , где  м/с, м/с3. Найти скорость  и ускорение *а* в момент времени с.
11. У светофора трактор, движущийся равномерно со скоростью 18 км/ч, обогнал автомобиль, который из состояния покоя начал двигаться с ускорением *а=*1,25 м/с2. Определить: 1) на каком расстоянии от светофора автомобиль обгонит трактор; 2) скорость автомобиля при обгоне.
12. Поезд метро проходит перегон *s=2* км за *t=2* мин 20 с. Максимальная скорость поезда км/ч. В начале и в конце перегона поезд движется с постоянными ускорениями, равными по абсолютной величине. Определить эти ускорения.
13. Катер, двигаясь вниз по течению, затратил время в 3 раза меньше, чем на обратный путь. Определить, с какими скоростями относительно берега двигался катер, если средняя скорость на всем пути составила км/ч.
14. Пассажир едет в поезде, скорость которого км/ч. Навстречу этому поезду движется товарный поезд длиной км со скоростью км/ч. Сколько времени товарный поезд будет перемещаться мимо пассажира?
15. Эскалатор метрополитена поднимает неподвижно стоящего на нем пассажира в течение времени мин. По неподвижному эскалатору пассажир поднимается за время мин. Сколько времени будет подниматься пассажир по движущемуся эскалатору?
16. Лодка движется по реке перпендикулярно берегу со скоростью . Скорость течения реки . Определить, под каким углом к берегу движется лодка.
17. Лодка, двигаясь перпендикулярно берегу, оказалась на другом берегу на расстоянии *s=*25 м ниже по течению через *t=* 1 мин 40 с. Ширина реки *l =*100 м. Определить скорость лодки и скорость течения реки.
18. Автомобиль начал двигаться с ускорением м/с2 и через некоторое время оказался на расстоянии *s=*12 м от начальной точки. Определить скорость тела в этот момент времени. Чему равна средняя скорость?
19. В момент времени*t0 =* 0 поезд имел скорость  м/с; в момент времени *t1 =* 5,0 с – скорость . Определить ускорение поезда и егосреднюю скорость.
20. Тело начинает двигаться со скоростью =10 м/с и движется с ускорением –2,0 м/с2. Определить, какой путь тело пройдет за время *t1=* 6,0 c и *t2* = 8,0 с.
21. Автомобиль, двигаясь равноускоренно, через *t=*10c после начала движения достиг скорости км/ч. Определить ускорение, с которым двигался автомобиль. Какой путь он при этом прошел? Какой путь автомобиль прошел за последнюю секунду?
22. С каким ускорением движется тело, если за восьмую секунду после начала движения оно прошло путь *s=*30 м? Найти путь за 15-ю секунду.
23. Два автомобиля выходят из одного пункта в одном направлении. Второй автомобиль выходит на  с позже первого. Оба движутся равноускоренно с одинаковым ускорением  м/с2. Через сколько времени, считая от начала движения первого автомобиля, расстояние между ними окажется равным *s=*240 м?
24. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью . Когда оно достигнет высшей точки траектории, из того же начального пункта с той же скоростью  бросают второе тело. На каком расстоянии от начального пункта они встретятся?
25. В какой момент времени у тела, брошенного горизонтально с начальной скоростью =19,6 м/с, тангенциальное ускорение равно нормальному?
26. Мяч брошен горизонтально со скоростью м/с. Через какой промежуток времени и в каком месте нормальное ускорение мяча будет в два раза больше тангенциального?
27. Дальность полета тела, брошенного горизонтально со скоростью м/с, равна высоте, с которой его бросили. Определить значение этой высоты. Под каким углом к горизонту тело упало на землю?
28. С вертолета, летящего на высоте м со скоростью км/ч, сбросили груз. На какой высоте его скорость будет направлена под углом 450 к горизонту?
29. Под каким углом к горизонту нужно бросить с Земли тело, чтобы его максимальная высота подъема была в два раза больше дальности полета?
30. В какой момент времени у тела, брошенного горизонтально с начальной скоростью =25 м/с, тангенциальное ускорение равно нормальному?
31. Тело вращается так, что зависимость угловой скорости от времени определяется уравнением; . Найти полное число оборотов, совершенных телом за 20 с после начала вращения. Указать начальную угловую скорость и ускорение тела.
32. Движение точки по окружности радиуса м задано уравнением: . Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорение точки в момент времени t=2 с, если А=10 м, В= –2 м/с и С=1 м/с2.
33. Зависимость угла поворота радиуса вращающегося колеса от времени дана уравнением: . Найти угловую и линейную скорость вращения колеса, а также полное ускорение точки, лежащей на ободе колеса в конце первой секунды вращения. Радиус колеса 20 см.
34. Точка движется по окружности радиуса м согласно уравнению: , где м/с3. В какой момент времени t нормальное ускорение точки будет равно тангенциальному ускорению? Чему будет равно при этом полное ускорение точки?
35. Диск радиусом  см вращается согласно уравнению: , где рад, рад/с и рад/с3. Определить тангенциальное, нормальное и полное ускорение точек на краю диска в момент времени с.
36. Поезд въезжает на закругленный участок пути с начальной скоростью км/ч и проходит путь м за время с, двигаясь равноускоренно. Радиус закругления равен км. Определить скорость и ускорение поезда в конце этого пути.
37. Колесо радиуса м катится без скольжения по горизонтальной дороге со скоростью м/с. Определить скорость и ускорение точек, лежащих на концах вертикального и горизонтального диаметров.
38. Сравнить линейные скорости и центростремительные ускорения точек земной поверхности на экваторе и на широте . Радиус Земли *R* принять равным 6400 км.
39. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением  Через 0,5 с после начала движения полное ускорение колеса  см/с2. Чему равен радиус колеса?
40. Вал начинает вращаться и в первые 10 с, совершает 50 оборотов. Считая вращение вала равноускоренным, определить угловое ускорение и конечную угловую скорость.

# 2.Динамика

### Краткие теоретические сведения

1. Уравнение движения материальной точки (второй закон Ньютона) в векторной форме , или при m = const,, где – векторная сумма внешних сил, действующих на материальную точку; m – масса;  – ускорение; – импульс; N – число внешних сил действующих на точку.

В координатной форме (скалярной): , , , где под знаком суммы стоят проекции сил  на соответствующие оси координат.

2. Cила упругости ,где –  коэффициент упругости (жесткость в случае пружины); x – абсолютная деформация.

3. Сила гравитационного взаимодействия, гдеG – гравитационная постоянная;  и  – массы взаимодействующих тел, рассматриваемых как материальные точки;  – расстояние между ними.

1. Сила трения скольжения , где μ – коэффициент трения скольжения; N – сила нормальной реакции.

**Примеры решения задач**

**Задача**1. По горизонтальной дороге мальчик тянет санки массой 30 кг за веревку, направленную под углом 60° к плоскости дороги, с силой F = 100 Н. Коэффициент трения между санками и дорогой равен μ = 0,12. Какой путь пройдут санки за первые 5 с, если в начальный момент они покоились?

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  m=30кг  α=600  F = 100 Н  μ = 0,12  t=5c |  |
| s = ? |  |

**Решение**:

На рис. 2.1 изображены действующие на санки силы.















Рисунок 2.1

Запишем уравнение второго закона Ньютона в проекции на горизонтальную ось



Запишем закон трения скольжения



Для нахождения силы реакции запишем уравнение второго закона Ньютона в проекции на вертикальную ось



Отсюда определяем силу трения



Найдем ускорение, с которым движутся санки



Тогда путь, пройденный санками, будет равен



Подставляя числовые значения, получаем 

**Задача**2. На санки m, лежащие на гладкой горизонтальной плоскости, в момент t = 0 начала действовать сила, зависящая от времени как  где k – постоянная Направление этой силы все время составляет угол α с горизонтом. Найти: скорость санок в момент отрыва от плоскости и путь, пройденный санками к этому моменту.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  m  α  F = kt  t0 |  |
| V,s = ? |  |

**Решение:**

Выясним, с какими телами взаимодействуют санки в процессе движения. Это будут веревка, c помощью которой тянут санки, Земля и ее поверхность.

Тогда на санки со стороны окружающих тел действуют следующие силы:

* сила тяги F (со стороны веревки);
* сила тяжести mg(со стороны Земли);
* сила реакции опоры N (со стороны поверхности Земли) (см. рис. 2.1).

Запишем уравнение второго закона Ньютона в векторной форме для тела:



Выберем систему отсчета, как показано на рис. 2.1, направив одну из осей параллельно вектору ускорения.

















cos

*F*

α

sin

*F*

α

Рисунок 2.2

Спроецировав полученное уравнение на координатные оси, решим систему уравнений.



Условием отрыва санок от плоскости является равенство нулю силы реакции опоры



Отсюда получим время движения санок по плоскости до отрыва:



Найдем ускорение санок и скорость движения по плоскости как функции времени

.



Определим скорость в момент отрыва и путь, пройденный санками к этому моменту





**Задача 3.** Тело скользит без трения по наклонной плоскости высотой h. Сколько времени будет двигаться тело от вершины наклонной плоскости до ее основания, если угол наклона плоскости к горизонту равен α.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  h  α  Fтр=0 |  |
| t = ? |  |

**Решение:**

На тело в процессе движения действуют следующие силы (см. рис.2.3):

* сила тяжести mg;
* сила нормальной реакции N.

Под действием приложенных сил тело скользит по наклонной плоскости с ускорением a. Второй закон Ньютона в этом случае имеет вид



















Рисунок 2.3

Выберем систему отсчета, направив одну из осей параллельно ускорению. Спроецировав уравнение движения на координатные оси, получаем систему уравнений, из которой находим ускорение тела.

;

.

Из второго уравнения можно найти силу нормальной реакции, знание которой в данной задаче не требуется. Из первого уравнения находим ускорение тела

.

Путь, который проходит тело (длина наклонной плоскости), равен



Время τ движения тела по наклонной плоскости определяем из уравнения



Тогда время движения тела по наклонной плоскости будет равно



**Задача 4.** Через неподвижный блок перекинута нить, к концам которой прикреплены грузы массами m1 и m2 (см. рис. 2.4). Такая установка называется машиной Атвуда и служит для экспериментального изучения законов динамики. Найти ускорения грузов и силу натяжения нити. Найти ускорение центра масс.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  m1  m2 |  |
| а1, а2, Т,ас - ? |  |

**Решение**

Запишем для каждого груза второй закон Ньютона:

;

.













Рисунок 2.4

Проецируя уравнения второго закона Ньютона для каждого груза на вертикальную ось и учитывая невесомость нити и блока, не растяжимость нити и отсутствие трение в оси блока, получаем:









Решая систему уравнений, находим ускорение грузов



и силу натяжения нити



Рисунок 2.5

Данное решение справедливо, если m1 >m2. Если же m1 <m2, то ускорение грузов отрицательно. Это означает, что ускорения грузов направлены в противоположную сторону. Если же массы грузов одинаковы, то грузы покоятся либо движутся с постоянной скоростью.

Найдем ускорение центра масс с помощью выражения



Для нашей задачи



**Задача**5.Невесомый блокукреплен на конце стола. Гири одинаковой массы m1 = m2 = 1 кг соединены нитью и перекинуты через блок. Коэффициент трения гири о стол μ = 0,1. Найти ускорение а, с которым движутся гири, и силу натяжения нити Т. Трением в блоке пренебречь.

1

2

|  |
| --- |
| Дано:  m1 = m2 = 1 кг  μ = 0,1 |
| Найти:  а–? |

**Решение**.

Выполним рисунок, на которомукажем все силы,действующие на тела, инаправление ускорения

















Запишем уравнения II закона Ньютона для 1 и 2 тела в векторной форме, объединив уравнения в систему:



Выберем систему координат XOY и запишем уравнения (1) и (2) в проекции на оси OX и OY.

OX:T – Fтр = m2a(3)

OY:N – m2g = 0(4)

T – m1g = − m1a(5)

Сила трения скольжения прямо пропорциональна силе нормального давления:

Fтр = μN.

Из уравнения (4) N = m2g, тогда преобразуем уравнение (3):

T – μm2g = m2a

Учтем, что m1 = m2 = m, и получим



Решая эту систему, получим выражение для ускорения:

−μmg + mg = ma + ma

mg(1 – μ) = 2ma

(8)

Вычислим ускорение:



Выразим силу натяжения нити из уравнения (6):

и вычислим ее

.

Вывод размерности: ;

.

Ответ: а = 4,41 м/с2; Т = 5,39 Н.

**Задача**6. Определить скорость движения автомобиля массой2 т по вогнутому мосту радиусом 100 м, если он давит на середину моста с силой 2,5·104 Н.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  m=2 т  R =100 м  P = 2,5·104Н | СИ  103кг |
| Найти:  V–? | |

**Решение**:

Выполним чертеж к задаче, обозначив на нем все силы, приложенные к автомобилю. Под действием этих сил автомобиль приобретает центростремительное







ускорение, направленное в сторону вогнутости моста. Составим уравнение движения автомобиля



Спроецируем это уравнение на ось OY:

ma=N-mg

и учтем, что центростремительное ускорение связано со скоростью движения автомобиля формулой:

,

а сила нормальной реакции со стороны моста по III закону Ньютона равна по модулю силе давления автомобиля на мост, т.е.

N = P

Получим формулу:

.

Откуда:

.

Проведем проверку размерности:

,

Перейдем к вычислениям:



Ответ: 16,4 .

1. Тело массой m = 2 кг движется прямолинейно по закону s = A–Bt + Ct2 –Dt3 (C = 2 м/с2, D = 0,4 м/с3). Определить силу, действующую на тело в конце первой секунды движения.
2. К нити подвешен груз массой m = 500 г. Определить силу натяжения нити, если нить с грузом: 1) поднимать с ускорением 2 м/с2; 2) опускать с ускорением 2 м/с2.
3. По наклонной плоскости с углом α наклона к горизонту, равным 30°, скользит тело. Определить скорость тела в конце второй секунды от начала скольжения, если коэффициент трения f = 0,15.
4. Лодка массой М = 150 кг и длиной 1 = 2,8 м стоит неподвижно в стоячей воде. Рыбак массой m = 90 кг в лодке переходит с носа на корму. Пренебрегая сопротивлением воды, определить, на какое расстояние s при этом сдвинется лодка.
5. Из орудия массой m1= 5 т вылетает снаряд массой m2= 100 кг. Кинетическая энергия снаряда при вылете Wк2 = 7,5 МДж. Какую кинетическую энергию Wк1 получает орудие вследствие отдачи?
6. Человек массой 60 кг, стоящий на льду, ловит мяч массой 0,5 кг, летящий со скоростью 20 м/с. На какое расстояние сместится человек, если коэффициент трения обуви о лед равен 0,05?
7. Ракета, масса которой в начальный момент времени М = 2 кг, запущена вертикально вверх. Относительная скорость выхода продуктов сгорания u = 150 м/с, расход горючего μ = 0,2 кг/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить ускорение a ракеты через t = 3 c после начала ее движения. Поле силы тяжести считать однородным.
8. Тело массой m=100г, брошенное вертикально вниз с высоты h=20 м со скоростью *v*1 = 10 м/с, упало на Землю со скоростью *v*2 = 20 м/с. Найти работу по преодолению сопротивления воздуха.
9. Стальной шарик массой m = 20 г, падая с высоты h1= 1 м на стальную плиту, отскакивает от нее на высоту h2= 81 см. Найти импульс силы F Δt, полученный плитой за время удара, и количество теплоты Q, выделившейся при ударе.
10. Диск вращается вокруг вертикальной оси с частотой n = 30 об/мин. На расстоянии r = 20 см от оси вращения на диске лежит тело. Каким должен быть коэффициент трения k между телом и диском, чтобы тело не скатилось с диска?
11. Тело массой m = 5 кг поднимают с ускорением а =2 м/с2. Определить работу силы в течение первых пяти секунд.
12. Определить работу, совершаемую при подъеме груза массой m = 50 кг по наклонной плоскости с углом наклона α = 30° к горизонту на расстояние s = 4 м, если время подъема t = 2 с, а коэффициент трения f = 0,06.
13. Труба массой кг лежит на земле. Какое усилие надо приложить, чтобы приподнять краном трубу за один из ее концов? С какой силой действует другой конец трубы на землю?
14. Тело, падая с некоторой высоты, в момент соприкосновения с Землей обладает импульсом р=100 кг-м/с и кинетической энергией Т=500Дж. Определить: 1) с какой высоты тело падало; 2) массу тела.
15. С башни высотой H =20 м горизонтально со скоростью υo= 10 м/с брошен камень массой m = 400 г. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить для момента времени t= 1 с после начала движения: 1) кинетическую энергию; 2) потенциальную энергию.
16. Автомашина массой m = 2000 кг останавливается за t = 6 c, пройдя расстояние S = 30м. Определить: 1) начальную скорость автомашины; 2) силу торможения.
17. Тело брошено вертикально вверх со скоростью υo= 20 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить, на какой высоте h кинетическая энергия тела будетравнаегопотенциальнойэнергии.
18. Подвешенный на нити шарик массой m = 200 г отклоняют на угол α = 45°. Определить силу натяжения нити в момент прохожденияшарикомположенияравновесия.
19. С вершины идеально гладкой сферы радиусом R = 1,2 м соскальзывает небольшое тело. Определить высоту h (от вершины сферы), с которой тело со сферы сорвется.
20. Два шара массами m1 = 3 кг и m2 = 2 кг подвешены на нитях длиной 1= 1 м. Первоначально шары соприкасаются между собой, затем больший шар отклонили от положения равновесия на угол α =60° и отпустили. Считая удар упругим, определить скорость  второго шара после удара.

# 3.Законы сохранения

### Краткие теоретические сведения

1. Координаты центра масс системы материальных точек

;;,

где m – масса i-ой материальной точки; , , – ее координаты.

2. Закон сохранения импульса выполняется в замкнутой системе и записывается в виде: , где N – число материальных точек (или тел), входящих в систему.

3. Работа, совершаемая постоянной силой: ,

где α – угол между направлениями векторов силы  и перемещения .

4. Работа, совершаемая переменной силой:

=,

где  – скалярное произведение силы  на элементарное приращение радиус-вектора , интегрирование производится вдоль кривой, обозначаемой L (траектории).

5. Мощность: , где  – работа, совершаемая за промежуток времени .

6. Кинетическая энергия материальной точки (или тела, движущегося поступательно): .

7. Потенциальная энергия упруго деформированного тела (сжатой или растянутой пружины):, где  – жесткость пружины, х – величина деформации.

8. Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия двух материальных точек (или тел) массами m1 и m2, находящихся на расстоянии r друг от друга: .

9. Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести: , где h – высота тела над уровнем, принятым за начало отсчета потенциальной энергии.

10. Закон сохранения энергии в механике выполняется в замкнутой системе, в которой действуют только консервативные силы, и записывается в виде: .

**Примеры решения задач.**

**Задача1.** Какую скорость получит неподвижная лодка, имеющая вместе с грузом массу 200 кг, если находящийся в ней пассажир выстрелит в горизонтальном направлении? Масса пули 10 г, ее скорость 800 м/с.

Дано: СИ

**Решение:**

Рассмотрим механическую систему лодка-пуля. В начальный момент времени система покоилась и импульс системы Р*0*=0. Так как в системе не действуют внешние силы, импульс системы не изменяется, т.е. Р*0*=Р*к*=0.

mл = 200 кг

Vл0 =0 м/с

mп = 10г10-2кг

Vп = 800м/с

V*лк* = ?

Конечный импульс системы складывается из импульса пули и импульса лодки после выстрела:

=0.

Введем ось ОХ, направленную вдоль движения пули и составим проекцию полученного векторного уравнения на эту ось:

Рп-Рлк=0.

Отсюда Рлк = Рп = mп·Vп.

Так как Рлк = mл·Vлк,найдем скорость лодки после выстрела

.

Проверка размерности в данной задаче очевидна.

Перейдем к вычислениям:



Ответ: .

**Задача 2.**Камень, скользящий по горизонтальной поверхности льда, останавливается, пройдя расстояние 48 м. Определить начальную скорость камня, если известно, что коэффициент трения равен 0,06.

Дано:

**Решение:**

Для решения задачи применим закон изменения механической энергии. Так как камень скользит по горизонтальной поверхности льда, его потенциальная энергия не изменяется. Начальная кинетическая энергия камня равна .

S = 48 м

f = 0,06

Vк= 0 м/с

V*0* = ?

Конечная кинетическая энергия камня равна 0. Изменение кинетической энергии равно работе силы трения. Таким образом:

,

Сила трения по закону Кулона равна

Fтр= f·N,

где N = mg – сила нормальной реакции поверхности льда. Следовательно

.

Отсюда найдем начальную скорость:

.

Проверка размерности:

.

Проведем вычисления:



Ответ: .

**Задачи для самостоятельного решения**

1. Шар массой *т1=2* кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы и при этом теряет 40% кинетической энергии. Определить массу *т*2 большего шара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, цент­ральным.
2. Определите скорости двух шаров массами m1 и m2 после центрального абсолютно упругого удара. Скорости шаров до удара v1 и v2 соответственно
3. По небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне массой *m*= 300 кг, ударяет молот массой *т2*= 8 кг. Определить КПД *ŋ* удара, если удар неупру­гий. Полезной считать энергию, затраченную на деформацию куска железа.
4. Спусковую пружину игрушечного пистолета сжали на 5 см, при вылете шарик массой 20 г приобрел скорость 2 м/с. Необходимо рассчитать, какова жесткость пружины
5. Шар массой *т1*= 1 кг движется со скоростью v = 4 м/с и сталкивается с шаром массой *т2*= 2 кг, движущимся навстречу ему со скоростью v2=3 м/с. Ка­ковы скорости *и1*и *и2*шаров после удара? Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.
6. При растяжении пружины на 20 см она приобрела потенциальную энергию упругодеформированного тела 20 Дж. Какова жесткость пружины?
7. Шар массой *т1* =3 кг движется со скоростью v1 = 2 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой *т2*=5 кг. Какая работа будет совершена при деформации шаров? Удар считать абсолютно неупругим, прямым, центральным.
8. Определить КПД ŋ неупругого удара бойка массой *т1*=0,5т, падающего на сваю массой *т2=*120 кг. Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи.
9. Шар массой *т1*= 4 кг движется со скоростью v = 5 *м/c*и сталкивается с шаром массой *т2=*6 кг, который движется ему навстречу со скоростью v*2*= 2 м/с. Определить скорости *u1*и *и2*шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.
10. Шар массой *т1*= 10 кг движется со скоростью *v1*= 1 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой *m2*=4 кг. Определить скорости *и1*и *и2*шаров после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, цент­ральным.

# 4. Динамика вращательного движения

Краткие теоретические сведения

Момент M силы F относительно какой-нибудь оси вращения определяется формулой

M=Fl,

где l – кратчайшее расстояние от прямой, вдоль которой действует сила, до оси вращения.

Моментом инерции материальной точки относительно какой-нибудь оси вращения называется величина

J=mr2,

где m – масса материальной точки иr – ее расстояние до оси вращения.

Моментом инерции твердого тела относительно его оси вращения

,

где интегрирование должно быть распределено навесь объем тела. Производя интегрирование можно получить момент инерции тела любой формы.

Момент инерции сплошного однородного цилиндра (диска) относительно оси цилиндра

,

где R – радиус цилиндра и m – его масса.

Момент инерции полого цилиндра (обруча) с внутренним радиусом R1 и внешним R2 относительно оси цилиндра

,

для тонкостенного полого цилиндра R1≈ R2=RиJ≈mR2.

Момент инерции однородного шара радиусом R относительно оси, проходящей через его центр,

.

Момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через его середину перпендикулярно к нему,

.

Если для какого-либо тела известен его момент инерции J0 относительно оси, проходящей через центр масс, то момент инерции относительно любой оси, параллельно первой, может быть найден по формуле Штейнера

J=J0+md2,

где m – масса тела и D – расстояние от центра масс тела до оси вращения.

Основной закон динамики вращательного движения (закон сохранения момента импульса) выражается уравнением

M·dt=dL=d(Jω),

где M – момент сил, приложенных к телу, L – момент импульса тела (J – момент инерции тела, ω – его угловая скорость). Если J=const, то

,

где ε – угловое ускорение, приобретаемое телом под действием момента сил M.

Кинетическая энергия вращающегося тела

,

где J –момент инерции тела и ω – его угловая скорость.

Примеры решения задач

**Задача 1.** Найти момент инерции тонкого стержня длиной  и массой относительно оси, проходящей через край стержня перпендикулярно стержню (рис. 4.4).

**Решение**











Используя теорему Штейнера для момента инерции стержня относительно оси, проходящей через его центр, учитывая, что получим

Рис. 4.4



**Задача 2.** Найти момент инерции тонкого диска радиуса R и массой m относительно оси x (см. рис. 4.5).

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  R  m |  |
| Ix- ? |  |

**Решение**

В силу симметрии ясно, что .







Рисунок 4.5

Момент инерции диска относительно оси z будет: 

Используя , получим

.

**Задача3.** На неподвижный блок массы m1радиуса R с моментом инерции I намотана легкая нить, к концу которой прикреплено тело массы m2. В момент времени t = 0 система пришла в движение. Найти зависимость момента импульса системы относительно оси вращения от времени (см. 4.4 рис. к задаче 4.2).

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  R  I  t=0 | СИ  0,9 м |
| I (t) = ? |  |

**Решение**

Момент импульса системы относительно оси складывается из момента импульса блока и тела: , или

,

где I – момент инерции блока.

Из второго закона Ньютона для тела и основного уравнения динамики вращательного движения для блока:



.

.

Получим 

.

Угловое ускорение не зависит от времени ,

а момент импульса равен

.

**Задачи для самостоятельного решения**

1. Определить момент инерции сплошного однородного диска радиусом R= 40 см и массой m = 1 кг относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска.
2. К ободу однородного сплошного диска массой m = 10 кг, насажанного на ось, приложена постоянная касательная сила F = 30 H. Определить кинетическую энергию диска через время t = 4 с после начала действия силы.
3. Колесо радиусом R = 30 см и массой m = 3 кг скатывается по наклонной плоскости длиной *l* = 5 м и углом наклона α = 25°. Определить момент инерции колеса, если его скорость υ в конце движения составляла 4,6 м/с.
4. Кинетическая энергия вала, вращающегося с частотой n = 5 об/с, Wк= 60 Дж. Найти момент импульса L вала.
5. Обруч диаметром D = 56,5 см висит на гвозде, вбитом в стену, и совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период колебаний Т обруча.
6. Туловище вертикально стоящего человека (без учета рук) имеет относительно оси вращения, проходящей через его центр масс, момент инерции0,68 кг**.**м2. Вычислить полный момент инерции тела человека относительно этой же оси, считая, что плечевой сустав находится от неё на расстоянии20 сми масса каждой руки4,2 кг.
7. Человек, расставив руки, стоит на скамье Жуковского, вращающейся относительно вертикальной оси, делая1 об/c. Какова будет частота вращения , если человек прижмет руки к туловищу? Момент инерции туловища (без рук), момент инерции руки в горизонтальном положении -  Момент инерции скамьи Жуковского равен.
8. Человек стоит на горизонтальной платформе, вращающейся с частотой1,1 об/с. Определить частоту вращения после того как человек ложится на платформу так, что ось вращения проходит через его центр масс. Моменты инерции человека в вертикальном и горизонтальном положениях равны соответственно1,2и . Масса платформы40 кг и её диаметр2 м.
9. Под действием вращающего момента коленчатый вал трактора С-100 начал вращаться равноускоренно и через некоторое время приобрёл кинетическую энергию75 МДж. Сколько времени длился разгон вала? Момент инерции вала
10. Колесо вентилятора начинает вращаться с угловым ускорением0,33 рад/с2 и через17 сек. после начала вращения имеет момент импульса40  Вычислить кинетическую энергию колеса через25 с после начала вращения.
11. Фигурист вращается, делая. Как изменится момент инерции фигуриста, если он прижмет руки к груди, и при этом частота вращения станет
12. Колесо вентилятора начинает вращаться с угловым ускорением0,5 рад/с2 и через25 сек. после начала вращения имеет момент импульса45  Вычислить кинетическую энергию колеса через35 с после начала вращения.
13. Вычислить момент инерции руки человека относительно плечевого сустава. Масса руки4,1 кг,её длина (при пальцах, сжатых в кулак) 0,56 м. Для упрощенияпринять руку за однородный стержень.
14. Человек, расставив руки, стоит на скамье Жуковского, вращающейся относительно вертикальной оси, делая0,5 об/c. Какова будет частота вращения , если человек прижмет руки к туловищу? Момент инерции туловища (без рук), момент инерции руки в горизонтальном положении -  Момент инерции скамьи Жуковского равен.
15. Фигурист вращается, делая. Как изменится момент инерции фигуриста, если он прижмет руки к груди, и при этом частота вращения станет

# 5. Элементы специальной теории относительности

Краткие теоретические сведения

Длина l тела, движущегося со скоростьюυ относительно некоторой системы отсчета, связана с длиной *l*0 тела, неподвижного в этой системе, соотношением

,

где β=υ/с, с – скорость распространения света.

Промежуток времени Δτ в системе, движущейся со скоростью υ по отношению к наблюдателю, связан с промежутком времени Δτ0 в неподвижной для наблюдателя системе соотношением

.

Зависимость массы m тела от скорости υ его движения дается уравнением

,

где m0 – масса покоя этого тела.

Зависимость кинетической энергии тела от скорости υ его движения дается уравнением

.

Изменение массы системы на Δm соответствует изменению энергии системы на

ΔW=c2 Δm.

Релятивистский закон сложения скоростей для тела, движущегося вдоль оси OX, имеет вид



где υ – скорость движущейся системы отсчета K′, u′ – скорость относительносистемы K′, u– скорость относительно неподвижной.

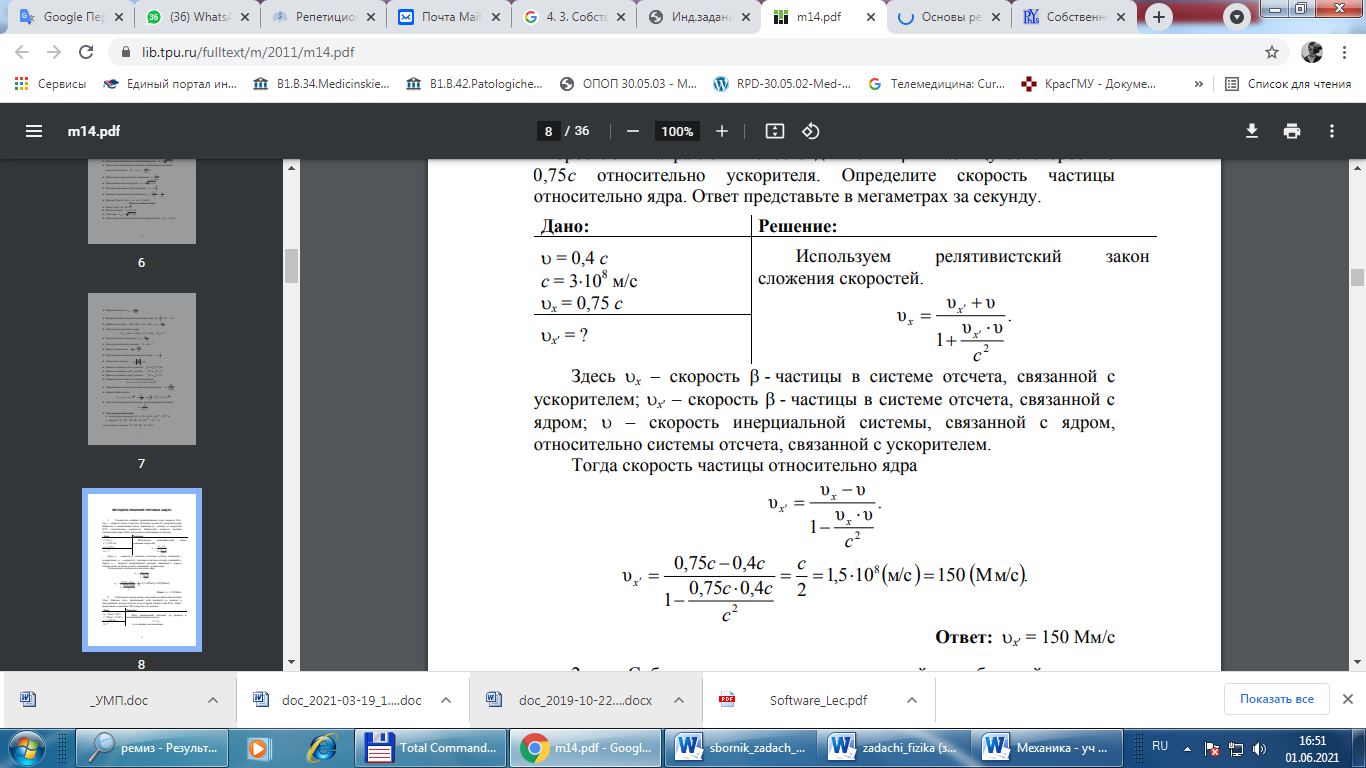
**Примеры решения задач**

**Задача 1.**Ускоритель сообщил радиоактивному ядру скорость 0,4с, где с − скорость света в вакууме. В момент вылета из ускорителя ядро выбросило в направлении своего движения β - частицу со скоростью 0,75с относительно ускорителя. Определите скорость частицы относительно ядра. Ответ представьте в мегаметрах за секунду.

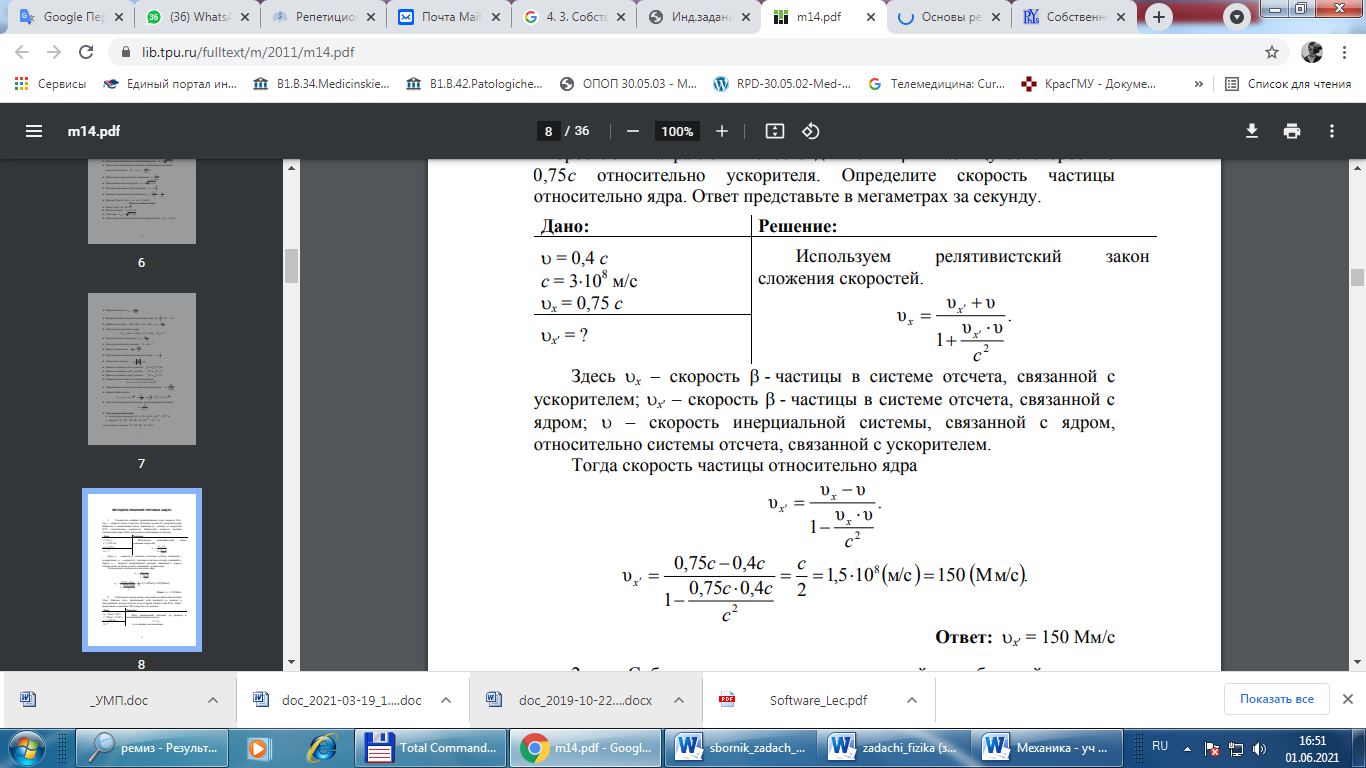
|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  υ=0,4 с  с=3\*108м/с  υx=0,75 v/c |  |
| υ х′-? |  |

**Решение:**

Используем релятивистский закон сложения скоростей.



Здесь υх – скорость β - частицы в системе отсчета, связанной с ускорителем; υх′ – скорость β - частицы в системе отсчета, связанной с ядром; υ – скорость инерциальной системы, связанной с ядром, относительно системы отсчета, связанной с ускорителем. Тогда скорость частицы относительно ядра



Ответ: 150 Мм/с

**Задача 2.**Две частицы движутся навстречу друг другу со скоростями;: 1) ν=0,5си u=0,75с; 2) *ν=с*и u=0,75 с. Найти их относительную скорость в первом и втором случаях.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  1) ν=0,5с  *и* = 0,75с  2) ν=с  u = 0,75с |  |
| -? |  |

**Решение.**

Согласно теореме сложения скоростей в теории относительности,



где ν, u - скорости соответственно первой и второй частиц; *и'-* их относительная скорость; с - скорость света в вакууме. Для первого и второго случаев находим:





Это означает, что, во-первых, ни в какой инерциальной системе отсчета скорость процесса не может превзойти скорость света, и, во-вторых, скорость распространения света в вакууме абсолютна.

Ответ: 0,91 с, с

**Задача 3**.Стержень длиной 1 м движется мимо наблюдателя со скоростью 0,8 с. Какой покажется наблюдателю его длина?

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  ℓо= 1 м  ν = 0,8 *с* |  |
| ℓ -? |  |

**Решение:**

Зависимость длины тела от скорости в релятивистской механике выражается формулой

(1)

где ℓо - длина покоящегося стержня; ν - скорость его движения; *с -* скорость света в вакууме. Подставляя в формулу (1) числовые значения имеем



Ответ: ℓ = 0,6 м.

**Задачи для самостоятельного решения**

1. Две нестабильные частицы движутся в системе отсчета К в одном направлении вдоль одной прямой с одинаковой скоростью υ = 0,6 с. Расстояние между частицами в системе К равно 64 м. Обе частицы распались одновременно в системе К', которая связана с ними. Определить промежуток времени между распадом частиц в системе К.
2. Определить относительную скорость движения, при которой релятивистское сокращение линейных размеров тела составляет 10%.
3. В системе К' покоится стержень (собственная длина *l*0 = 1,5 м), ориентированный под углом θ' = 30° к оси Ох'. Система К' движется относительно системы К со скоростью υ = 0,6 с. Определить в системе К: 1) длину стержня 1; 2) соответствующий угол .
4. Определить собственную длину стержня, если в лабораторной системе его скорость υ = 0,6 с, длина *l* = 1,5 м и угол между ним и направлением движения =30°.
5. Ионизованный атом, вылетев из ускорителя со скоростью 0,8 с, испустил фотон в направлении своего движения. Определить скорость фотона относительно ускорителя.
6. Две ракеты движутся навстречу друг другу относительно неподвижного наблюдателя с одинаковой скоростью, равной 0,5 с. Определить скорость сближения ракет, исходя из закона сложения скоростей: 1) в классической механике; 2) в специальной теории относительности.
7. Частица движется со скоростью υ = 0,8 с. Определить отношение массы релятивистской частицы к ее массе покоя.
8. Определить на сколько процентов масса релятивистской элементарной частицы, вылетающей из ускорителя со скоростью υ = 0,75 с, больше ее массы покоя.
9. Определить скорость движения релятивистской частицы, если ее масса в два раза больше массы покоя.
10. Определить релятивистский импульс протона, если скорость его движения υ = 0,8с.
11. Определить скорость, при которой релятивистский импульс частицы превышает ее ньютоновский импульс в n = 3 раза.
12. Кинетическая энергия частицы оказалась равной ее tэнергии покоя. Определить скорость частицы.
13. Определить релятивистский импульс pи кинетическую энергию Тпротона, движущегося со скоростью υ = 0,75 с.
14. Определить кинетическую энергию электрона, если масса движущегося электрона втрое больше его массы покоя. Ответ выразить в электронвольтах.
15. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы увеличить скорость частицы с массой покоя moот 0,5 с до 0,7 с.

# 6. Элементы механики жидкостей

Краткие теоретические сведения

Используется единый подход к изучению жидкостей и газов, т. к. в ряде механических явлений их поведение определяется одинаковыми параметрами и идентичными уравнениями. Поэтому пользуются единым термином «жидкость».

1. Давление жидкости – скалярная физическая величина, определяемая нормальной поверхностной силой, действующей со стороны жидкости на единицу площади:

, , , Па = Н/м2.

2. Закон Паскаля: жидкость (или газ) передает производимое на нее поверхностными силами внешнее давление по всем направлениям без изменения.

3. Закон Архимеда: на тело, погруженное в жидкость (газ), действует со стороны жидкости направленная вверх сила, равная весу жидкости, объем которой совпадает с объемом погруженной в жидкость части тела:

, ,

где ρ – плотность жидкости, V – объем погруженной в жидкость части тела.

Жидкость, плотность которой с изменением давления не изменяется, называется несжимаемой.

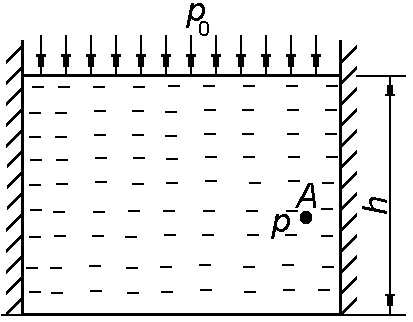
****

Рисунок 6.1

4. Давление в жидкости.

 – давление на свободной поверхности жидкости, часто оно равно атмосферному.

В точке А, погруженной в жидкость на высоту h, давление равно р (рис. 1.6.1)

,

где  – гидростатическое давление.

5. Уравнение неразрывности, трубка тока, уравнение расхода.

Уравнение неразрывности:

.

Для стационарного случая , . В случае одномерного течения имеем .

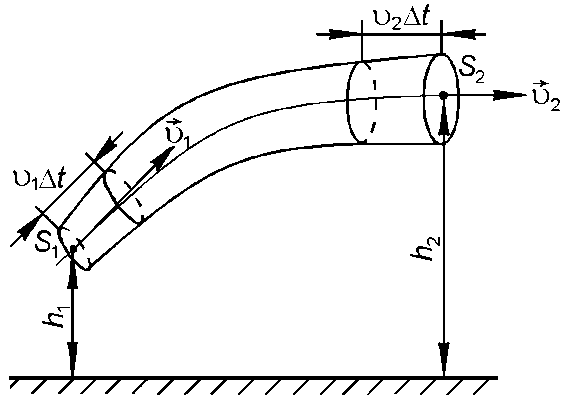
****

Рисунок 6.2

Векторная линия – линия, в каждой точке которой вектор касателен к ней. Если через каждую точку замкнутого контура провести векторную линию – для вектора скорости, то получим замкнутый объем, ограниченный векторной поверхностью, который принято называть трубкой тока. По определению перенос массы возможен лишь вдоль трубки тока. Тогда объемный расход через трубку тока на стационарном режиме будет равен

, м3/с,

где V – скорость, м/с, S – площадь поперечного сечения трубки тока, м2.

Массовый расход через трубки тока

, кг/с,

где ρ – плотность жидкости, кг/м3.

6. Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости:

,

где  – полное давление, р – статическое давление,  – гидростатическое давление,  – динамическое давление.

7. Идеальная жидкость – физическая абстракция – жидкость, в которой отсутствуют силы внутреннего трения.

Формула Торричелли, определяющая скорость истечения идеальной жидкости через малое отверстие в открытом широком сосуде:

,

где h – глубина, на которой находится отверстие относительно свободной поверхности жидкости в сосуде.

8. Формула Пуазейля, определяющая расход жидкости через поперечное сечение трубки:

, м3/с,

где r – радиус трубки, – ее длина, ΔР – разность давлений на концах трубки,   
η – динамическая вязкость жидкости.

9. Число Рейнольдса для потока жидкости:

,

где  – среднемассовая скорость течения жидкости, – определяющий размер,  – кинематическая вязкость.

Для движения шарика в жидкости или течения жидкости по трубам:

,

где υ – скорость шарика, d – диаметр шарика или внутренний диаметр трубки.

При числах Рейнольдса, меньших некоторого критического значения , движение жидкости является ламинарным. При значениях  движение жидкости переходит в турбулентное.

Критическое число Рейнольдса для движения шарика в жидкости ; для потока жидкости в трубах .

10. Формула Стокса, определяющая силу сопротивления F, действующую со стороны потока жидкости на медленно движущийся в ней шарик:

,

где r – радиус шарика, υ – его скорость. Формула справедлива для скоростей, при которых .

**Примеры решения задач**

**Задача1.** Открытый сверху цилиндрический сосуд высотой h заполнен доверху идеальной жидкостью. В дне сосуда открыли малое отверстие, площадь которого в n раз меньше площади отверстия сосуда. Считая n>> 1, найти, через какое время вся жидкость вытечет из сосуда.

|  |
| --- |
| ДАНО:  h |
| τ – ? |

**Решение:**

Запишем уравнение неразрывности струи и уравнение Бернулли для двух сечений: на высоте x и на выходе из отверстия:



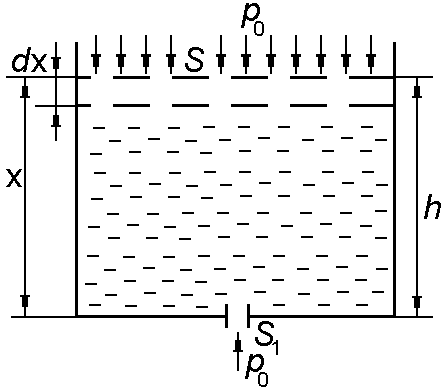


Рисунок6.3

.

Учитывая, что , из первого уравнения получим:

.

Подставив значения во второе уравнение, имеем:

.

Учитывая, что n>> 1, получим:

.

Тогда:

.

Интегрируем в пределах: по t от нуля до τ, по x от h до нуля:

.

Ответ: .

**Задача 2**. В сосуде с глицерином падает свинцовый шарик. Определить максимальное значение диаметра шарика, при котором движение слоев глицерина, вызванное падением шарика, является еще ламинарным. Движение считать установившимся.

|  |
| --- |
| ДАНО:  η = 1480 мПа⋅с = 1480⋅10–3 Па⋅с  ρсв = 11,3 г/см3 = 11,3⋅103 кг/м3  ρгл = 1,26 г/см3 = 1,26⋅103 кг/м3 |
| dmax – ? |

**Решение:**

Если тело, движущееся в жидкости, имеет форму шара диаметром d, то

,а критическое значение этого числа .

Скорость выразим из второго закона Ньютона.

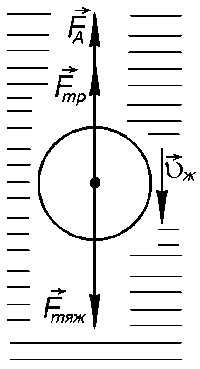


Рисунок 6.5

На свинцовый шарик, падающий в глицерине, действуют три силы (рис. 1.6.5):

1) сила тяжести шарика:

,

где V – объем шарика;

2) выталкивающая сила, определяемая по закону Архимеда:

.

3) сила внутреннего трения, определяемая по формуле Стокса:

.

При установившемся движении шарика в жидкости () согласно второму закону Ньютона:



или в скалярном виде:

.

Проведя необходимы подстановки, получим:

,

откуда

.

выразим диаметр шарика:

.

Максимальное значение диаметра dmax, при котором движение остается еще ламинарным, соответствует критическому значению числа Рейнольдса Reкр. Поэтому:

.

Ответ: м.

**Задача 3:**В трубу А насосом нагнетается вода. Скорость течения воды в трубе В известна и равна υВ. Сечение труб А и В одинаково и равно S, сечение трубки С составляет S1. Определите разность уровней в манометре. Плотность манометрической жидкости ρм. Течение жидкости считать ламинарным. (рис. 6.6). Трубы А и В горизонтальны.

|  |
| --- |
| ДАНО:  SA = SB = S  SC = S1  υB, ρ, ρм |
| h – ? |

РЕШЕНИЕ: Так как А, В и С горизонтальны, то потенциальная энергия жидкости в них одинакова. По условию задачи предполагается, что жидкость идеальная, а, следовательно, будет справедливо уравнение Бернулли:

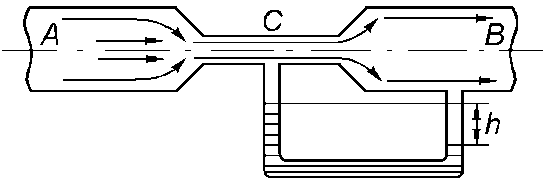


Рисунок 1.6.6

.

В дополнение к уравнению Бернулли используем уравнение неразрывности:

.

На основании указанных законов можно построить решение задачи.

Из второго выражения находим

.

Из первого выражения имеем

,

.

Именно эта разность давлений и уравновешивается столбиком h манометрической жидкости

,

.

Ответ:.

**Задачи для самостоятельного решения**

1. В трубке диаметром *d* = 0,05 м движется вода с расходом  
   *Q*= 0,005 м3/с. Определить, изменится ли режим движения воды при возрастании ее температуры от 5 до 20 °С
2. В сосуд с круглым отверстием в дне непрерывно поступает вода со скоростью 0,2 литра в секунду. Определить диаметр D отверстия, если известно, что вода держится на постоянном уровне h = 8 см относительно дна сосуда.
3. Определить критическую скорость, отвечающую переходу от ламинарного режима к турбулентному в трубе диаметром *d*= 0,03 мм при движении воды, воздуха и глицерина при температуре 25 °С
4. Применяемые в водоснабжении и канализации трубы имеют минимальный диаметр *d1 =* 12 мм, максимальный диаметр *d2* = 3500 мм. Расчетные скорости движения воды в них составляют *υ =* 0,5...4 м/с. Определить минимальное и максимальное значения числа Рейнольдса и режим течения воды в этих трубопроводах
5. Определить режим движения глицерина в трубе диаметром  
   *d*= 100 мм, если расход *Q* = 540 л/мин.
6. Определить диаметр трубопровода, по которому подаётся жидкость Ж с расходом Q, из условия получения в нём максимально возможной скорости при сохранения ламинарного режима. Температура жидкости t=20°C.
7. Определить диаметр трубопровода, по которому подаётся жидкость Ж с расходом Q, из условия получения в нём максимально возможной скорости при сохранения ламинарного режима. Температура жидкости t=20°C.
8. Пробковый шарик с плотностью ρп, диаметром D всплывает в вязкой жидкости с плотностью ρж с постоянной скоростью υ. Определить вязкость жидкости.
9. Вода течет по трубе в ламинарном режиме при значении показателя расхода Q. При каком предельном значении радиуса трубы движение останется ламинарным.
10. На поршень шприца площади S действует сила F. С какой скоростью v должна вытекать в горизонтальном направлении струя из отверстия иглы площади s? Плотность жидкости ρ. Трением пренебречь.

# 7. Механические колебания и волны

Краткие теоретические сведения

Уравнение гармонического колебательного движения имеет вид

,

где x – смещение точки от положения равновесия, разное для разных моментов времени, А – амплитуда, Т – период, φ – начальная фаза, ν [Гц]=1/Т – частота колебаний, ω [с-1]=2π/Т – круговая частота.

Скорость и ускорение точки, совершающей колебание, определяются соотношениями



Сила, под действием которой точка массой m совершает гармоническое колебание,

,

где k = 4π2m/T, T = 2π. Здесь Т – период колебаний точки, совершающей колебания под действием силы F = –kx, где k – жесткость, численно равная силе,вызывающей смещение, равное единице.

Кинетическая и потенциальная энергии колеблющейся точки имеют вид



Полная энергия

.

Примером гармонических колебательных движений могут служить малые колебания маятника. Период колебаний математического маятника

,

где l – длина маятника, g – ускорение свободного падения.

При сложении двух одинаково направленных гармонических колебаний одинакового периода получается гармоническое колебание того же периода с амплитудой



и с начальной фазой, определяемой из уравнения

,

где А1 и А2 – амплитуды слагаемых колебаний, φ1 и φ2 – их начальные фазы.

При сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний одинакового периода уравнение траектории результирующего движения имеет вид

.

Если на материальную точку массойm, кроме упругой силы F = –kx, действует еще сила трения

Fтр= –rυ,

где r – коэффициент трения и υ – скорость колеблющейся точки, то колебания точки будут затухающими. Уравнение затухающего колебательного движения имеет вид

x = Ae-δtsin(ωt+φ),

где δ [с-1] – коэффициент затухания. При этом δ = r/2m и , где ωо – круговая частота собственных колебаний. Величина æ = δТ, называется логарифмическим декрементом затухания.

Если на материальную точку массой m, колебание которой дано в виде

x1= Ae-δtsinωоt,

действует внешняя периодическая сила F = Fosinωt, то колебания точки будут вынужденными и уравнение ее движения примет вид

x2= Asin(ωt+φ),

где

Резонанс наступает тогда, когда частота вынужденных колебаний ω связана с частотой собственных колебаний ωо и с коэффициентом затухания δ соотношением.

При распространении незатухающих колебаний со скоростью свдоль некоторого направления, называемого лучом, смещение любой точки, лежащей на луче и отстоящейот источника колебаний на расстоянии l, дается уравнением

,

где А – амплитуда колеблющихся точек, λ –длина волны. При этом λ=сТ. Две точки, лежащие на луче на расстояниях l1 иl2 от источника колебаний, имеют разность фаз

.

При интерференции волн максимум и минимум амплитуды получаются соответственно при условиях



Здесь *l2 – l1* – разность хода лучей.

**Примеры решения задач**

**Задача 1.** Точка совершает гармонические колебания с амплитудой А=10 см и периодом Т=5 с. Определите для точки : 1) максимальную скорость, 2) максимальное ускорение.

|  |
| --- |
| ДАНО:  A=10 см=0.1 м  Т=5 с |
| vmax , amax– ? |

**Решение.**

Уравнение гармонического колебания точки имеет вид :

x=Acos(ωt+φ)(1)

Формулу скорости получим, взяв первую производную по времени от смещения:

v=dx/dt=-Aωsin(ωt+φ)

Максимальная скорость точки равна :

vmax=-Aω (2) , где А – амплитуда колебаний ; ω – круговая частота колебаний.

Круговая частота колебаний ω связана с периодом колебаний Т выражением :

ω=2π/T(3)

С учётом (3) формула (2) примет вид :

vmax=-2πA/T (4)

Ускорение точки найдём, взяв производную по времени от скорости :

a=dv/dt=-Aω2cos(ωt+φ)

Максимальное ускорение, равно :

amax=-Aω2…. (5)

С учётом (3) перепишем формулу (5) в виде :

amax=-4π2A/T2 ….(6)

Производя вычисления по формулам (4) и (6), найдём максимальные скорость и ускорение точки.

vmax=-2×3.14×0.1/5=-0.13 м/с

amax=-4×3.142×0.1/52=-0.16 м/с2

Ответ : vmax=-0.13 м/с ; amax=-0.16 м/с2

**Задача 2.**Человеческое ухо может воспринимать звуки частотой приблизительно от ν1 = 20 Гц до ν2= 20 000 Гц. Между какими длинами волн лежит интервал слышимости звуковых колебаний? Скорость распространения звука в воздухе с = 340 м/с.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Дано:**     |  | | --- | | ν1 = 20 Гц  ν2= 20 000 Гц  *с*=340 м/с | | λ - ? | | **Решение:**  Длина волны звука в воздухе    Ответ:*17 м; 0,017м*. |

**Задачи для самостоятельного решения**

1. Колебательное движение материальной точки массой  задано уравнением  Определить полную энергию колебания.
2. Тело массой  подвешено на пужине жесткостью к =9,87 н/ми приведено в колебательное движение. Определить период колебания.
3. Известно,что человеческое ухо воспринимает упругие волны в интервале частот отдоКаким длинам волн соответствует этот интервал в воздухе и воде? Скорость звука в воде равна 1 481 м/с, воздухе – 340 м/с.
4. Интенсивность ультразвука, используемого для лечения заболеваний суставов у крупного рогатого скота,составляет 1,2 . 104 Вт/м2 . Какое количество энергии проходит в тело животного при длительности процедуры 10 мин, если площадь вибратора 12 см2?
5. Количество энергии, передаваемой ультразвуковой волной телу животного при лечении периартрита, за один сеанс должно быть 650 Дж при интенсивности ультразвука 8000 Вт/м2 . Сколько времени должен проводиться сеанс,если площадь вибратора 15 см2.
6. Площадь барабанной перепонки человеческого уха 0,65 см2.Вычислить, какая энергия протекает через барабанную перепонку за 1 мин при постоянном шуме в 80 дБ.
7. Шум в помещении птицефабрики днем достигает 95 дБ, а ночью снижается до 65 дБ. Во сколько раз интенсивность звука днем больше,чем ночью?
8. Шум на улице достигает уровня 80 дБ. Такой шум приводит к ухудшению физиологического состояния коров и, в частности, к падению их молочнойпродуктивности. Во сколько раз надо уменьшить интенсивность шума в коровнике (за счет звукоизоляции) по сравнению с улицей, чтобы уровень шума в нем был не более 60 дБ.
9. Работающая в помещении животноводческого комплекса электродойкасоздает уровень шума в 75 дБ. Определить уровень шума, когда в помещении будут включены сразу 3 таких установки.
10. Кудахтанье курицы создает уровень интенсивности шума 90 дБ. Какой уровень интенсивности шума создает одновременное кудахтанье 20 куриц в птичнике?

**6. Задачи для контрольной работы №1**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **1** | 1.1 | 1.11 | 1.31 | 2.1 | 2.11 | 3. 1 | 4. 1 | 5. 1 | 6.1 | 7.1 |
| **2** | 1.2 | 1.13 | 1.32 | 2.2 | 2.12 | 3. 2 | 4. 2 | 5. 2 | 6.2 | 7.2 |
| **3** | 1.3 | 1.15 | 1.33 | 2.3 | 2.13 | 3. 3 | 4. 3 | 5. 3 | 6.3 | 7.3 |
| **4** | 1.4 | 1.17 | 1.34 | 2.4 | 2.14 | 3. 4 | 4. 4 | 5. 4 | 6.4 | 7.4 |
| **5** | 1.5 | 1.19 | 1.35 | 2.5 | 2.15 | 3. 5 | 4. 5 | 5. 5 | 6.5 | 7.5 |
| **6** | 1.6 | 1.21 | 1.36 | 2.6 | 2.16 | 3. 6 | 4. 6 | 5. 6 | 6.6 | 7.6 |
| **7** | 1.7 | 1.23 | 1.37 | 2.7 | 2.17 | 3. 7 | 4. 7 | 5. 7 | 6.7 | 7.7 |
| **8** | 1.8 | 1.25 | 1.38 | 2.8 | 2.18 | 3. 8 | 4. 8 | 5. 8 | 6.8 | 7.8 |
| **9** | 1.9 | 1.27 | 1.39 | 2.9 | 2.19 | 3. 9 | 4. 9 | 5. 9 | 6.9 | 7.9 |
| **10** | 1.10 | 1.29 | 1.40 | 2.10 | 2.20 | 3. 10 | 4. 10 | 5. 10 | 6.10 | 7.10 |

# Библиографический список

1. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. изд. доп. и переб. – СПб.: СпецЛит, 2002. – 327 с.
2. Иродов И. Е. Задачи по общей физике. – М.: Наука, 1988. – 416 с.
3. Новодворская Е. М., Дмитриев Э. М. Методика проведения упражнений по физике во ВТУЗе.– М.: Высшая школа, 1981. – 318 с.
4. Савельев И. В. Курс общей физики. Т.1. – М.: Наука, 1982. – 1984.
5. Фирганг Е. В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. – М.: Высшая школа, 1977. – 347 с.
6. Чертов А. Г., Воробьев А. А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1988. – 527с.
7. Трофимова, Т. Н. Курс физики / Т. Н. Трофимова. М.: Высшая школа, 1984–1998.
8. Пиралишвили Ш. А., Мочалова Н. А., Суворова З. В., Шалагина Е. В., Шувалов В. В. Учебное пособие по решению задач в курсе физики. Учебное пособие. / РГАТА. – Рыбинск, 2006. – 329 стр.
9. Сборник индивидуальных заданий по разделам курса общей физики «Физические основы механики», «Молекулярная физика и термодинамика». / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост.: С.А. Шатохин, Е.В. Трофимова, Г.П. Михайлов. – Уфа, 2004.- 61 с.
10. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики с решениями/Т.И. Трофимова, З.Г. Павлов:Высшая школа, 2002.

# Приложения

**1. Множители и приставки для образования десятичных кратных и долевых единиц и их наименований**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Приставка | Обозначение приставки | Множитель | Приставка | Обозначение приставки | Множитель |
| экса | Э | 1018 | санги | с | 10-2 |
| пета | п | 10 15 | милли | м | 10-3 |
| тера | т | 1012 | микро | мк | 10-6 |
| гига | г | 109 | нано | н | 10-9 |
| мега | м | 10б | пико | п | 10 -12 |
| кило | к | 103 | фемта | Ф | 10-15 |
| деци | д | 10-1 | атго | а | 10-18 |

**2. Масса m0 и энергия Е0покоя некоторых элементарных частиц и легких ядер**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Частицы | то | | E0 | |
| а. е. м. | 1027, кг | МэВ | 1010,Дж |
| Электрон | 5,486 • 10-4 | 0,00091 | 0,511 | 0,00081 |
| Протон | 1,00728 | 1,6724 | 938,23 | 1,50 |
| Нейтрон | 1,00867 | 1,6748 | 939,53 | 1,51 |
| Дейтрон | 2,01355 | 3,3325 | 1876,5 | 3,00 |

**3. Астрономические величины**

|  |  |
| --- | --- |
| Величина | Ее значение |
| Масса (в кг)  Солнца  Земли  Луны  Средний радиус (в м)  Солнца  Земли  Луны  Среднее расстояние (в м)  от Солнца до Земли  от Солнца до Юпитера  от Земли до Луны | 1,97·1030  5,96·1024  7,35·1022  6,96·108  6,37·106  1,74·103  1,496·1011  7,778·1011  3,844·108 |

**4. О приближенных вычислениях**

Числовые значения величин, с которыми приходится иметь дело при решении задач, являются большей частью приближенными.

Такими величинами являются, в частности, многие константы, приводимые в справочнике. Например: нормальное ускорение свобод­ного падения g = 9,81 м/с2 , отношение длины окружности к диамет­руπ = 3,14, масса электрона m = 9,1⋅10-31 кг и т.п. При более точном вычислении или измерении числовые значения этих величин будут содержать большее число значащих цифр g = 9,80655 м/с2, π = 3,1416,т = 9,106⋅10-31 кг. Однако и эти значения, в свою очередь, являются приближенными или в силу недостаточной точности измерения или в силу того, что получены путем округления еще бо­лее точных значений.

Часто неопытные лица добиваются при вычислениях получения такой точности результатов, которая совершенно не оправдывается точностью использованных данных. Это приводит к бесполезной зат­рате труда и времени.

Рассмотрим следующий пример. Пусть требуется определить плотность ρвещества некоторого тела. При взвешивании тела на весах с точностью до 0,01 г определили массу тела:

т= (9,38 ± 0,010) г.

Затем с точностью до 0,01 см3 был измерен объем тела:

V = (3,46 ± 0,01) см3.

Без критического подхода к вычислениям можно получить такой ре­зультат:

ρ = m/V = 9,38/3,46 г/см3 = 2,71098 г/см3.

Но числа 9,38 и 3,46 - приближенные. Последние цифры в этих числах сомнительные. Эти числа при измерении могли быть получе­ны такими: первое - 9,39 или 9,37, второе - 3,45 или 3,47. В са­мом деле, при взвешивании с указанной выше точностью могла быть допущена ошибка на 0,01 как в сторону увеличения массы, так и в сторону ее уменьшения. То же самое и в отношении объема. Таким образом, плотность тела, если ее вычислять с точностью до пятого десятичного знака, как это сделано выше, могла оказать­ся:

ρ = 9,39/3,45 = 2,7214 г/см3илиρ = 9,37/3,47= 2,70029 г/см3.

Сравнение всех трех результатов показывает, что они отлича­ются уже вторыми десятичными знаками и что достоверным является лишь первый десятичный знак, а второй - сомнительным. Цифры, выра­жающие остальные десятичные знаки, совершенно случайны и способ­ны лишь ввести в заблуждение пользователя вычисленными результата­ми. Следовательно, работа по вычислению большинства знаков затра­чена впустую. Во избежание бесполезных затрат труда и времени принято вычислять кроме достоверных знаков еще только один сом­нительный.

В рассмотренном примере надо было вести вычисление до второ­го десятичного знака:

ρ = m/V = 9,38/3,46 г/см3 = 2,71 г/см3.

Приближенные вычисления следует вести с соблюдением следу­ющих правил.

1. При сложении и вычитании приближенных чисел окончатель­ный результат округляют так, чтобы он не имел значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из слагаемых.

Например, при сложении чисел 4,462 + 2,38 + 1,17273 + 1,0262 = 9,04093 следует сумму округлить до сотых долей, т.е. принять ее равной 9,04, так как слагаемое 2,38 задано с точ­ностью до сотых долей.

2. При умножении следует округлить сомножители так, чтобы каждый из них содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим числом таких цифр. Например, вместо вычисления выражения 3,723 ⋅ 2,4 ⋅ 5,1846, следует вычислять выраже­ние 3,7 ⋅ 2,4 ⋅ 5,2.

В окончательном результате следует оставлять такое же ко­личество значащих цифр, какое имеется в сомножителях после их округления. В промежуточных результатах следует сохранять на одну значащую цифру больше. Такое же правило следует соблюдать и при делении приближенных чисел.

3. При возведении в квадрат или куб следует в степени брать столько значащих цифр, сколько их имеется в основаниистепени.Например,I,322**≈**1,74.

4. При извлечении квадратного или кубического корня в ре­зультате следует брать столько значащих цифр, сколько их в под­коренном выражении. Например,1,171/2≈ 1,08.

При вычислении сложных выражений следует применять ука­занные правила в соответствии с видом производимых действий. Например,

(3,2 + I7,062) ⋅ 3,71/2 **/** (5,1 ⋅ 2,007 ⋅ 103).

Сомножитель 5,1 имеет наименьшее число значащих цифр - два. Поэтому результаты всех промежуточных вычислений должны округ­ляться до трех значащих цифр:

(3,2 + I7,062) ⋅ 3,71/2 /(5,1 ⋅ 2,007 ⋅ 103) ≈ 20,3 ⋅ 1,92/( 10,3 ⋅ 103) ≈

≈39,0/( 10,3 ⋅ 103) ≈ 3,79 ⋅ 103.

После округления до двух значащих цифр получаем результат 3,8 ⋅ 10-3.

5. Когда число мало отличается от единицы, можно пользовать­ся приближенными формулами.

Если а, b, с — малы по сравнению с единицей (меньше 0,05), то:

1. (1±a)(1±b)(1±с) = 1±a±b±с;
2. ;
3. ;
4. ;
5. ;
6. ;
7. .

6. Если угол , то  (в радианах).

Соблюдая эти правила, студент сэкономит время на вычисление искомых величин при решении физических задач.

БОТАШЕВА Фатима Юсуфовна

БАЙРАМУКОВА Асият Сулеменовна

**МЕХАНИКА**

Учебно-методическое пособие для обучающихся 1 курса

по специальности30.05.03 Медицинская кибернетика)

Корректор Чагова О.Х.

Редактор Чагова О.Х.

Сдано в набор 27.10.2021 г.

Формат 60х84/16

Бумага офсетная.

Печать офсетная.

Усл печ.л. 3,02

Заказ № 4495

Тираж 100 экз.

Оригинал-макет подготовлен

в Библиотечно-издательскомцентре СКГА

369000, г. Черкесск, ул. Ставропольская, 36