МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

СРЕДНЕПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ

К.М. Узденова

МАТЕМАТИКА

Практикум для обучающихся первого курса

Черкесск, 2022

УДК 51
ББК 22.1
У 34

Рассмотрено на заседании цикловой комиссии «Информационные и естественнонаучные дисциплины».

Протокол № 1 от 06. 09. 2021 г.

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом СПК ФГБО ВО «СКГА».

Протокол № 20 от 20.09. 2021 г.

Рецензенты: Котлярова О.Н. – преподаватель высшей категории

У 34 **Узденова, К.М.** Математика: практикум для обучающихся 1 курса / К.М. Узденова. – Черкесск: БИЦ СКГА, 2022.– 72 с.

УДК 51
ББК 22.1

Содержание

Пояснительная записка	4
Распределение часов на выполнение практической работы студентов по разделам и темам УД «Математика»	8
Задания для самостоятельного выполнения по УД математика	10
Глоссарий	63
Список литературы	70

Пояснительная записка

Методические рекомендации по выполнению практических работ представляют собой часть учебно-методического комплекта по учебной дисциплине « Математика» и соответствуют требованиям ФГОС и рабочей программе по дисциплине.

Целью создания разработки является оказание помощи студентам первого курса в освоении учебного материала по дисциплине в учреждениях среднего профессионального образования.

В связи с введением в образовательный процесс нового Федерального государственного образовательного стандарта, который ориентирован на выработку у студентов общих и профессиональных компетенций – набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, все более актуальной становится задача организации практической работы студентов.

Практические занятия являются важной формой образовательного процесса и направлены на экспериментальное подтверждение теоретических положений и формирование учебных и профессиональных практических умений, они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями. Выполнению практических занятий предшествует проверка знаний студентов – их теоретической готовности к выполнению задания. Практические занятия носят репродуктивный характер. Работы, носящие репродуктивный характер, отличаются тем, что при их проведении студенты пользуются подробными инструкциями, в которых указаны: цель работы, пояснения (теория, основные характеристики), оборудование, порядок выполнения работы, контрольные вопросы, учебная и специальная литература.

При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание. Структура проведения сводится к следующему:

– сообщение темы и цели работы;

– актуализация теоретических знаний, которые необходимы для практической деятельности;

– разработка алгоритма проведения практической деятельности;

– непосредственное проведение практических работ;

– оформление работы в тетрадях для практических работ;

– обобщение и систематизация полученных результатов.

Методическая разработка содержит все структурные элементы для организации и проведения практических занятий. Практические задания представлены разнообразного характера и разной степени сложности. Некоторые содержат устные задания базового уровня («ответить на вопросы»), выполнение которых обязательны, для того чтобы приступить ко второму блоку – решение практических заданий.

Цели практических занятий:

– помочь студентам систематизировать, закрепить и углубить знания теоретического характера;

– научить студентов приемам решения практических задач, способствовать овладению навыками и умениями выполнения расчетов, графических и других видов заданий;

– научить их пользоваться справочной литературой;

– формировать умение учиться самостоятельно, т. е. овладевать методами, способами и приемами самообучения, саморазвития и самоконтроля.

В результате проведения практических занятий по дисциплине «Математика» студент должен:

знать:

– значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; – широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

– значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

– универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;

– вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

уметь:

– находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения; выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

– вычислять значение функции по заданному значению аргумента; определять основные свойства числовых функций; строить графики изученных функций;

– находить производные элементарных функций; использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков; применять производную для нахождения наибольшего и наименьшего значения;

– решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;

– спользовать графический метод решения уравнений и неравенств;

– решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул; вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

– решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин; описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве; изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач; строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;

вычисление объемов и площадей поверхностей пространственных тел.

Данную разработку могут использовать студенты для самостоятельной работы, а также преподаватели при проведении практических занятий по математике.

Критерии оценки практических заданий

Оценки за выполнение являются показателями текущей успеваемости студентов по дисциплине « Математика».

Отметка«5» ставится, если:

работа выполнена полностью;

в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка,не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала). **Отметка«4»**ставится, если:

работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

допущена одна существенная ошибка или два-три несущественных ошибки.

Отметка«3» ставится, если:

допущены более одной существенной ошибки или более двух-трех несущественных ошибок, но учащийся владеет обязательным умениями по проверяемой теме; при этом правильно выполнено не менее половины работы.

Отметка«2» ставится, если:

допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеетобязательными умениями по данной теме в полной мере.

К категории **существенных ошибок** следует отнести ошибки, связанные с незнанием, непониманием учащимися основных положений теории и с неправильным применением методов, способов, приемов решения практических заданий, предусмотренных программой.

К категории **несущественных ошибок** следует отнести погрешности, связанные с небрежным выполнением записей, рисунков, графиков, чертежей, а также погрешности и недочеты, которые не приводят к искажению смысла задания и его выполнения.

Обобщенные требования к студентам при выполнении практических работ:

а) теоретически подготовиться к выполнению работы;

б) выполнить работу в полном объеме с соблюдением необходимых требований к её выполнению;

в) оформить отчет правильно и аккуратно, выполнить расчеты;

г) самостоятельно выполнить индивидуальное задание, ответить на контрольные вопросы и сделать выводы;

д) при наличии пропуска соблюсти порядок выполнения пропущенных практических работ.

Порядок выполнения пропущенных работ:

а) приналичии пропуска студент обязан изучить материал самостоятельно, предварительно взяв задание у преподавателя;

б) подготовить отчёт о практической работе, соблюдая все требования, предъявляемые к выполнению практических работ;

в) сдать преподавателю практическую работу при следующей явке.

Организация выполнения и контроля практических работ по дисциплине «Математика» является подготовительным этапом к сдаче экзамена по данной дисциплине.

Распределение часов на выполнение практической работы студентов по разделам и темам УД « Математика»

Наименование раздела, темы	Количество часов на практические занятия
Раздел 1.Геометрия.	
Тема 1.1. Прямые и плоскости в пространстве. Практическая работа № 1: Аксиомы стереометрии и их следствия.	9
Практическая работа № 2,3: Параллельность прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости	
Практическая работа № 4,5,6:Перпендикулярность прямой и плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.	
Перпендикулярность плоскостей. Прямоугольный параллелепипед	7
Тема 1.2. Координаты и векторы. Практическая работа № 7:Векторы в пространстве.	4
Практическая работа №8: Уравнение плоскости. Расстояния между двумя точками.	12
Тема 1.3. Многогранники.	
Практическая работа №9,10:Сечение куба, призмы, пирамиды.	
Раздел 2. Алгебра и начала математического анализа. Тема	
2.1. Алгебра.	
Практическая работа №11:Решение иррациональных уравнений.	8
Практическая работа №12:Решение показательных уравнений.	
Практическая работа №13:Решение логарифмических уравнений.	
Тема 2.2. Основы тригонометрии.	5
Практическая работа №14,15:Свойства и графики	
тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции.	
Практическая работа №16,17:Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств.	9
Тема 2.3. Функции их свойства и графики. Практическая работа №18: Построение графиков функцийсинуса, косинуса, тангенса и котангенса. Преобразование графиков функций.	
Практическая работа №19,20: Решение показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и неравенств	

Тема 2.4. Начала математического анализа. Практическая работа №21,22: Нахождение наибольшего и наименьшего значения и экстремальных значений функции. Практическая работа №23,24: Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей. **Тема 2.5. Уравнения и неравенства.** Практическая работа №25: Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств.	9
Тема 2.6 Комбинаторика, статистика и теориявероятностей. Практическая работа №26: Задачи на подсчет числаразмещений, перестановок и сочетаний.	
Практическая работа №27,28: Решение задач на перебор вариантов. Формула бинома Ньютона.	
Практическая работа №29,30: Построение для заданнойвыборки статистического распределения и его графика.	
Практическая работа № 31,32: Решение практических задач с применением вероятностных методов.	

Задания для самостоятельного выполнения по УД «Математика»

Вопросы и задания составлены в соответствии разделами и темами рабочей программы УД «Математика» для удобства при выполнении практической работы студентов к учебным занятиям.

Практическая работа №1
Тема: «Аксиомы стереометрии и их следствия»

Цель: решение разнообразных задач на взаимное расположение точек, прямых и плоскостей в пространстве, опираясь на три аксиомы стереометрии и два следствия из них.

Оснащение занятия: учебник, конспект, справочник.

Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения:

Аксиомы стереометрии и следствия из них устанавливают взаимоотношениямежду основными фигурами стереометрии: точкой, прямой и плоскостью.

– Точка может лежать на прямой, может не лежать на прямой.

– Прямая может принадлежать плоскости, может не принадлежать плоскости.

– Плоскость может проходить через прямую, не проходить через нее, содержать точку, не содержать точку.

Подобные задачи мы решали для пирамиды и для параллелепипеда. Теперьмы будем решать задачи в общем виде.

Вспомним для этого сначала аксиомы и теоремы-следствия.

Аксиома 1 (А1)

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, ипритом только одна.

Иллюстрация аксиомы А1.

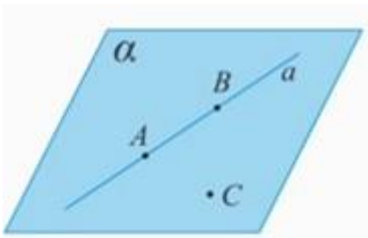


Рисунок 1.

Рассмотрим три точки: *A, B, C*, причем точка *C* не принадлежит $C \notin AB$ прямой *AB:*(Рис. 1.). Тогда через три точки *A, B, C,* не лежащие на одной прямой, проходит плоскость α, и притом только одна. Плоскость α можно также обозначить через три точки *ABC.*

Аксиома 2 (А2)

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этойплоскости.

Иллюстрация аксиомы А2. (Рис. 2.)

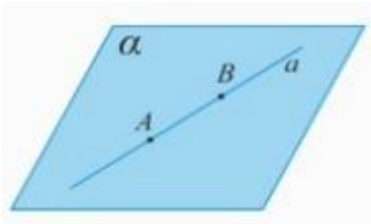


Рисунок 2.

$\begin{cases} A \in \alpha \\ B \in \alpha \end{cases} \Rightarrow AB \in \alpha.$

Аксиома 3 (А3).

Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей (плоскости пересекаются по прямой).

Иллюстрация аксиомы А3. (Рис. 3.)

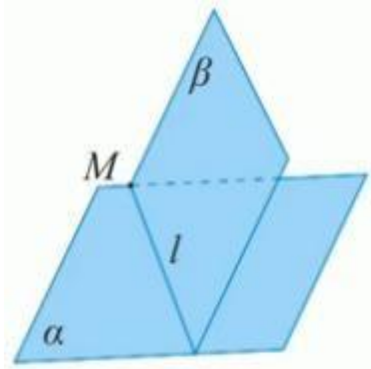


Рисунок 3.

$\begin{cases} M \in \alpha \\ M \in \beta \\ \alpha \neq \beta \end{cases} \Rightarrow \alpha \cap \beta = l.$

Повторение теорем, которые следуют из аксиом стереометрии.

Теорема 1

Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притомтолько одна.

Иллюстрация теоремы 1. (Рис. 4.)

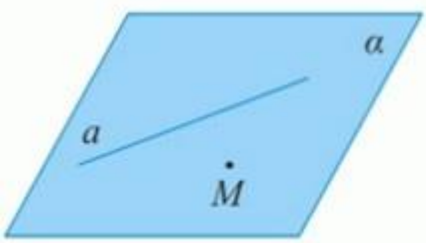


Рисунок 4

.

$M \notin a \Rightarrow \begin{cases} a \in \alpha \\ M \in \alpha' \end{cases}$ единственная

. Теорема 2

α

Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом толькоодна

Иллюстрация теоремы 2. (Рис. 5.)

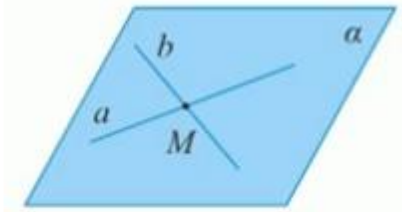


Рисунок 5.

$$a \cap b = M \Rightarrow \text{пл.}\, \alpha \begin{cases} a \in \alpha \\ b \in \alpha \end{cases}, \text{пл.}\, \alpha - \text{единственная.}$$

Задание1.Решите задачи:

1. Даны две прямые, которые пересекаются в точке *M*. Докажите, что все прямые, не проходящие через точку *M* и пересекающие данные прямые, лежат в одной плоскости. (рис.1)

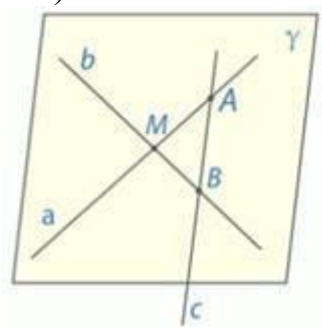


Рисунок 1

2. Три данные точки соединены попарно отрезками. Докажите, что все отрезки лежат в одной плоскости. (рис.2)

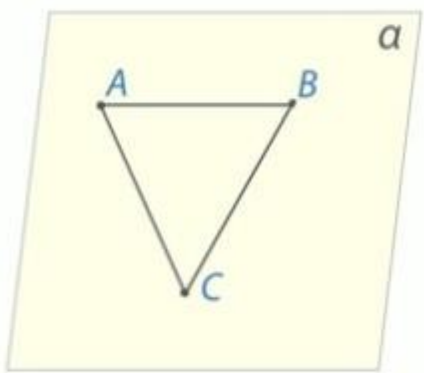
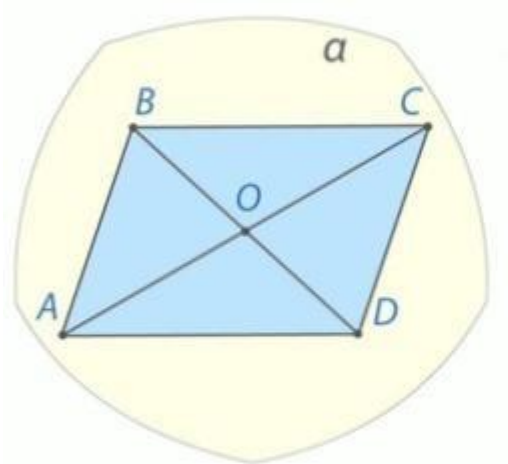


Рисунок.2

3. Две смежные вершины и точка пересечения диагоналей параллелограмма лежат α в плоскости. Лежат ли 2 другие вершины параллелограмαма в плоскости ?(рис.3)



4. Дана прямая и точка, не лежащая на этой прямой. Докажите, что все прямые, проходящие через данную точку и пересекающие данную прямую, лежат в одной плоскости.(рис.4)

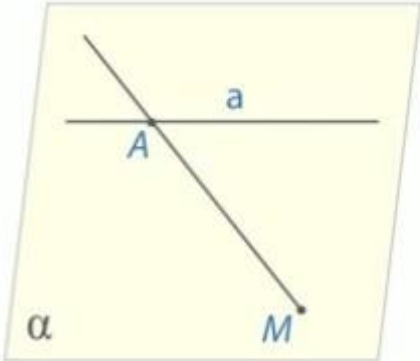


Рисунок 4

5. Верно ли утверждение:

а) если две точки окружности лежат в плоскости, то и вся окружность лежитв этой плоскости;

б) если три точки окружности лежат в плоскости, то и вся окружность лежитв этой плоскости? (рис.5)

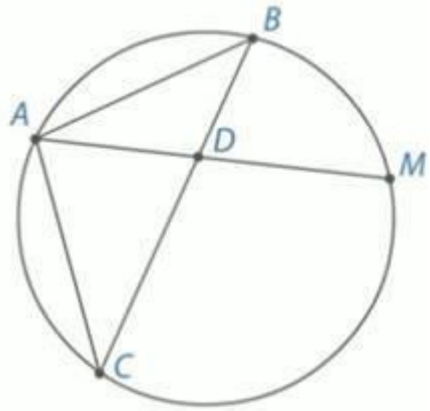


Рисунок 5

6. Точки *A, B, C* и *D* не лежат в одной плоскости.

а) Могут ли какие-то три из них лежать на одной прямой?б) Могут ли прямые *AB* и *CD* пересекаться? (рис.6)

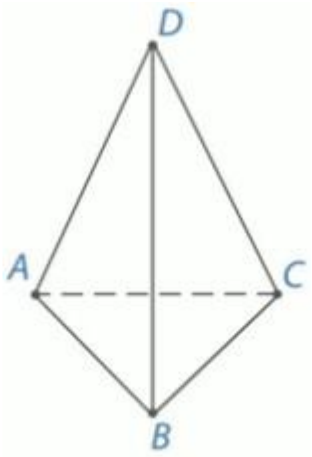


Рисунок 6

7. а) Верно ли, что любые 3 точки лежат в одной плоскости? (рис.7)

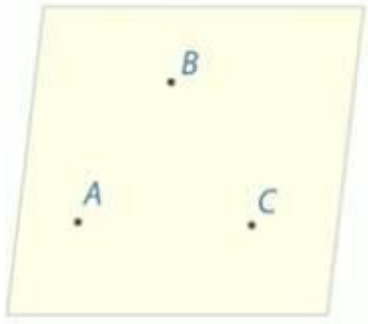


Рисунок 7

б) Верно ли, что любые 4 точки лежат в одной плоскости? (рис.8)

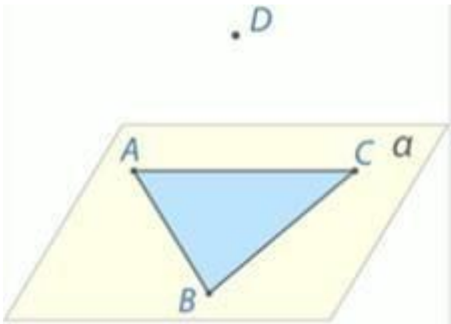


Рисунок 8

в) Верно ли, что любые 4 точки не лежат в одной плоскости?(рис.9)

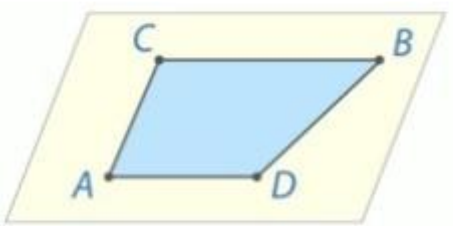


Рисунок 9

г) Верно ли, что через любые 3 точки проходит плоскость, и притом толькоодна? (рис.10)

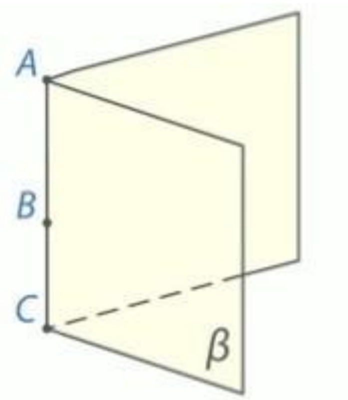


Рисунок 10

Задание 2. Ответьте на контрольные вопросы:

1. Что такое аксиома?
2. Какие аксиомы планиметрии вы знаете?

Литература: Геометрия. 10-11ькласс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый и профильный уровни) / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.-М.: Просвещение, 2015.- 255с.

Практическая работа №2-3

Тема: « Параллельность прямых в пространстве. Параллельность прямой и плоскости».

Цели: научиться выполнять чертеж к задачам; научиться применять знания поданной теме при решении и доказательстве задач.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, схемы, карточки.

Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения:

Определение. Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

Признак параллельности плоскостей. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости,то эти плоскости параллельны. (рис.1)

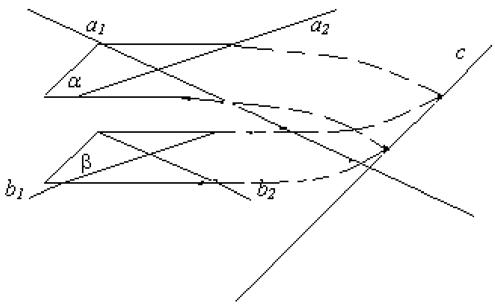


Рисунок 1

Признак параллельности прямой и плоскости: Если прямая, не принадлежащая плоскости, параллельна какой-нибудь прямой в этой плоскости,то она параллельна и самой плоскости. (рис.2)

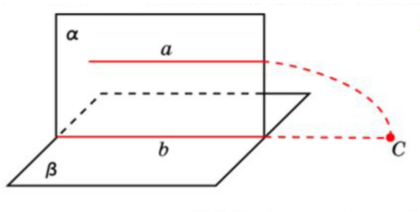


рис.2

Теорема. Если две параллельные плоскости пересекаются третей, то прямые пересечения параллельны. (рис.3)

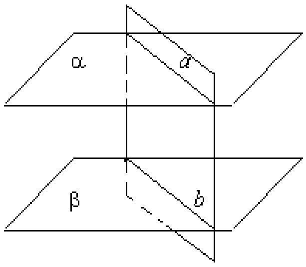


Рисунок 3

Теорема. Отрезки параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями, равны. (рис.4)

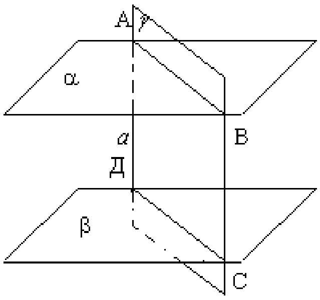


Рисунок 4

Задание 1. Письменно ответьте на вопросы:

1.Закончите утверждение:

1. Если две плоскости имеют общую точку, то …
2. Две плоскости не параллельны, если …
3. Если прямая, не лежащая в плоскости, параллельна некоторой прямой,лежащей в этой плоскости, то …
4. Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двумпрямым другой плоскости, то эти вторые прямые …
5. Через точку, не принадлежащую данной плоскости, проходит единственная плоскость
6. Запишите параллельные плоскости параллелепипеда $A…D_1$.

2. Верны ли утверждения:

1. Через точку, не принадлежащую данной плоскости, проходит единственнаяплоскость, параллельная данной.

2. Если две прямые, лежащие в одной плоскости, соответственно параллельны двум прямым, лежащим в другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

3. Существует бесконечно много прямых, параллельных данной плоскости и проходящих через точку, не принадлежащую этой плоскости.

4. Если одна из двух данных плоскостей параллельна двум пересекающимся прямым, лежащим в другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

3. Докажите утверждение:

1. Докажите, что две плоскости, параллельные одной и той же третьей плоскости, параллельны между собой.

2. Отрезки *AB* и *CD* лежат соответственно в параллельных плоскостях а и b (рис. 2). Как могут располагаться относительно друг друга прямые *AC* и *BD*? Могут ли они быть параллельными?

3. Отрезки *AB* и *CD* лежат соответственно в параллельных плоскостях а и b (рис. 3). Как могут располагаться относительно друг друга прямые *AD* и *BC*?

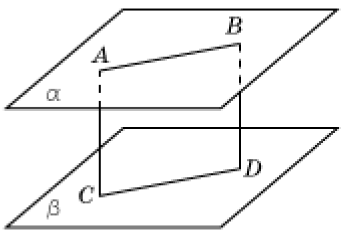


Рис. 2

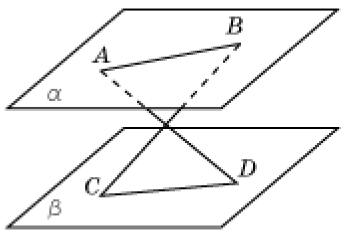


Рис. 3

Задание 2. Выполните: № 17, № 20, № 23, № 30.

Задание 3. Ответить на контрольные вопросы:

1. Что изучает стереометрия?
2. Каковы основные (простейшие) фигуры в пространстве?
3. Сформулируйте теорему о плоскости, проходящей через прямую и не лежащую на ней точку.
4. Каково может быть взаимное расположение двух прямых в пространстве?
5. Какие прямые в пространстве называются параллельными? скрещивающимися?
6. Сформулируйте лемму о пересечении плоскости параллельными прямыми.
7. Сформулируйте теорему о параллельности трех прямых.
8. Каково может быть взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве?
9. В каком случае прямая и плоскость называются параллельными?
10. Сформулируйте признак параллельности прямой и плоскости.

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия 10-11 кл., стр.9-11.

Практическая работа №4-6

Тема: «Перпендикулярность прямой и плоскости. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикулярность плоскостей. Прямоугольный параллелепипед».

Цели: научиться строить рисунок к задаче; научиться применять знания поданной теме при решении задач.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, многогранники, карточки.

Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения:

Определение. Перпендикулярными называются прямые, которые пересекают под прямым углом

Определение. Перпендикуляром к данной прямой называется отрезок прямой, перпендикулярной к данной. (рис.1)

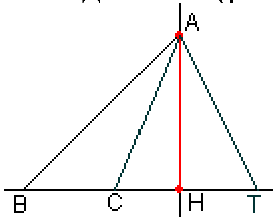


Рисунок 1

Определение. Наклонной, проведенной из данной точки к данной прямой (плоскости), называется отрезок, соединяющий данную точку с любой точкой прямой (плоскости), не являющейся основанием перпендикуляра, опущенного из этой же точки на данную прямую (плоскость). (рис.1)

Определение. Прямая называется перпендикулярной этой плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, которая лежит в данной плоскости. **Признак перпендикулярности прямой и плоскости.** Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости, то она перпендикулярна данной плоскости.(рис.2)

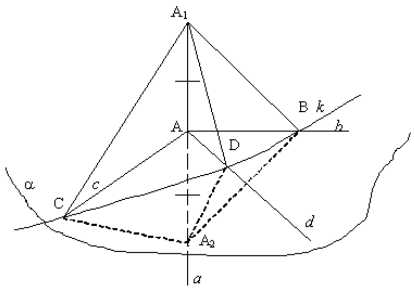


Рисунок 2

Теорема. Если две пересекающиеся прямые параллельны соответственно двум перпендикулярным прямым, то они тоже перпендикулярны.

Теорема. Если плоскость перпендикулярна одной из двух параллельныхпрямых, то она перпендикулярна и другой.

Определение: Угол между прямой и плоскостью есть угол между этойпрямой и еѐ проекцией на эту плоскость.

Теорема о трех перпендикулярах. Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна еѐ проекции, то она перпендикулярна и наклонной. (рис.3)

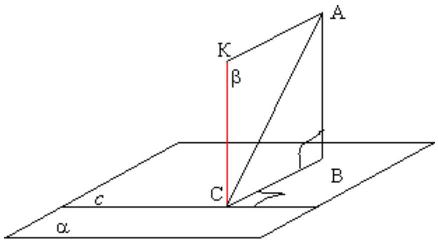


Рисунок 3

Задание 1. Выполните № 116(а), № 117, № 149, № 155, № 151, № 167,№ 178, № 187(в), № 188, № 189.

Задание 2. Ответьте на контрольные вопросы:

1.Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными? 2.Сформулируйте определение и признак перпендикулярности прямой и плоскости в пространстве.

3. Что называется расстоянием от точки до плоскости?

4. Сформулируйте теорему о трех перпендикулярах (прямую и обратную). 5.Какая фигура называется двугранным углом? Приведите примеры.

6.Как измеряется двугранный угол?7.Назвать виды двугранных углов.

8. Решить задачу: В тетраэдре РАВС угол АВС равен 90^0, прямая РВ перпендикулярна плоскости АВС. Докажите, что угол РСВ – линейный угол двугранного угла с ребром АС.

9. Какие две плоскости называются перпендикулярными? Приведите пример.10.Сформулируйте признак перпендикулярности двух плоскостей.

11. Решите задачу: Из точек А и В, лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, опущены перпендикуляры АС и ВД на прямую пересечения плоскостей. Найдите длину отрезка АВ, если СД=АС=6см, ВД=7см.

12. Какой параллелепипед называется прямоугольным? 13.Сформулируйте свойства прямоугольного параллелепипеда. 14.Что называют измерениями прямоугольного параллелепипеда?

15.Сформулируйте свойство параллелепипеда, связанное с его измерениями.

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия 10-11 кл., стр.36, стр.40, стр.49-53.

Практическая работа № 7
Тема: «Векторы в пространстве».

Цель: закрепить знания и совершенствовать умения поданной теме.
Оснащение занятия: учебник, конспекты, карточки.
Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения:

Определение:
Вектором называется направленный отрезок $\overline{AB}$; точка A - начало,

Рис. 1

точка B - конец вектора

Определение: Два коллинеарных вектора $\bar{a}$ называются **с направленными**, если их направления совпадают: $\bar{a}\uparrow\uparrow\bar{b}$.

Два коллинеарных вектора называются **противоположно направленными**, если их направления противоположны: $\bar{a}\uparrow\downarrow\bar{b}$.

Определение: Векторы называются **компланарными**, если они параллельны одной плоскости или лежат в одной плоскости.

Действия над векторам

Сложение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ осуществляется по **правилу треугольника**.

Суммой $\bar{a}+\bar{b}$ двух $\bar{a}$ векторов называют такой третий вектор $\bar{c}$, начало которого совпадает с началом $\bar{a}$, а конец - с концом $\bar{b}$ при условии, что конец вектора $\bar{a}$ и начало вектора $\bar{b}$ совпадают.

Правило параллелограмма - если два неколлинеарных вектора $\bar{a}$ и $\bar{b}$ привести к общему началу, то вектор $\bar{c}=\bar{a}+\bar{b}$ совпадает с диагональю параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$. Причем начало вектора $\bar{c}$ совпадает с началом заданных векторов.

Вектор $\bar{b}$ называется **противоположным вектором** к вектору $\bar{a}$, если он коллинеарен вектору $\bar{a}$, равен ему по длине, но направлен в противоположную сторону вектору $\bar{a}$.

Свойства сложения векторов:

1. $\bar{a}+\bar{b}=\bar{b}+\bar{a}$ - коммутативность
2. $(\bar{a}+\bar{b})+\bar{c}=\bar{a}+(\bar{b}+\bar{c})$ - ассоциативность
3. $\bar{a}+\bar{0}=\bar{a}$
4. $\bar{a}+(-\bar{a})=\bar{0}$

$\bar{a}-\bar{b}$ $\quad \bar{a}$

$\bar{b}+\bar{c}=\bar{a}$

Свойства умножения вектора на число:

1. $(\alpha\pm\beta)\bar{a}=\alpha\bar{a}\pm\beta\bar{a}$
2. $\alpha(\bar{a}\pm\bar{b})=\alpha\bar{a}\pm\alpha\bar{b}$
3. $\alpha(\beta\bar{a})=(\alpha\beta)\bar{a}=\beta(\alpha\bar{a})$
4. $1\cdot\bar{a}=\bar{a}$
5. $-1\cdot\bar{a}=-\bar{a}$
6. $0\cdot\bar{a}=\bar{0}$

$\bar{b}$

Сумма двух векторов, заданных координатами

Пусть заданы $a = \{x_a; y_a\}$ и $в = \{x_в; y_в\}$, тогда вектор $\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$ имеет координаты $\{x_a + x_в; y_a + y_в\}$

Чтобы **найти сумму двух векторов**, заданных своими координатами, надо сложить их соответствующие координаты.

Пример: Заданы $\bar{a} = (-3; 5)$ и $\bar{b} = (0; -1)$. Найти координаты вектора $\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$ Решение.

$\bar{c} = \bar{a} + \bar{b} = (-3; 5) + (0; -1) = (-3 + 0; 5 + (-1)) = (-3; 4)$

Чтобы **умножить вектор на число**, надо каждую координату этого вектора умножить на заданное <u>число</u>.

Пример: Вектор $\bar{a} = (3; -2)$. Найти координаты вектора $2\bar{a}$ Решение.

$2\bar{a} = 2 \cdot (3; -2) = (2 \cdot 3; 2 \cdot (-2)) = (6; -4)$

Чтобы **найти координаты вектора**, заданного координатами начала и конца, надо от координат конца отнять соответствующие координаты начала.

Пример: Найти координаты вектора $\overline{AB}$, если $A(-4; 2)$, $B(1; -3)$

Решение.

$\overline{AB} = (1 - (-4); -3 - 2) = (5; -5)$

Задание 1. Выполнить задание.

Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и вектора $\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{C_1D_1}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{A_1C}$ Найдите среди них:

1) Коллинеарные
2) Сонаправленные
3) Противоположно направленные
4) Равные

2. Упростить выражение:

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{EK} - \overrightarrow{EP} - \overrightarrow{MD}$

3. Диагонали куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ пересекаются в точке О. Найти число k, если: $\overrightarrow{OB_1} = k \cdot \overrightarrow{B_1D}$

4. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точки M и N середины AB и A_1D_1. Разложите вектор $\overrightarrow{MD}$ по $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$

5. Основанием пирамиды является параллелограмм ABCD. Точка O является вершиной пирамиды. Разложите вектор $\overrightarrow{OD}$ по $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$.

Задание 2. Ответить на контрольные вопросы:

1). Определение вектора
2). Определение коллинеарных векторов
3). Определение сонаправленных векторов
4) Определение противоположно направленных векторов
5) Определение равных векторов
6) Определение компланарных векторов

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия 10-11кл., стр.84-94.

Практическая работа № 8
Тема «Уравнение плоскости. Расстояния между двумяточками»

Цель: развитие практических навыков составления уравнений плоскости по различным условиям, развитие навыка нахождения расстояний междуточками.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, карточки.

Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения

Уравнение плоскости:

Ax + By + Cz + D = 0. Здесь чисела A, B, C не равны 0. Возьмѐм произвольную точку Mo(x_0, y_0, z_0), координаты которой удовлетворяют данному уравнению:

$Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$. Вычтем это равенство из общего уравнения: $A(x — x_0) + B(y — y_0) + C (z — z_0) = 0$.

Получили уравнение, равносильное исходному. Но из первой части доказательства видно, что это уравнение задаѐт плоскость, проходящую через Mo(xo,yo,zo) перпендикулярно вектору N = (A, B, C).

Итак, уравнение Ax + By + Cz + D = 0 задаѐт плоскость. .

Пример: Написать уравнение плоскости, проходящей через точку Mo(5, 0, —1) перпендикулярно вектору N = (3, —2, 7).

Решение. Так как вектор нормали известен, то записываем уравнение в виде: 3x — 2y + 7z + D = 0. Подберѐм D так, чтобы точка Mo(5, 0, —1) лежала наплоскости:

3 · 5 — 2 · 0 + 7(—1) + D = 0. Отсюда D = —8. Итак, получили уравнение:3x — 2y + 7z — 8 = 0.

Заметим, что можно и сразу записать уравнение в виде:3(x — 5) — 2(y — 0) + 7(z + 1) = 0 и, после раскрытия скобок, получить то же самое.

Расстояние между точками:

|M1H1|=√(x2−x1)2+(y2−y1)2+(z2−z1)2, где M1(x1, y1, z1) и H1(x2, y2, z2).

Задание 1. Выполнить задания:

1. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку M(-5; 1; 1) иимеет нормальный вектор n={-4; 2; -1}.

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку D(3;-1;2) и параллельной векторам.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки M_1(-4; -1; -3),M_2(-1; 5; 2) параллельно вектору ={1; -1; -4}.

4. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки A(1;2;3), B(-1;3;5), C(2;0;4).

5. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку M(-2; 3; -2)перпендикулярно к двум плоскостям.

6. Составить уравнение плоскости, которая проходит через две точки M1(-3; -1; 2),

M2(-3; 4; -5) перпендикулярно к плоскости.

7. Даны точки M(-4;7;0) и N(0;-1;2). Найдите расстояние от начала координатдо середины отрезка MN.

8. Даны точки A (1,5;1;-2), B(2;2;-3) и C(2;0;-1). Найдите периметр треугольника ABC.

Задание 2. Ответить на контрольные вопросы.1.Общее уравнение плоскости.

2. Особые случаи уравнения.

3. Расположение двух плоскостей в пространстве.

4. Алгоритм составления уравнения плоскости, проходящей через точкуперпендикулярно данному вектору.

5. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.6.Формула расстояния между точками.

Литература: Атанасян Л. С. Геометрия 10-11 кл., стр. 107, 115-116.

Практическая работа № 9,10

Тема: «Сечение куба, призмы, пирамиды».

Цель: освоить навыки построение сечений многогранника плоскостью,развить пространственное мышление.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, карточки.

Порядок выполнения работы:

Методические указания:

Для решения многих геометрических задач, связанных с тетраэдром и параллелепипедом, полезно уметь строить на рисунке их **сечения** различными плоскостями. Уточним, что понимается под сечением тетраэдра или параллелепипеда. Назовем секущей плоскостью тетраэдра (призмы) любую плоскость, по обе стороны от которой имеются точки данного тетраэдра (призмы). Секущая плоскость пересекает грани тетраэдра (призмы) по отрезкам. Многоугольник, сторонами которого является эти отрезки, называется сечением. Для построения сечения достаточно построить точки пересечения секущей плоскости с ребрами многоугольника, после чего остается провести отрезки, соединяющие каждые две построенные точки, лежащие в одной и той же грани.

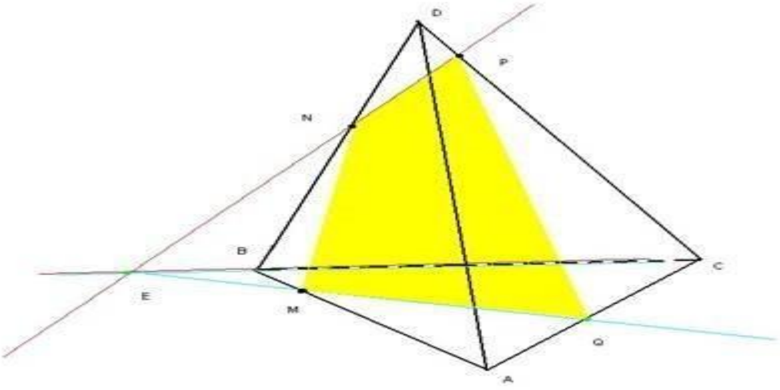


Рисунок 1

На ребрах AB, BD, CD тетраэдра ABCD отмечены точки M,N, P. Построитьсечение тетраэдра плоскостью (MNP) .

Решение.

Построим сначала прямую, по которой плоскость (MNP) пересекается с плоскостью грани (ABC) (рис.1) . Точка M является общей точкой этих плоскостей. Для построения ещё одной общей точки продолжим отрезки NPи BC до их пересечения в точке E, которая и будет второй общей точкой плоскостей (MNP) и (ABC). Следовательно, эти плоскости пересекаются по прямой ME. Прямая ME пересекает ребро AC в некоторой точке Q. Четырехугольник MNPQ- искомое сечение.

Обратите внимание на то, что на рисунке красные прямые принадлежат плоскости (BCD), а синие прямые плоскости (ABC). Прямая BC принадлежитобеим плоскостям.

Самостоятельная работа.

Задание 1. Выполнить задания.

1) Построить сечение пирамиды, параллельное основанию и делящее высотупополам. (рис.2)

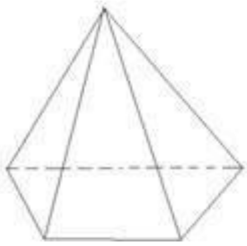


Рисунок 2

2) Построить сечение куба АВСД$A_1B_1C_1Д_1$ с ребром 5 см плоскостью, проходящей через точки $A_1, C_1, Д_1$и найти его площадь. (рис.3)

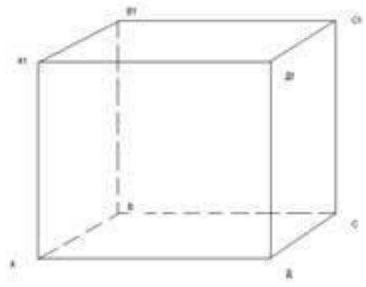


Рисунок 3

3) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки K, L, M (рис.4)

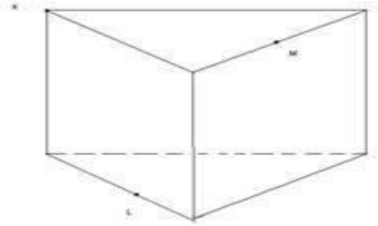


Рисунок 4

4) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки K, L, M(рис.5)

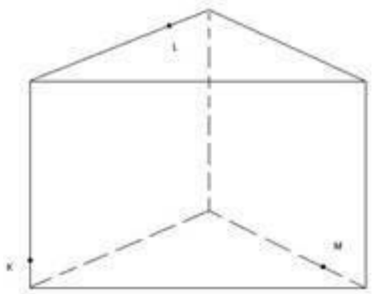


Рисунок 5

5) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки A_2, **A, C**(рис.6)

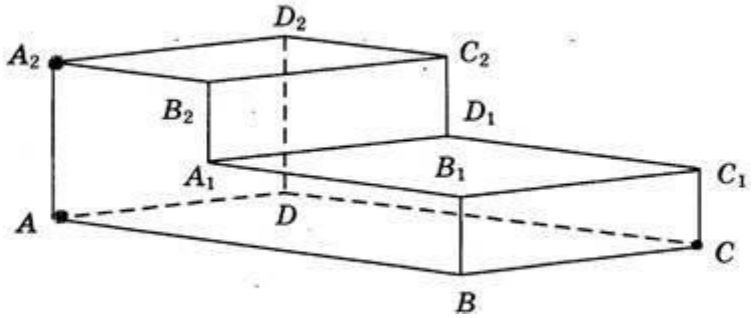


Рисунок 6

6) Постройте сечение призмы плоскостью, проходящей через точки A_2, D_2,B(рис.7)

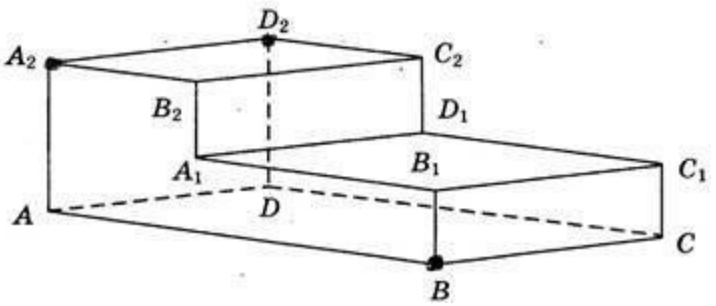


Рисунок 7

Задание 2.Ответить на вопросы:

1. Что понимается под сечением тетраэдра или параллелепипеда?
2. Какие многоугольники могут получиться в сечении тетраэдра, параллелепипеда?

Литература: Атанасян, Л. С. Геометрия 10-11 кл., стр. 27-29.

$\sqrt{x+1}=6$

$\sqrt{x^2-3}=1$

$\sqrt{4x+5}=x$

$\sqrt{x-9}=\sqrt{1-x}$

$x=\sqrt{14-2x+3x^2}$

$\sqrt{x^2+3x+5}=3$

Практическая работа №11

Тема: «Решение иррациональных уравнений»

Цель: научиться решать иррациональные уравнения.

Оснащение занятия: учебник, микрокалькулятор.

Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения:

Определение. Уравнение, содержащую переменную под знаком корня,называется иррациональным.

Алгоритм решения иррационального уравнения:

1. Записать уравнение.
2. Возвести обе части иррационального уравнения в нужную степень. 3.Решить полученное уравнение.
4. Проверить полученные корни уравнения, подставив их в исходное уравнение.
5. Записать ответ.

Примеры решения заданий:

Решить иррациональное уравнение.

1. $\sqrt{2x+1}=3$

2. Возведем обе части уравнений в нужную степень, чтобы избавиться отквадратного корня. Эта степень равна 2.

$$(\sqrt{2x+1})^2=3^2$$

$$2x+1=9$$

3. Получили линейное уравнение, решаем его и находим корни:

$$2x=9-1$$

$$2x=8$$

$$x=4$$

4. Проверим полученный корень , подставив его в исходное уравнение. Проверка:

$$\begin{cases} x=4 \\ \sqrt{2\cdot 4+1}=3 \end{cases} \begin{cases} x=4 \\ \sqrt{9}=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ 3=3 \end{cases}$$

Получилось верное равенство, значит полученный корень является корнемисходного уравнения

5. Записать ответ.Ответ:

$$x=4$$

Задание 1.Решите иррациональные уравнения:

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8. $\sqrt{3-2x}-\sqrt{1-x}=1$
9. $\sqrt{x+5}+\sqrt{20-x}=7$
10. $\sqrt{x}=x-6$

$\sqrt{x+3}-\sqrt{7-x}=\sqrt{2x-8}$

Задние Используя, изученные методы решения иррациональных уравнений выполните № 417(в,г), №418(в,г), №419(в,г), №420(в,г), №422(в,г).А.Н. Колмогоров ; с.216-217.

Задание 3. Запишите в конспект.

Для иррациональных уравнений, рассматриваются лишь арифметические значения корня, т. е. если показатель корня – четное число, то подкоренное выражение должно быть неотрицательным, равно как и значение корня.

Системы решаются при наложении ограничений на переменную и возведении обеих частей неравенства в одну и ту же степень.

Задание 4. Рассмотрите решение задачи 5,6,7 стр.215,216 (А.Н. Колмогоров) и выполните № 425(в,г), № 426(в,г). стр.217 (А.Н. Колмогоров).

Задание 5. Ответьте на контрольные вопросы:

1.Какие уравнения называются иррациональными? Приведите пример.
2.Какими должны быть подкоренное выражение и значения корня, если показатель корня четное (нечетное) число?

3. На чем основаны методы решения иррациональных уравнений?
4. Какие методы решения иррациональных уравнений существуют и в чемони заключаются?

Литература: А.Н. Колмогоров, Алгебра и начала анализа 10-11 кл., стр.214-217.

Практическая работа №12

Тема: «Решение показательных уравнений».

Цель: научиться решать показательные уравнения.
Оснащение занятия: конспекты, учебник.
Порядок выполнения работы:
Теоретические сведения:

Решение показательных уравнений.

Алгоритм решения простейших показательных уравнений: $a^x = a^b \Leftrightarrow x = b$.Для реше

Пример: $2^x = 8 \Leftrightarrow 2^x = 2^3 \Leftrightarrow x = 3$.

Любое более сложное показательное уравнение решается сведением его различными методами к простейшим.

Основные виды показательных уравнений

1) Простейшие ($3^x=9$).
2) Сводящиеся к простейшим с помощью использования свойствстепени $(2^x \cdot 3^x = 36)$.
3) С вынесением общего множителя $(5^{x+1} - 5^x = 20)$.
4) Сводящиеся к квадратным $(25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0)$.
5) Однородные показательные уравнения $(36^x - 2 \cdot 30^x + 25^x = 0)$.

Пример: Решить уравнения:

а) $2^{2x-4} = 64$, б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3,5} = \frac{1}{\sqrt{3}}$; в) $4^x + 2^{x+1} - 24 = 0$

Решение: $2^{2x-4} = 64;\ 2^{2x-4} = 2^6$, 2x-4=6, откуда x=5. б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3,5} = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3,5} = \left(\frac{1}{3}\right)^{0,5}$ 2x-3,5 = 0,5, откуда x=2.

Задание 1. Решить уравнения. №461(в,г), №462(в,г), №463(в,г), №464(в,г)
Задание 2. Решить систему уравнений. №465(в.г).
Задание 3.Ответьте на контрольные вопросы. 1.Перечислите виды показательных уравнений. 2.Перечислите способы решения показательных уравнений.

Литература: А.Н. Колмогоров, Алгебра и начала анализа 10-11 кл., стр.229- 231

Практическая работа №13

Тема: «Решение логарифмических уравнений».

Цели: научиться решать логарифмические уравнения. **Оснащение занятия:** учебники, конспекты, справочник.**Порядок выполнения работы:**

Теоретические сведения:

Определение: Логарифмом числа *b* по основанию *a* называют показатель степени, в которую нужно возвести число *a*, чтобы получить число *b*, при условии $b>0, a>0, a\neq 1$. Обозначается символом $loq_a\ в$.

$$a^{loq_a b} = b$$

– основное логарифмическое тождество.

Особо выделим три формулы: $loq_a 1 = 0,\ loq_a a = 1,\ loq_a a^c = c$

Свойства логарифмов:

1. $loq_a bc = loq_a b + loq_a c$
2. $loq_a \frac{b}{c} = loq_a b - loq_a c$
3. $loq_a b^r = r \cdot loq_a b$
4. $loq_a b = \frac{1}{loq_b a}$
5. $loq_a b = loq_{a^r} b^r$
6. $loq_{a^k} b = \frac{1}{k} loq_a b$
7. $loq_a b = \frac{loq_c b}{loq_c a}$.

Решение логарифмических уравнений

Логарифмическая функция является монотонной (монотонно возрастаетпри $a>1$ и монотонно убывает при $0<a<1$).

Тогда по аналогии с простейшими показательными уравнениями имеем способ решения простейших логарифмических уравнений $a,b>0, a\neq 1$): $log_a x = log_a b \Leftrightarrow x = b.$

При решении логарифмических уравнений необходимо учитывать ОДЗ. Все подлогарифмические выражения, а также основания логарифмов являются положительными и основания не равны 1.

Однако можно избежать определения ОДЗ исходного уравнения, выполнив в конце проверку полученных результатов. В большинстве случаев такой подход облегчает решение логарифмических уравнений.

Для решения простейшего логарифмического уравнения достаточно привести обе части к одинаковому основанию, а затем приравнять подлогарифмические выражения.

Пример: $log_2 x = 3 \Leftrightarrow log_2 x = log_2 8 \Leftrightarrow x = 8.$

Виды логарифмических уравнений

1. Простейшие $(log_2 x = 9)$.

2. Простейшие с переменной в основании логарифма $(log_x 2 = 3)$.
3. Простейшие с переменной и в основании, и подлогарифмом

$(log_x(x+2) = 2)$.

4. Сводящиеся к простейшим с помощью использования свойств логарифмов

$(log_2 x + log_2(x+2) = 3)$.

Сводящиеся к квадратным

$(log_2^2 x - 3log_2 x + 2 = 0)$.

Методика решения простейших логарифмических уравнений

Рассмотрим простейшее логарифмическое уравнение, все остальные логарифмические уравнения, как правило, сводятся к такому виду.

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Поскольку равны основания логарифмов и сами логарифмы, равны и функции, стоящие под логарифмом, с учетом ОДЗ. Под логарифмом может стоять только положительное число, имеем:

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Получили смешанную систему:

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} f(x) = g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Неравенство, как правило, решать необязательно, достаточно решить уравнение и найденные корни подставить в неравенство, таким образом выполнить проверку.

Алгоритм решения простейших логарифмических уравнений

1.Уравнять основания логарифмов; 2.Приравнять подлогарифмические функции;3.Выполнить проверку.

Пример:

$$\log_2(3x - 6) = \log_2(2x - 3)$$

Основания логарифмов равны, приравняем подлогарифмические выражения, с учетом ОДЗ:

$$\begin{cases} 3x - 6 = 2x - 3 \\ 3x - 6 > 0 \end{cases}$$

Найдем корень и подставим его в неравенство:

$$\begin{cases} x = 3 \\ 3 * 3 - 6 > 0, 9 - 6 > 0, 3 > 0 \end{cases}$$

Ответ: $x = 3$

Пример: $\log_{\frac{1}{3}}(2x+3) = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$

Основания логарифмов равны, приравняем подлогарифмические выражения, с учетом ОДЗ:

$$\begin{cases} 2x + 3 = x + 1 \\ x + 1 > 0 \end{cases} \begin{cases} x = -2 \\ -2 + 1 > 0, -1 > 0 \end{cases}$$

Получили неверное неравенство, значит, найденный корень не удовлетворяет ОДЗ.

Ответ: $x \in \emptyset$

Пример:

$\log_3(x^2-6)=\log_3 5x$

Основания логарифмов равны, приравняем подлогарифмические выражения,с учетом ОДЗ:

$$\begin{cases} x^2-6=5x \\ 5x>0 \end{cases}$$

Найдем корень и подставим его в неравенство:

$$\begin{cases} x^2-6-5x=0 \\ 5x>0 \end{cases} \begin{cases} x^2-5x-6=0 \\ 5x>0 \end{cases} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=-1 \end{array}\right. \\ x>0 \end{cases}$$

Очевидно, что только первый корень удовлетворяет ОДЗ.Ответ: $x=6$

Пример: $\log_2 x+\dfrac{4}{\log_x 2}=5$

Найдем ОДЗ: $x>0, x\neq 1$

Воспользуемся свойством логарифма: $\dfrac{1}{\log_x 2}=\log_2 x$

Получаем: $\log_2 x+4\log_2 x=5$

Приведем подобные: $5\log_2 x=5$; $\log_2 x=1$, Преобразуем согласноопределению логарифма: $x=2^1=2$.Ответ: x=2

Пример: $2^x=3$

По определению логарифма имеем: $x=\log_2 3$

Системы логарифмических уравнений

Самые простые системы логарифмических уравнений – это системы, в которых оба уравнения сводятся к простейшим. В дальнейшем получается обычная система из двух уравнений с двумя неизвестными, которая решаетсялюбым из удобных методов.

Пример: $\begin{cases} log_2(x+3y)=2 \\ log_3 xy=1 \end{cases}$.

Еще один важный тип систем логарифмических уравнений – это системы, которые сводятся к обычным с помощью замены.

Пример: $\begin{cases} log_2 x-log_3 y=2 \\ 4log_2 x-5log_3 y=7 \end{cases}$.

Задание 1. Решить уравнение.
№513,№514(в,г), №518(в,г), №519(в,г), №520(в,г). №524(в,г).

Задание2. Решить систему уравнений. №521(в,г).

Задание 3. Ответьте на контрольные вопросы:

1. Какие уравнения называются логарифмическими?
2. Какая теорема применяется при решении логарифмических уравнений?
3. Почему необходимо делать проверку или находить ОДЗ при решении логарифмических уравнений?
4. Перечислите способы решения логарифмических уравнений.

Литература: А.Н. Колмогоров, Алгебра и начала анализа 10-11 кл.,стр.242-245

Практическая работа №14,15

Тема: «Свойства и графики тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции. Преобразование графиков функций»

Цели: научиться находить область определения и множество значений тригонометрических функций; научиться определять, является ли данная функция четной или нечетной; научиться строить график и с помощью графика описывать поведение функции при изменении аргумента; изучить свойства обратных тригонометрических функций. Изучить преобразования тригонометрических функций: сдвиг относительно *Ox* и *Oy* и растяжение относительно *Oy*.

Оснащение занятия: учебник, конспект, таблицы.

Порядок выполнения работы.

Теоретические сведения:

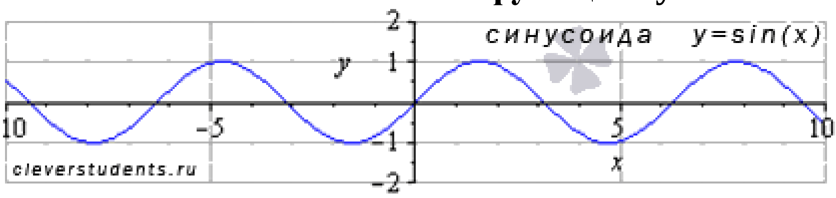
Все тригонометрические функции (синус, косинус, тангенс и котангенс) относятся к основным элементарным функциям.

Тригонометрическим функциям присуще понятие **периодичности** (повторяемости значений функции при различных значениях аргумента, отличных друг от друга на величину

периода $f(x+T)=f(x)$, где T - период), поэтому, в список свойств тригонометрических функций добавлен пункт **«наименьший положительный период».**

Функция y = sin(x). График функции синус называют "синусоида"

Свойства функции y = sinx.



– Областью определения функции синус является все множество

действительных чисел, то есть, функция y = sinx определена при $x \in (-\infty; +\infty)$

– Наименьший положительный период функции синуса равен двум пи: $T=2\pi$.

– Функция обращается в ноль при $x=\pi \cdot k$, где $k \in Z$, Z – множество целыхчисел.

– Функция синус принимает значения из интервала от минус

единицы доединицы включительно, то есть, ее область значений есть $y \in [-1;1]$.

– Функция синус - нечетная, так как $y(-x)=-y(x)$.

– Функция убывает при, $x \in \left[\frac{\pi}{2}+2\pi \cdot k; \frac{3\pi}{2}+2\pi \cdot k\right]$, $k \in Z$

возрастает при $x\in\left[-\frac{\pi}{2}+2\pi\cdot k; \frac{\pi}{2}+2\pi\cdot k\right], \quad k\in Z$.

– Функция синус имеет локальные максимумы в точках $\left(\frac{\pi}{2}+2\pi\cdot k; 1\right)$, локальные минимумы в точках. $\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi\cdot k; -1\right), \quad k\in Z$

– Функция y = sinx вогнутая при , $x\in[-\pi+2\pi\cdot k; 2\pi\cdot k], \quad k\in Z$

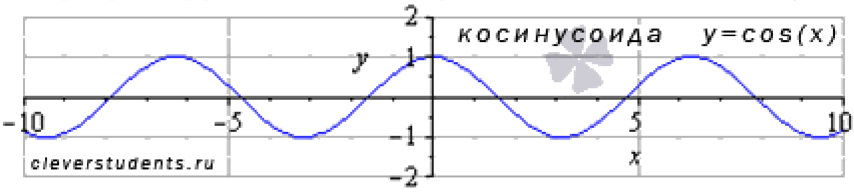
выпуклая при $x\in[2\pi\cdot k; \pi+2\pi\cdot k], \quad k\in Z$.

– Координаты точек перегиба $(\pi\cdot k; 0), \quad k\in Z$.

– Асимптот нет.

Свойства функции y = cosx.

График функции косинус называют "косинусоида"



– Область определения функции косинус: $x\in(-\infty; +\infty)$

– Наименьший положительный период функции *y* = *cosx* равен двум пи: $T=2\pi$.

– Функция обращается в ноль при $x=\frac{\pi}{2}+\pi\cdot k$, где $k\in Z$, Z – множество целыхчисел.

– Область значений функции косинус представляет интервал от минус единицы до единицы включительно: $y\in[-1; 1]$.

– Функция косинус - четная, так как $y(-x)=y(x)$.

– Функция убываетвозрастает при $x\in[-\pi+2\pi\cdot k; 2\pi\cdot k], \quad k\in Z$ при $x\in[2\pi\cdot k; \pi+2\pi\cdot k], \quad k\in Z$,

– Функция *y* = *cosx* имеет локальные Максимумы в точках $(2\pi\cdot k; 1), \quad k\in Z$, локальные минимумы в точках $(\pi+2\pi\cdot k; -1), \quad k\in Z$.

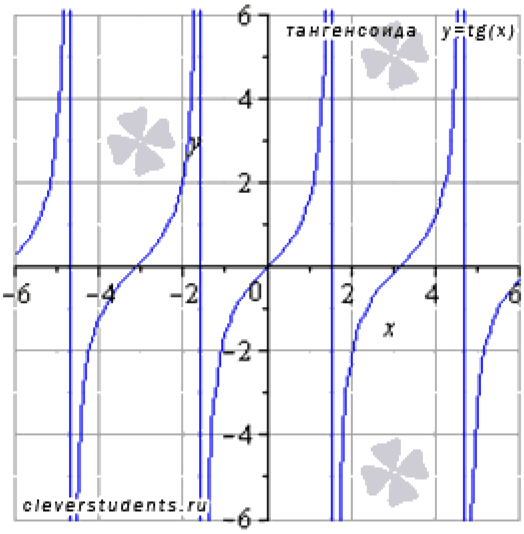
– Функция вогнутая при, выпуклая при $x\in\left[-\frac{\pi}{2}+2\pi\cdot k; \frac{\pi}{2}+2\pi\cdot k\right], \quad k\in Z$ $x\in\left[\frac{\pi}{2}+2\pi\cdot k; \frac{3\pi}{2}+2\pi\cdot k\right], \quad k\in Z$.

– Координаты точек перегиба $\left(\frac{\pi}{2}+\pi\cdot k; 0\right), \quad k\in Z$.

– Асимптот нет.

Функция y = tg(x).

График функции тангенс называют "тангенсоида"



Свойства функции тангенс y = tgx.

– Область определения функции тангенс: $x \in \left(-\frac{\pi}{2}+\pi\cdot k; \frac{\pi}{2}+\pi\cdot k\right)$, где $k \in Z$, Z – множество целых чисел.

Поведение функции y = tgx на границе области определения

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+\pi\cdot k+0} tg(x) = -\infty, \quad \lim_{x\to\frac{\pi}{2}+\pi\cdot k-0} tg(x) = +\infty$$

Следовательно, прямые $x = \frac{\pi}{2}+\pi\cdot k$, где $k \in Z$, являются вертикальными асимптотами.

– Наименьший положительный период функции тангенс $T = \pi$.

– Функция обращается в ноль при $x = \pi\cdot k$, где $k \in Z$, Z – множество целых чисел.

– Область значений функции y = tgx: $y \in (-\infty; +\infty)$.

– Функция тангенс - нечетная, так как $y(-x) = -y(x)$.

– Функция возрастает при $x \in \left(-\frac{\pi}{2}+\pi\cdot k; \frac{\pi}{2}+\pi\cdot k\right)$, $k \in Z$.

– Функция вогнутая при $x \in \left(-\frac{\pi}{2}+\pi\cdot k; \pi\cdot k\right]$, $k \in Z$, выпуклая при $x \in \left[\pi\cdot k; \frac{\pi}{2}+\pi\cdot k\right)$, $k \in Z$.

– Координаты точек перегиба $(\pi\cdot k; 0)$, $k \in Z$.

Определение обратных тригонометрических функций.

Поскольку тригонометрические функции периодичны, то обратные к ним функции не однозначны. Так, уравнение *y* = sin *x*, при заданном, имеет бесконечно много корней. Действительно, в силу периодичности синуса, если *x* такой корень, то и *x* + *2πn* (где *n* целое) тоже будет корнем уравнения. Таким образом, **обратные тригонометрические функции**

главных значений. Рассмотрим, например, синус: *y* = sin *x*. Если ограничить аргумент *x* интервалом, то на нем функция *y* = sin *x* монотонно возрастает. Поэтому она имеет однозначную обратную функцию, которую называют арксинусом: $x = \arcsin y$**.**

Если особо не оговорено, то под обратными тригонометрическими функциями имеют в виду их главные значения, которые определяются следующими определениями.

Арксинус (y = arcsin x) – это функция, обратная к синусу ($x = \sin y$), имеющая область определения и множество значений **.**

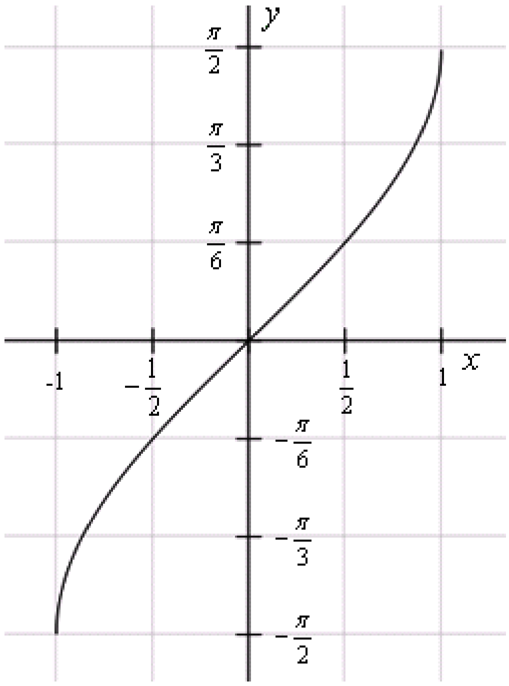
Арккосинус (y = arccos x) – это функция, обратная к косинусу ($x = \cos y$), имеющая область определения и множество значений **.**

Арктангенс (y = arctg x)– это функция, обратная к тангенсу ($x = \operatorname{tg} y$), имеющая область определения и множество значений **.**

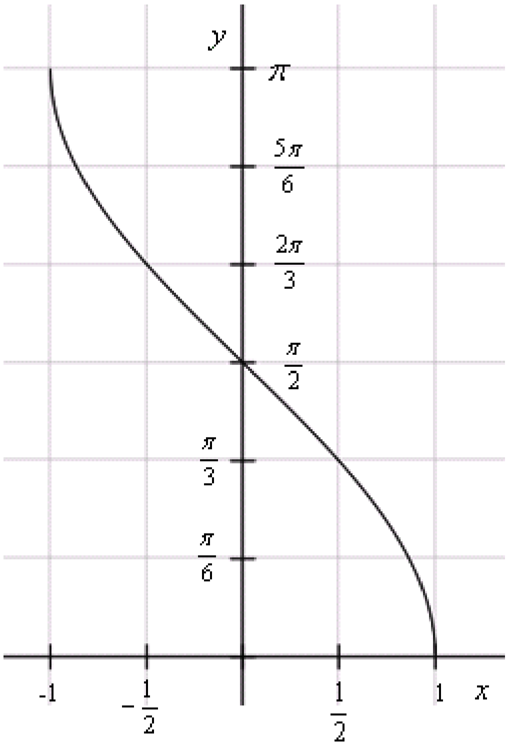
Арккотангенс (y = arcctg x)– это функция, обратная к котангенсу (x

$= \operatorname{ctg} y$), имеющая область определения и множество значений **. Графики обратных тригонометрических функций.**

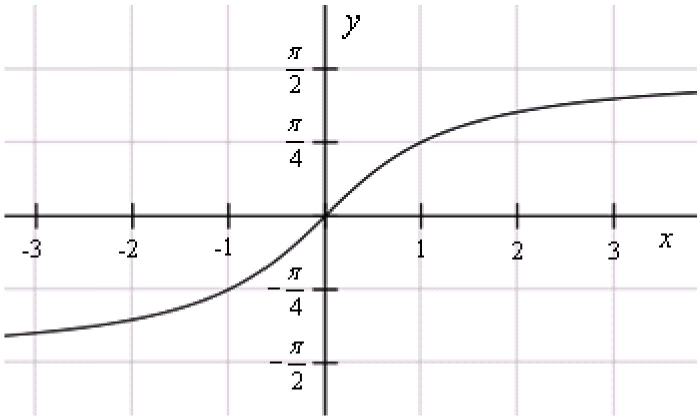
Графики обратных тригонометрических функций получаются из графиков тригонометрических функций зеркальным отражением относительно прямой $y = x$**.** См. разделы Синус, косинус, Тангенс, котангенс.



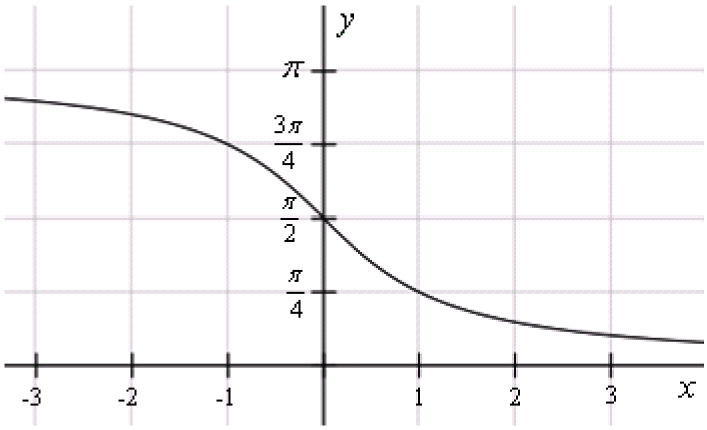
$y = \arcsin x$



y = arccos *x*



y = arctg *x*



y = arcctg *x*

Задание 1. Постройте графики с помощью преобразований.

1) y □ cos x □1 ; 2) y □□□□□□□ cos x; 3)y □□□□□□□ sin x ; 4)y □ 2cos x ;

.

Задание 2. Выполните задания. №11(3), №12(1,2), №16(1,2,3), №17(1,2,3), №22(1,2), стр.94-96 (А.Н. Колмогоров)

Задание3.Контрольные вопросы.

1. Какие функции называются тригонометрическими? Какова их область определения и множество значений?
2. Какие тригонометрические функции являются четными, а какие нечетные?
3. Что называется периодом функции? Какие периоды имеют тригонометрические функции?
4. Как построить графики тригонометрических функций?
5. Сформулируйте определение арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса числа. Для каких чисел они определены?

Литература: А.Н. Колмогоров, Алгебра и начала анализа 10-11 кл.,стр 14-15, 31-36, 40-46, 56-60, 64-66.

Практическая работа №16,17

Тема: «Решение простейших тригонометрических уравнений инеравенств»

Цели: научиться решать простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, справочник.

Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения:

Решение простейших тригонометрических уравнений

Таблица1

Уравнение	***Общее решение***	***Частные случаи***		
		$a=-1$	$a=0$	$a=1$
$\sin x = a$, $\lvert a\rvert \le 1$	$x=(-1)^n \arcsin a + \pi n$	$x=-\dfrac{\pi}{2}+2\pi n$	$x=\pi n$	$x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi n$
$\cos x = a$, $a \le 1$	$x=\pm\arccos a + 2\pi n$	$x=\pi+2\pi n$	$x=\dfrac{\pi}{2}+\pi n$	$x=2\pi n$
$\operatorname{tg} x = a$, $a\in(-\infty;\infty)$	$\lvert x\rvert = \operatorname{arctg} a + \pi n$	$x=-\dfrac{\pi}{4}+\pi n$	$x=\pi n$	$x=\dfrac{\pi}{4}+\pi n$
$\operatorname{ctg} x = a$, $a\in(-\infty;\infty)$	$x=\operatorname{arcctg} a + \pi n$	$x=\dfrac{3\pi}{4}+\pi n$	$x=\dfrac{\pi}{2}+\pi n$	$x=\dfrac{\pi}{4}+\pi n$

Задание 1. Решите уравнения: №136(в,г), №137(в,г), №138(в,г), №139(в,г), №140(в,б), №141(в,б).

Задание 2. Решите неравенства:№151(в,г), №152(в,г), №153(в,г), №154(в,г), №155(в,г), №156(в,г), №157(в,г), №158(б,в,г).

Задание 3. Ответьте на вопросы:

1. Какие тригонометрические уравнения называются простейшими? 2.Что понимают под решением тригонометрического уравнения?

3. По каким формулам находятся решения простейших тригонометрическихуравнений?

4. Какие тригонометрические неравенства называются простейшими? 5.Что нужно учитывать при получении всех решений неравенства?

Литература: А.Н. Колмогоров, Алгебра и начала анализа 10-11 кл.,стр. 69-74,75-80.

Практическая работа №18,19,20

Тема: «Решение показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений и неравенств».

Цели: Научиться решать показательные уравнения и неравенства; научиться решать логарифмические уравнения и неравенства; научиться решать тригонометрические уравнения и неравенства.

Оснащение занятия: учебник, конспекты, справочник.

Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения:

Показательными уравнениями и неравенствами считают такие уравнения и неравенства, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

Показательные уравнения

При решении показательных уравнений используются два основных метода: $a^{f(x)}=a^{g(x)}$

1) переход от уравнения (1) уравнению f(x) = g(x);

2) введение новых переменных. Иногда приходится применять искусственные приемы.

Первый метод решения показательных уравнений основан на следующей теореме:

Теорема 1. Показательное уравнение $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (где $a > 0$, $a \neq 1$) равносильноуравнению

$f(x) = g(x)$.

Показательные неравенства:

Решение показательных неравенств вида $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, где a – положительноечисло отличное от 1, основано на следующей теореме:

Теорема 2. Если $a > 1$, то неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенствутого же смысла:

$f(x) > g(x)$. Если $0 < a < 1$, то показательное неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству противоположного смысла: $f(x) < g(x)$.

Пример 1.Решить уравнение:

$4 \cdot 2^x = 1$.

Решение.

Запишем уравнение в виде $2^2 \cdot 2^x = 2^0$, $2^{x+2} = 2^0$, откуда получаем $x + 2 = 0$, т.е.$x = - 2$.

Ответ: $x = - 2$.

Пример 2. Решить уравнение:$2^{3x} \cdot 3^x = 576$.

Решение.

Так как $2^{3x} = (2^3)^x = 8^x$, $576 = 24^2$, то уравнение можно записать в виде $8^x \cdot 3^x = 24^x$ или в виде

$24^x = 24^2$.

Отсюда получаем $x = 2$.Ответ: $x = 2$.

Пример 3.Решить уравнение:

$3^{x+1} - 2\cdot 3^{x-2} = 25$.

Решение.

Вынося в левой части за скобки общий множитель 3^{x-2}, получаем $3^{x-2} \cdot (3^3 - 2) = 25$, $3^{x-2} \cdot 25 = 25$,

откуда $3^{x-2} = 1$, т.е. $x - 2 = 0$, $x = 2$.Ответ: $x = 2$.

Пример 4.Решить уравнение:

$3^x = 7^x$. Решение.

Так как $7^x \neq 0$,то уравнение можно записать в виде $\dfrac{3^x}{7^x} = 1$,откуда $\left(\dfrac{3}{7}\right)^x = 1$, $\left(\dfrac{3}{7}\right)^x = \left(\dfrac{3}{7}\right)^0$, $x = 0$.

Ответ: $x = 0$.

Пример 5. Решить уравнение:

$2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0$.

Решение. Т. к. $2^{2x+1} = 2 \cdot 2^{2x}$, то

$2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0$

Используем приведенные выше формулы и подстановку: $t = 2^x$. Уравнение тогда принимает вид: $2t^2 - 5t - 88 = 0$. Дискриминант полученного квадратного уравнения положителен:

$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-88) = 729 = 27^2 > 0$.

Это означает, что данное уравнение имеет два корня. Находим их:

$$\left[\begin{array}{l} t_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5)+\sqrt{729}}{2\cdot 2} = 8, \\ t_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-5)-\sqrt{729}}{2\cdot 2} = -5,5. \end{array}\right.$$

Переходя к обратной подстановке, получаем:

$$\left[\begin{array}{l} 2^x = 8, \\ 2^x = -5,5. \end{array}\right.$$

Второе уравнение корней не имеет, поскольку показательная функция строгоположительна на всей области определения. Решаем второе:

$$2^x = 8 \Leftrightarrow 2^x = 2^3.$$

С учетом сказанного в теореме 1 переходим к эквивалентному уравнению: x

= 3. Это и будет являться ответом к заданию.Ответ: x = 3.

Показательные неравенства

Пример 1. Неравенства, сводящиеся к простейшим. Решаются приведениемобеих частей неравенства к степени с одинаковым основанием.

а) $2^{x^2} > 2^{x+2}$.

Решение:

$2^{x^2} > 2^{x+2}$;

$x^2 > x+2$, ¿1

т.к.a=2x^2 - x-2 > 0;

x < - 1; x > 2.

Ответ: $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$

б) $\left(\frac{1}{9}\right)^x \le \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$.

Решение:

$\left(\frac{1}{9}\right)^x \le \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$;

$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} \le \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$,

$2x \ge x - 1$, т.к. функция $y = \left(\frac{1}{3}\right)^t$ убывает,

$x \ge -1$

Ответ: $[-1; +\infty)$

Пример 2. Неравенства, решаемые с помощью вынесения за скобки общегомножителя.

$8 \times 2^{x-1} - 2^x > 48$

Решение: $2^{x-1}(8 - 2) > 48$,

$2^{x-1} > 8$,

$2^{x-1} > 2^3$,

x - 1 > 3, т.к. ¿1

a=2x > 4.

Ответ: $(4; +\infty)$

Пример 3. Неравенства, решаемые с помощью замены переменной.$2^x + 2^{3-x} < 9$

Решение:

$2^x + \frac{2^3}{2^x} < 9,$

$2^x + \frac{8}{2^x} - 9 < 0.$

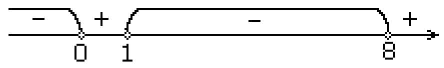
Обозначим $2^x = y$

$y + \frac{8}{y} - 9 < 0,$

$\frac{y^2 - 9y + 8}{y} > 0.$

Решим это неравенство методом интервалов.

$\frac{(y-8)(y-1)}{y} < 0$



$\left[\begin{array}{l} y < 0 \\ 1 < y < 8 \end{array}\right.$

а) $2^x < 0$. Неравенство решений не имеет, т.к. $2^x > 0$.

б) $1 < 2^x < 8$; $2^0 < 2^x < 2^3$; $0 < x < 3$, т.к. a=2 ¿1

Ответ: (0; 3).

Задания к практической работе.

Вариант 1 1.Решите уравнение:а) ;

б) $8\left(\frac{4}{5}\right)^{x} 6{,}4=\frac{25}{16}$;

в) $3^{-1-x}=\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3}$;

г) $5^x = 9^x$;

д) $3^x + 3^{x+1} = 4$;

е) $3^{2x} - 6\cdot 3^x - 27 = 0$;

2.Решите неравенство:

а) $4^{5x-1} > 16^{3x+2}$;

б) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6$;

в) $3^{2x} - 4\cdot 3^x + 3 \le 0$.

Вариант 2

1.Решите уравнение:

а) $0{,}5^x = 0{,}125$;

б) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}$;

в) $\left(\frac{1}{6}\right)^{4x-7} = 6^{x-3}$;

г) $2^x = 3^x$;

д) $5^x + 5^{x+2} = 26$;

е) $2^{2x} - 6\cdot 2^x + 8 = 0$.

2.Решите неравенство:

а) $0{,}5^{4x+3} \ge 0{,}5^{6x-1}$;

$3^{2x-1} - 3^{2x-3} < \frac{8}{3}$

б) ;

в) $\left(\frac{1}{7}\right)^{2x}+6\cdot\left(\frac{1}{7}\right)^{x}-7<0$;

Задание. Ответить на контрольные вопросы по теме: «Показательные уравнения и неравенства».

1. Какие уравнения называются показательными?
2. Назовите способы решения показательных уравнений.
3. Назовите свойство показательной функции, которое применяется прирешении показательных неравенств.
4. Как решать показательные неравенства графически?

Теоретические сведения:

Логарифмическими уравнениями и неравенствами считают такие уравнения и неравенства, в которых неизвестное содержится под знаком логарифма.

Логарифмом положительного числа b по основанию a (a>0, a ‡1) называется показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b.

Замечание. Так как область определения логарифмической функции только множество положительных действительных чисел, при решении логарифмических уравнений необходимо либо находить область допустимых значений уравнения (ОДЗ), либо после нахождения решений уравнения делать проверку.

Примеры.

1. **Решить уравнение:**

$\log_3(5x - 1) = 2$.Решение:

ОДЗ: $5x - 1 > 0$; $x > 1/5$.

$\log_3(5x- 1) = 2$, $\log_3(5x - 1) = \log_3 3^2$,$5x - 1 =9$,

$x = 2$.

Ответ: 2.

2. **Решить уравнение**:

$\log_2(x - 5) + \log_2(x + 2) = 3$.

Решение:

ОДЗ:

$\begin{cases} x-5>0 \\ x+2>0 \end{cases}, x\in(5;+\infty)$

$\log_2(x- 5) + \log_2(x + 2) = 3$,

$\log_2((x- 5)(x + 2)) = \log_2 2^3$,

$(x - 5)(x + 2) = 8$,

$x^2 - 3x - 18 = 0$, x_1

= 6 (5; + ∈); ∞

$x_2 = -3$ (5; + ∞),
следовательно, x= -3 - посторонний корень.
Ответ: 6.

3. **Решить уравнение**:
$\log_2 x - 2\log_x 2 = -1$
Решение:
ОДЗ: x > 0, x ≠ 1
Используя формулу перехода к новому основанию, получим

$$\log_2 x - 2\frac{\log_2 2}{\log_2 x} = -1,$$

$$\log_2 x - \frac{2}{\log_2 x} = -1.$$

Обозначим

$$\log_2 x = y.$$

$$y - \frac{2}{y} = -1,$$

$$\frac{y^2 + y - 2}{y} = 0,$$

$$\begin{cases} y^2 + y - 2 = 0, \\ y \neq 0 \end{cases}$$

$y_1 = -2;\ y_2 = 1.$

а) $\log_2 x = -2;\ x = 2^{-2};\ x = \frac{1}{4}.$

б) $\log_2 x = 1;\ x = 2.$

Ответ: $\frac{1}{4};\ 2.$

4. Решить неравенство:
$\lg(3x-7) \le \lg(x+1)$

Решение. Основание логарифма больше числа 1, поэтому решаем систему

$$\begin{cases} 3x - 7 > 0, \\ x + 1 > 0, \\ 3x - 7 \le x + 1. \end{cases}$$

Получаем $\begin{cases} 3x > 7, \\ x > -1, \\ 2x \le 8; \end{cases}$ $\begin{cases} x > \frac{7}{3}, \\ x > -1, \\ x \le 4. \end{cases}$

Подводя итог, приходим к ответу: $x \in \left(\frac{7}{3}; 4\right].$

5. Решить неравенство:

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x - 2) > -2.$$

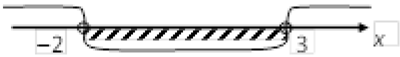
Решение.
Так как основание логарифма меньше числа 1, то решение неравенствасводится

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0, \\ x^2 - x - 2 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \end{cases};\ \begin{cases} x^2 - x - 2 > 0, \\ x^2 - x - 2 < 2^2; \end{cases}$$

к решению системы

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0, \\ x^2 - x - 6 < 0; \end{cases} \begin{cases} (x+1)(x-2) > 0, \\ (x+2)(x-3) < 0. \end{cases}$$

Используем далее метод интервалов



Получаем ответ: $x \in (-2;-1) \cup (2;3)$.

6.Решить неравенство:

$$\log_2^3 x + \log_2^2 x - 4\log_2 x - 4 \ge 0.$$

Решение. Заменяем $\log_2 x = y$ и решаем кубическое неравенство

$$y^3 + y^2 - 4y - 4 \ge 0.$$

Разлагаем левую часть неравенства на множители:

$y^2(y+1) - 4(y+1) \ge 0,$

$(y^2-4)\cdot(y+1) \ge 0,$

$(y+2)\cdot(y+1)\cdot(y-2) \ge 0.$

Используем далее метод интервалов

Получили решение $y \in [-2;-1] \cup [2;+\infty)$. Записываем его в виде:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y \ge -2, \\ y \le -1, \end{cases} \\ y \ge 2. \end{array}\right.$$

Возвращаемся к неизвестной x и с учетом ОДЗ заданного неравенства имеем:

$$\begin{cases} x > 0, \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_2 x \ge -2, \\ \log_2 x \le -1, \end{cases} \\ \log_2 x \ge 2; \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0, \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge 2^{-2}, \\ x \le 2^{-1}, \end{cases} \\ x \ge 2^2; \end{array}\right. \end{cases} \quad \begin{cases} x > 0, \\ \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge \frac{1}{4}, \\ x \le \frac{1}{2}, \end{cases} \\ x \ge 4. \end{array}\right. \end{cases}$$

Получаем ответ: $x \in \left[\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right] \cup [4;+\infty)$.

В а р и а н т 1 1.Решите уравнение:а)

б) $\lg(x+7) - \lg(x+5) = 1.$

в) [illegible] $(x-2)+3=0.$

г) $\log_3 x^2 + \log_{\sqrt{3}}(x-8) = 4$

Задания к практической работе.

2.Решите неравенство:

а) $\log_{\frac{1}{6}}(6-0{,}3x) > -1$

б) $\log_{\pi}(3x+2) \le \log_{\pi}(x-1).$

в) $\log_3(x+7) < \log_3(5-x) - \log_{\frac{1}{3}}(3-x)$

В а р и а н т 2

1.Решите уравнение:а)

б) [illegible]

в) $\log_{[illegible]}^{2}(2x) - 20\log_{[illegible]}(2x) = 21.$

2.Решите неравенство:а)

б) [illegible] $> -2.$

в) $\log_2 24 \ge \log_2(16 - x) + \log_2(2x - 6)$

Задание. Ответить на контрольные вопросы по теме: «Логарифмические уравнения и неравенства».

1. Какие уравнения называются логарифмическими?
2. Какая теорема применяется при решении логарифмических уравнений?

3.Почему необходимо делать проверку или находить ОДЗ при решении логарифмических уравнений?

4.Составьте алгоритм решения логарифмических неравенств.

Теоретические сведения:

- При решении простейших тригонометрических уравнений вида $\sin t = a$, $\cos t = a$ обрати внимание на значение числа а! Не всякое такое уравнение имееткорни.

-Не забывай, что каждое простейшее тригонометрическое уравнение требуетиспользования только «своей»! формулы корней:

$$\sin t = a \Leftrightarrow t = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in Z$$

$$\cos t = a \Leftrightarrow t = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$$

$$tgt = a \Leftrightarrow t = arctga + \pi n, n \in Z$$

$$ctgt = a \Leftrightarrow t = arcctga + \pi n, n \in Z$$

-Помни, что простейшие уравнения частного вида: $\sin t = 0$, $\sin t = 1$, $\sin t = -1$, $\cos t = 0$, $\cos t = 1$ и $\cos t = -1$ решают с использованием частных формул корней.

- Если аргумент простейшего уравнения сложен, пользуйся методом замены переменной.

- Всякое тригонометрическое уравнение сначала необходимо упростить, т.е. привести к простейшему или совокупности (или системе, или совокупности систем, что бывает редко) простейших уравнений. При упрощении уравнения используй все знания о тригонометрических функциях: определение, четность, периодичность, формулы приведения.

Далее, при упрощении:

-Внимательно исследуй аргументы всех тригонометрических функций и с помощью тригонометрических формул измени их так, чтобы они все были равными.

-Приведи подобные слагаемые, проверь, не сделаны ли технические ошибкив применении формул и вычислений.

-Внимательно посмотри на упрощѐнное уравнение и определи, к какому видуоно относится и каким способом ты его будешь решать.

Примеры.

1. Разложение на множители.

Решить уравнение: $\cos^2 x + \sin x \cdot \cos x = 1.$

Решение: cos ^{2} x + sin x · cos x - sin ^{2} x - cos ^{2} x = 0 ,
sin x · cos x - sin ^{2} x = 0 ,
sin x · (cos x - sin x) = 0 , или $\sin x = 0$ или $\cos x - \sin x = 0$ | : $\cos x$

x = $\pi k, k \in Z$ $\quad 1 - tg\, x = 0$

$tg\, x = 1$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

Ответ: x = $\pi k, k \in Z;$ $\quad x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

2. **Метод подстановки**.

Методом подстановки решаются те тригонометрические уравнения, которые представляют собой квадратные уравнения относительно какой-либо тригонометрической функции. Если в уравнение входят различные тригонометрические функции, то надо выразить их через одну.

Решить уравнение:

$8\sin^2 x + \cos x + 1 = 0,$

Решение :

$8(1 - \cos^2 x) + \cos x + 1 = 0,$

$-8\cos^2 x + \cos x + 9 = 0,$

$\cos x = t, t \in [-1;1],$

$8t^2 - t - 9 = 0,$

$t_1 = -1, t_2 = \frac{9}{8}.$

$\frac{9}{8} \in [-1;1],$ $\quad -1 \in [-1;1],$ $\quad \cos x = -1,$ $\quad x = \pi + 2\pi k, k \in Z$

Ответ: $x = \pi + 2\pi k, k \in Z$

3. Приведение к однородному уравнению.

Решить уравнение: 3sin ^{2} x + 4 sin x · cos x + 5 cos ^{2} x = 2.

Решение: 3sin ^{2} x + 4 sin x · cos x + 5 cos ^{2} x = 2sin ^{2} x + 2cos ^{2} x ,

sin ^{2} x + 4 sin x · cos x + 3 cos ^{2} x = 0 ,

tg^2 x + 4 tgx + 3 = 0 , отсюда y ^{2} + 4y +3 = 0 ,

корни этого уравнения: $y_1 = -1$, $y_2 = -3$, отсюда

1) tg x = -1, 2) tg x = -3,

$x_1 = -\pi / 4 + \pi k;$ $\qquad x_2 = -\arctan 3 + \pi n.$

1). $\sin x = 0$, $\qquad$ 2). $\cos x - \sin x = 0$,

$x_1 = \pi k;$ $\qquad \tan x = 1$,

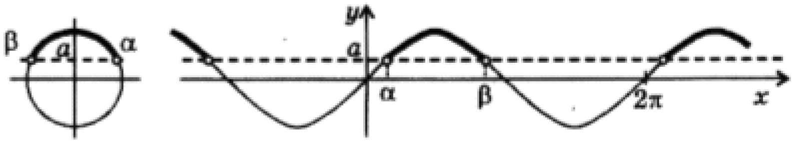
$x_2 = \pi / 4 + \pi n$,

Ответ: x = $\pi k, k \in Z;$ $\quad x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

Простейшие тригонометрические неравенства решаются при помощи единичной окружности или графика соответствующей тригонометрической функции.

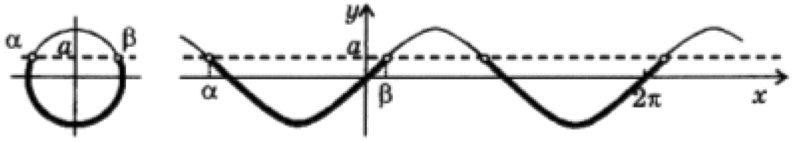
Неравенства : sin x > a, sin x a, sin x ≤ a, sin x a ≤

$\sin x > a \Leftrightarrow \arcsin a + 2\pi n < x < \pi - \arcsin a + 2\pi n$, n » Z



$\alpha = \arcsin a$; $\beta = \pi - \arcsin a$.

$\sin x \Leftrightarrow - \pi - \arcsin a + 2\pi n$ πn, n » Z



$\alpha = - \pi - \arcsin a$; $\beta = \arcsin a$.

В случае нестрогих неравенств знаки < и > в решениях заменяются соответственно на ≤ и ≥

a=-1

a=1

$\sin x < -1$ – решений нет
$\sin x \le -1 \Leftrightarrow x = -\pi/2 + 2\pi n$
$\sin x > -1 \Leftrightarrow x \ne -\pi/2 + 2\pi n$
$\sin x \ge -1 \Leftrightarrow x \in R$

$\sin x < 1 \Leftrightarrow x \ne -\pi/2 + 2\pi n$
$\sin x \le 1 \Leftrightarrow x \in R$
$\sin x > 1$ – решений нет
$\sin x \ge 1 \Leftrightarrow x = -\pi/2 + 2\pi n$

$a < -1$

$a > 1$

$\sin x < a \ (\le a)$ – решений нет
$\sin x > a \ (\ge a) \Leftrightarrow x \in R$
$\sin x < a \ (\le a) \Leftrightarrow x \in R$
$\sin x > a \ (\ge a)$ – решений нет

Во всех приведенных здесь формулах n принадлежит Z.

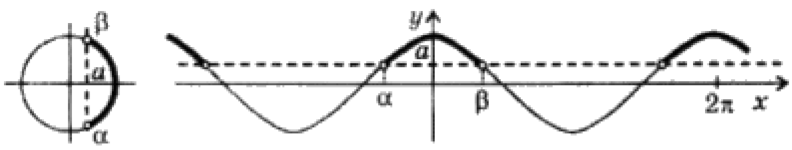
Неравенства:

cos x> a; cos x a; cos x < a; cos x   a.

≥ ≤

$\boxed{|a| < 1}$

$\cos x > a \Leftrightarrow -\arccos a + 2\pi n < x < \arccos a + 2\pi n,$
$n \in Z$



$\alpha = -\arccos a$; $\beta = \arccos a$

$\cos x < a \Leftrightarrow \arccos a + 2\pi n < x < 2\pi - \arccos a + 2\pi n,$
$n \in Z$

В случае нестрогих неравенств знаки < и > в решениях заменяются

≤ ≥

a=-1

a=1

$\alpha = \arccos a$; $\beta = 2\pi - \arccos a$

соответственно на и .

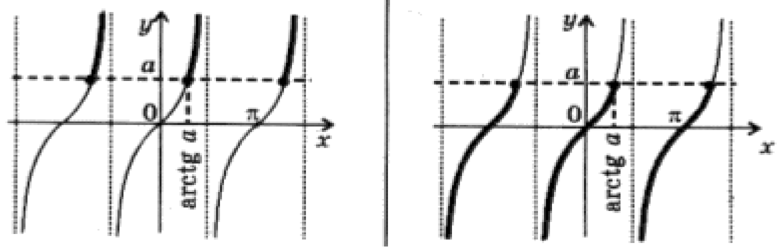
$\cos x < -1$ – решений нет
$\cos x \le -1 \Leftrightarrow x = \pi + 2\pi n$
$\cos x > -1 \Leftrightarrow x \ne \pi + 2\pi n$
$\cos x \ge -1 \Leftrightarrow x \in R$
$\cos x < 1 \Leftrightarrow x \ne 2\pi n$
$\cos x \le 1 \Leftrightarrow x \in R$
$\cos x > 1$ – решений нет
$\cos x \ge 1 \Leftrightarrow x = 2\pi n$

$a < -1$

$a > 1$
$\cos x < a\ (\le a)$ – решений нет
$\cos x > a\ (\ge a) \Leftrightarrow x \in R$
$\cos x < a\ (\le a) \Leftrightarrow x \in R$
$\cos x > a\ (\ge a)$ – решений нет

Во всех приведенных здесь формулах n ЄZ.
Неравенства:
tg x > a; tg x a; tg x ≤ a; tg x   a.   ≤

$\mathrm{tg}\, x > a$ $\mathrm{arctg}\, a + \pi n < x < \pi/2 + \pi n,$ $n \in Z$	$\mathrm{tg}\, x < a$ $-\pi/2 + \pi n < x < \mathrm{arctg}\, a + \pi n,$ $n \in Z$
$\mathrm{tg}\, x \ge a$ $\mathrm{arctg}\, a + \pi n \le x < \pi/2 + \pi n,$ $n \in Z$	$\mathrm{tg}\, x \le a$ $-\pi/2 + \pi n < x \le \mathrm{arctg}\, a + \pi n,$ $n \in Z$



Задания к практической работе.

Вариант 1

1.Решите уравнение:

1. $\cos 2x - 1 = 0$
2. $2\sin 3x = -1$
3. $ctg\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = \sqrt{3}$
4. $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{2x}{3}\right) = \frac{1}{2}$
5. $\cos\left(\pi - \frac{5x}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
6. $2\sin^2 x - 7\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 5 = 0$
7. $\cos(2\pi - 2x) + 3\sin(\pi - x) = 2$
8. $\sin^2 x - 4\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 0$

2.Решить неравенство:

1. $\sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$
2. $\cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) > \frac{-\sqrt{3}}{2}$

Вариант 2

1. Решите уравнение:

1. $ctg\left(\frac{3\pi}{2}-2x\right)-\sqrt{3}=0$
2. $2\cos 2x=-1$
3. $15\cos\left(\frac{\pi}{2}-5x\right)=0$
4. $\sin 2x\cos 2x=-\frac{1}{4}$
5. $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2x}{3}\right)=\sin\frac{\pi}{3}$
6. $3\sin^2(2\pi-2x)+7\sin\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)-3=0$
7. $\sin(3\pi-2x)$ - $\sin\left(\frac{3\pi}{2}-2x\right)$ =0
8. $\sin^2 x+2\sin x\cos x-3\cos^2 x=0$

2. Решить неравенство:

1. $\cos x>\frac{-\sqrt{2}}{2}$
2. $\sin\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)<\frac{1}{2}$

Задание. Контрольные вопросы по теме: «Тригонометрические уравнения и неравенства».

1. Какие тригонометрические уравнения называются простейшими?
2. Что понимают под решением тригонометрического уравнения?
3. Перечислите основные способы решения тригонометрических уравнений.
4. Что учитывают при решении тригонометрических неравенств, чтобы получить все решения?

Литература: А.Н. Колмогоров, Алгебра и начала анализа 10-11 кл., стр. 229-231, 242-244, 69-74,75-80.

Практическая работа №21,22

Тема: «Нахождение наибольшего и наименьшегозначения и экстремальных значений функции»

Цель: научиться находить наибольшее и наименьшее значения функции; научитьсянаходить точки экстремума и значения функции в этих точках.

Оснащение занятия: конспект, справочник, учебник.

Порядок выполнения работы:

Задание 1. Внимательно прочитайте п.52 (Алимов, Ш.А.), стр.273 (до задачи 1) и ответьтена вопросы:

1) Для функции укажите какое значение наибольшее или наименьшее принимает этафункция на:

а) интервале (-0,5; 0,5) б) отрезке [-1;2] в) отрезке [0;2]?

2) Чему равно это значение?

Задание 2. Запиши в тетрадь и запомни: если функция непрерывна и возрастает (убывает) на каком-то промежутке, то наибольшее и наименьшее значения достигаются ее на концахпромежутка.

Задание 3. Запишите в тетрадь алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на данном отрезке [a;b], стр.273.

Задание 4. Рассмотрите применение этого алгоритма при решении задач 1 и 2, затем решите их самостоятельно и сравните результаты.

Задание 5. Прочитайте п.2, стр.274 и ответьте на вопросы:

1) Сколько стационарных точек имеет функция f(x) на заданном интервале? Как этиточки называют?

2) В какой точке функция f(x) принимает наибольшее (наименьшее) значение назаданном интервале?

Задание 6. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции не на отрезке,

а на интервале? Чтобы ответить на этот вопрос рассмотрите задачу 3 и решение запишитев тетрадь.

Контроль знаний студентов:

Задание 1. Выполните №936(б, г) в парах. В-1. №936(а)
В-2. №936(в).(Алимов, Ш.А.)

Задание 2. В-1. №937(1), №938(2). В-2. №937(2), №938(1).

В парах выполните №938(3).

Задание 3. В-1. №939(1). В-2. №939(2). В парах выполните №940, №941

Задание 4. Пользуясь алгоритмом нахождения точек экстремума на промежутке (а; в)выполните № 914(1;3), № 959(2), № 913(1;3).

Задание 5.Ответьте на контрольные вопросы:

1. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке?
2. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции не на отрезке, а на интервале?
3. .Какое утверждение используют при решении некоторых задач на нахождениенаибольшего и наименьшего значений функции?
4. Дайте определение экстремума функции.
5. Какие точки называют стационарными? критическими?
6. Приведите достаточные условия того, что стационарная точка является точкойэкстремума.

Литература: Алимов, Ш. А. Алгебра и начала анализа стр.273.

Практическая работа №23,24

Тема: «Применение интеграла к вычислениюфизических величин и площадей»

Цель: научиться вычислять определенный интеграла по формуле Ньютона – Лейбница; научиться находить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями; научиться находить объем тела с помощью определенного интеграла; научиться вычислять путь, пройденный точкой.

Оснащение занятия: учебники, конспекты, таблица первообразных.

Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения:

Таблица первообразных (неопределенных интегралов).Таблица1.

$\int x^p \cdot dx = \frac{x^{p+1}}{p+1} + C, \quad p \neq -1$	
$\int 0 \cdot dx = C$	
$\int a^x \cdot dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a \neq 1$	$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} arctg \frac{x}{a} + C$
$\int e^x \cdot dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert + C$	$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left\lvert \frac{x-a}{x+a} \right\rvert + C$
$\int \cos x \cdot dx = \sin x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a}} = \ln\left\lvert x + \sqrt{x^2 \pm a} \right\rvert + C$
$\int \sin x \cdot dx = -\cos x + C$	$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left\lvert \frac{1-\cos x}{\sin x} \right\rvert + C$
$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$	$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left\lvert \frac{1+\sin x}{\cos x} \right\rvert + C$
$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$	
$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$	
$\int \frac{dx}{1+x^2} = arctgx + C$	

Определенный интеграл, его свойства и вычисление.

Определенный интеграл вычисляется по формуле **Ньютона-Лейбница**:

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(a)-F(b)$$

Основные свойства определенного интеграла:

1. При перестановке пределов интегрирования изменяется знак

интеграла:

$$\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx$$

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

2.Отрезок интегрирования можно разбивать на части:

Определенный интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраическойсумме их определенных интегралов.

3.Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла.Пример.

$$\int_2^3 3x^2\,dx = x^3\Big|_2^3 = 3^3 - 2^3 = 27-8=19.$$

Пример. Вычислить значение определенного интеграла $\int_1^3 x^2\,dx$ по формуле Ньютона-Лейбница.

Решение.

Для начала отметим, что подынтегральная функция $y = x^2$ непрерывна на отрезке *[1;3]*, следовательно, интегрируема на нем.

Из таблицы неопределенных интегралов видно, что для функции $y = x^2$ множествопервообразныхдля всех действительных значений аргумента (следовательно, и для $x \in [1;3]$) записывается как $F(x) = \int x^2\,dx = \frac{x^3}{3} + C$. Возьмем первообразную при *C =0*: $F(x) = \frac{x^3}{3}$.

Теперь осталось воспользоваться формулой Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла: $\int_1^3 x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{26}{3}$.

Пример.

По формуле Ньютона-Лейбница вычислите определенный интеграл $\int_{-1}^{2} x \cdot e^{x^2+1}\,dx$.

Решение.

Подынтегральная функция непрерывна на отрезке *[-1;2]*, поэтому, интегрируема на нем. Найдем неопределенный интеграл $\int x \cdot e^{x^2+1}\,dx$ методом

$$\int x \cdot e^{x^2+1}\,dx = \frac{1}{2}\int e^{x^2+1}\,d\left(x^2+1\right) = \frac{1}{2}e^{x^2+1} + C$$

подведения под знак

дифференциала: Так мы получили множество всех первообразных функции $y = x \cdot e^{x^2+1}$ для всех действительных x, следовательно, и для $x \in [-1; 2]$.

Возьмем первообразную при $C=0$ и применим формулу Ньютона-Лейбница:

$$\int_{-1}^{2} x \cdot e^{x^2+1} dx = \left(\frac{1}{2} e^{x^2+1} \right) \Bigg|_{-1}^{2} =$$

$$= \frac{1}{2} e^{2^2+1} - \frac{1}{2} e^{(-1)^2+1} = \frac{1}{2}\left(e^5 - e^2\right) = \frac{1}{2} e^2 \left(e^3 - 1\right)$$

Пример.

Вычислить определенные интегралы $\int_{-4}^{-\frac{1}{2}} \frac{4x^3+2}{x^2} dx$ и $\int_{-1}^{1} \frac{4x^3+2}{x^2} dx$

.Решение. $\left[-4; -\frac{1}{2}\right]$

На отрезке подынтегральная функция непрерывна, следовательно, интегрируема.

Найдем множество первообразных функции $y = \frac{4x^3+2}{x^2}$:

$$\int \frac{4x^3+2}{x^2} dx = 4\int x dx + 2\int x^{-2} dx = 2x^2 - \frac{2}{x} + C$$

.

$$F(x) = 2x^2 - \frac{2}{x}$$

Возьмем первообразную и по формуле Ньютона-Лейбница вычислим

$$\int_{-4}^{-\frac{1}{2}} \frac{4x^3+2}{x^2} dx = \left(2x^2 - \frac{2}{x} \right) \Bigg|_{-4}^{-\frac{1}{2}} =$$

$$= 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{2}{-\frac{1}{2}} - \left(2(-4)^2 - \frac{2}{-4}\right) = \frac{1}{2} + 4 - 32 - \frac{1}{2} = -28$$

требуемый определенный интеграл:

Примеры вычисления площади фигуры, ограниченной линиямиу = f(x) или x = g(y).

Пример.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y=-x^2+6x-5$ и прямыми $y=-\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}$, *x=1*, *x=4*. <u>*Решение.*</u>

Построим эти линии на плоскости. (рис.1)

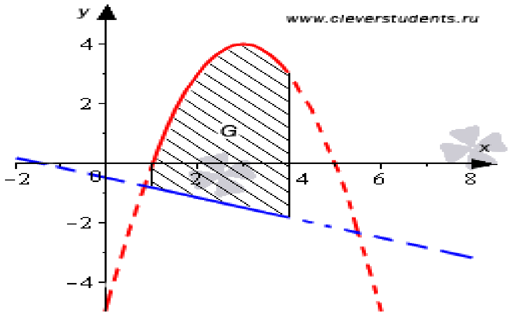


Рисунок 1

Всюду на отрезке *[1;4]* график параболы $y=-x^2+6x-5$ выше прямой $y=-\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}$. Поэтому, применяем полученную ранее формулу для площади и вычисляем

$$S(G)=\int_1^4\left(-x^2+6x-5-\left(-\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}\right)\right)dx=$$

$$=\int_1^4\left(-x^2+\frac{19}{3}x-\frac{9}{2}\right)dx=\left.\left(-\frac{1}{3}x^3+\frac{19}{6}x^2-\frac{9}{2}x\right)\right|_1^4=$$

$$=-\frac{1}{3}\cdot 4^3+\frac{19}{6}\cdot 4^2-\frac{9}{2}\cdot 4-\left(-\frac{1}{3}\cdot 1^3+\frac{19}{6}\cdot 1^2-\frac{9}{2}\cdot 1\right)=$$

$$=-\frac{64}{3}+\frac{152}{3}-18+\frac{1}{3}-\frac{19}{6}+\frac{9}{2}=13$$

определенный интеграл по **формуле Ньютона-Лейбница:**

Вычисление площадей плоских фигур в декартовой системе координат

Если плоская фигура (рис. 1) ограничена линиями $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$, где $f_2(x)\ge f_1(x)$ для всех $x\in[a,b]$, и прямыми $x=a$, $x=b$, то ее площадь вычисляется по формуле:

$$S=\int_a^b\left(f_2(x)-f_1(x)\right)dx \qquad (8)$$

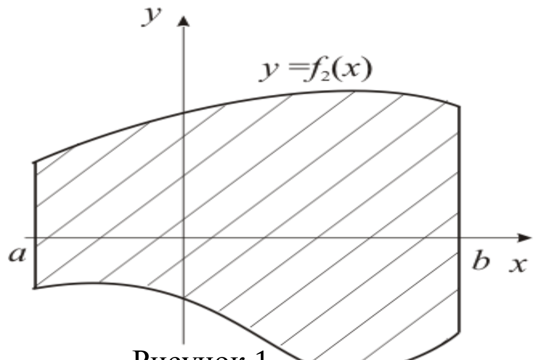


Рисунок 1

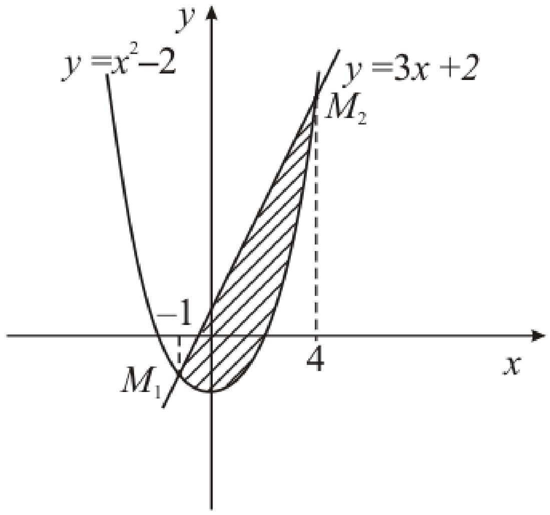


Рисунок 2.

$y = x^2 - 2,\ y = 3x + 2.$

Пример. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

Решение**.** Построим схематический рисунок (рис. 2). Для построения параболы возьмемнесколько точек:

Для построения прямой достаточно двух точек, например $(0,2)$ $(-1,-1)$ и .

Найдем координаты точек M_1 и M_2 пересечения параболы $y = x^2 - 2$ и прямой $y = 3x + 2$.Для этого решим систему уравнений

$$\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = 3x + 2. \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2 = 3x + 2,\quad x^2 - 3x - 4 = 0,\quad x_1 = -1,\quad x_2 = 4.$$

Тогда $y_1 = 3\cdot(-1) + 2 = -1,\ y_2 = 3\cdot 4 + 2 = 14.$ Итак, $M_1(-1,-1),\ M_2(4,14).$

Площадь полученной фигуры найдем по формуле (8), в которой поскольку $f_2(x) = 3x + 2,\ f_1(x) = x^2 - 2,$ $f_2(x) \ge f_1(x)$ для всех $x \in [-1,4]$. Получим:

$$S = \int_{-1}^{4}\left(3x + 2 - \left(x^2 - 2\right)\right)dx = \int_{-1}^{4}\left(3x - x^2 + 4\right)dx = \left(\frac{3x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 4x\right)\Bigg|_{-1}^{4} =$$

$$= \frac{3\cdot 4^2}{2} - \frac{4^3}{3} + 4\cdot 4 - \left(\frac{3\cdot(-1)^2}{2} - \frac{(-1)^3}{3} + 4\cdot(-1)\right) = 24 - \frac{64}{3} + 16 - \frac{3}{2} - \frac{1}{3} + 4 =$$

$$= 44 - \frac{65}{3} - \frac{3}{2} = \frac{125}{6} = 20\frac{5}{6}\ (\text{кв. ед.})$$

Задание 1. Выполните: № 1000(3;4), № 1014(1), № 1015(1), № 1017(1;3), № 1025(1), № 1038(2).

Задание 2. Ответьте на контрольные вопросы:

1. Что называется определенным интегралом?
2. Выпишите формулу Ньютона – Лейбница и объясните ее смысл.3.Расскажите алгоритм вычисления определенного интеграла.
4. Как найти путь, пройденный точкой за данный промежуток времени от началадвижения?
5. Как найти путь, пройденный точкой за данный промежуток времени от начала движениядо ее остановки?

Литература: А.Н. Колмогоров, Алгебра и начала анализа 10-11 кл.,стр.293-296, 297-299,300-310.

Практическая работа №25,26

Тема: «Задачи на подсчет числа размещений, перестановок и сочетаний»

Цель: научиться определять тип комбинаторного объекта и рассчитывать количествовыборок заданного типа.

Оснащение занятия: учебники, конспекты.

Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения:

Комбинаторика – это раздел математики, в котором изучается, сколько различных комбинаций, подчинённых тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

Все комбинаторные формулы можно вывести из двух основных утверждений, касающихся конечных множеств – правило суммы и правило произведения. Эти два важных правила часто применяются при решении комбинаторных задач.

Основными понятиями комбинаторики являются размещения, перестановки и сочетания. **Размещением** из n элементов по m называется любое упорядоченное подмножество, состоящее из m различных элементов данного множества.

Перестановкой из n элементов называется размещение из n элементов по n элементам. **Сочетанием** из n элементов по m называется любое подмножество, состоящее из mразличных элементов данного множества

Задание1. Решите задачи:

1. Сколькими способами можно выбрать председателя, заместителя и профорга из 9 человек?
2. Сколькими способами можно рассадить 7 человек по 9 вагонам?
3. В соревнованиях по фигурному катанию принимали участие россияне, итальянцы, украинцы, немцы, китайцы и французы. Сколькими способами могут распределиться места по окончании соревнований?
4. Сколько перестановок можно получить из букв слова КОЛОКОЛА?
5. Из учащихся 25 человек нужно выбрать троих дежурных. Сколькими способами этоможно сделать?
6. Сколькими способами можно купить 6 пирожных, если имеются 2 сорта пирожных по 5в каждом?

Задание2. Ответьте на вопросы:

1. Охарактеризуйте основные комбинаторные объекты. 2.Составьте схему для определения типа комбинаторного объекта.

Литература: 1.Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.:Высшая школа, 2007. – 480 с.

2. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математическойстатистике. – М.: Высшая школа, 2007.

Практическая работа №27,28.

Тема: «Решение задач на перебор вариантов. Формула биномаНьютона»

Цель: формирование умений решать задачи на перебор вариантов; рассмотреть понятие бинома Ньютона, биномиальных коэффициентов. Научить разлагать в n-ую степень двучлена.

Оснащение занятия: учебники, конспекты.

Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения:

Комбинаторика – раздел математики, в котором изучаются простейшие

«соединения». Перестановки - соединения, которые можно составить из n предметов, меняя всеми возможными способами их порядок.

Размещения - соединения, содержащие по m предметов из числа n данных, различающиеся либо порядком предметов, либо самими предметами.

Сочетания - соединения, содержащие по m предметов из n, различающиеся друг от друга,по крайней мере, одним предметом.

Решить комбинаторную задачу - это значит выписать все возможные комбинации,составленные из чисел, слов, предметов и др., отвечающих условию задачи.

Факториал

Определение. Произведение всех последовательных натуральных чисел от 1 до nобозначается n!

n! = 1 · 2 · 3 · ... · n.

Точные значения факториалов

Размещениями из n элементов по m называются такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами, либо порядком их следования.

Сочетаниями из n элементов по m называются такие соединения, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

Перестановками из n элементов называются такие соединения из n элементов, которые отличаются друг от друга лишь порядком следования элементов.

Написать разложение по формуле бинома Ньютона и упростить .Решение:

$$(a+b)^4 = C_4^0 a^4 b^0 + C_4^1 a^3 b^1 + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 a^1 b^3 + C_4^4 a^0 b^4 =$$

2. $$\frac{4!}{0!4!}a^4 + \frac{4!}{1!3!}a^3в + \frac{4!}{2!2!}a^2b^2 + \frac{4!}{3!1!}ab^3 + \frac{4!}{4!0!}b^4 = a^4 + 4a^3в + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4.$$

3. Найти алгебраическую сумму коэффициентов многочлена относительно *x*,получаемого в разложении бинома Ньютона. $(3x-4)^{17}$

Решение.

$$(3x-4)^{17} = C_{17}^0(3x)^{17}(-4)^0 + C_{17}^1(3x)^{16}(-4)^1 + C_{17}^2(3x)^{15}(-4)^2 + C_{17}^3(3x)^{14}(-4)^3 +$$
$$+ \cdots + C_{17}^{17}(3x)^0(-4)^{17}.$$

Это равенство истинно при любом значении *x*.

$$(3-4)^{17}=(-1)^{17}=-1$$

При *x* = 1 левая часть равна , а в правой части получаем алгебраическую сумму

$$C_{17}^{0}3^{17}(1)^{17}+C_{17}^{1}3^{16}1^{16}(-4)+C_{17}^{2}3^{15}1^{15}(-4)^{2}+\cdots+C_{17}^{17}(-4)^{17}=$$

коэффициентов: $C_{17}^{0}3^{17}-4\cdot 3^{16}C_{17}^{1}+16\cdot 3^{15}C_{17}^{2}+\cdots+-4^{17}\cdot C_{17}^{17}$

Следовательно, алгебраическая сумма коэффициентов данного многочлена равна –1.

4. Найти 13-й член разложения бином

$$\left(\sqrt[3]{3}+\sqrt{2}\right)^{15}$$

.

Решение. Согласно формуле общего члена разложения бинома,

$$T_{13}=T_{12+1}=C_{15}^{12}\left(\sqrt[3]{3}\right)^{3}\left(\sqrt{2}\right)^{12}=C_{5}^{3}\cdot 3\cdot 2^{6}=\frac{13\cdot 14\cdot 15}{1\cdot 2\cdot 3}\cdot 3\cdot 2^{6}=87360.$$

Задание1. Решите задачи:

1. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5различных уроков?

1) 30 2)100 3)120 4) 5

2. На 1 курсе 12 учащихся, имеющих по математике оценки «4-5». Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?

1) 128 2)495 3) 36 4) 48

3. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?1) 10 2) 60 3) 20 4) 30

4. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?1) 100 2)30 3)5 4) 20

5. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, еслив каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?

1) 32) 6 3) 2 4) 1

6. Сколькими способами из 8 учебных предметов можно составить расписание учебногодня из 4 различных уроков.

1) 10000 2) 1680 3) 32 4) 1600

Задание2. 1. Разложить по формуле бинома Ньютона и упростить:1) $\left(1+\left(\frac{1}{2}a+b\right)\right)^{7}$;2) $(a+2b)^{6}$; 3) $\left(a-\sqrt{2}\right)^{6}$;

2. Найти два средних члена разложения:

1) $\left(a^{3}+ab\right)^{31}$; 2) $\left(a^{3}+ba\right)^{30}$; 3) $\left(a^{2}+b\right)^{21}$; 4) $\left(a+b^{2}\right)^{17}$.

Задание3. Контрольные вопросы:

1.Что такое комбинаторика? 2.Что такое факториал?

3. Значения факториала.

4. Прочитать формулу бинома Ньютона.

Литература: 1.Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.:Высшая школа, 2007. – 480 с.

2.Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математическойстатистике. – М.: Высшая школа, 2007.

Практическая работа № 29,30

Тема: «Построение для заданной выборки статистического распределения и его графика»

Цель: научиться строить статические распределения и графически их изображать; научиться определять числовые характеристики выборок.

Оснащение занятия: учебники, конспекты.

Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения:

Ранжирование предполагает упорядочение данных выборки. В результате ранжирования по возрастанию получается **вариационный ряд**. Проранжированные данные удобнее записать в виде таблицы, в которой указывается перечень вариант и их частот (относительных частот). Такая таблица называется **таблицей частот (относительных частот) или статистическим распределением**. Статистические распределения можно также записывать в виде последовательности интервалов и соответствующих им частот. Для наглядности строятся графики статистического распределения: полигон и гистограмму.

Полигоном частот (относительных частот) называется ломаная, отрезки которой соединяют точки с абсциссами равными вариантам и ординатами, равными частотам(относительным частотам) соответствующих вариантов.

Гистограммой частот (относительных частот) называется ступенчатая фигура, состоящая из прямоугольников, основаниями которых случат частичные интервалыдлиной h, а высоты равны отношению n/h (W/h).

Задание1. Выполните задание:

1. Дан числовой ряд, представляющий итоговые оценки по математике студентов 1 курса:3 4 5 4 4 3 5 4 4 3 5 4 5 3 3 4 4 4 5 3 3 5 5 4 5.

а) построить для него вариационный ряд; б) построить статистическое распределение для частот и относительных частот; в) дополнить статистическое распределение накопленными частотами;

г) построить полигон частот и относительных частот.

2. В отделе мужской обуви универмага в течение дня производился учет стоимости проданной обуви. Были получены

следующие результаты (в рублях):

1200, 1110, 2300, 890, 320, 1200, 560, 1340, 1400, 1050, 1050, 4700, 3200, 2900, 2100, 2450,

890, 1110, 1200, 1200, 2300, 1050, 1400, 1200, 890, 320, 1320, 890, 1100, 1050

а) Представьте эти данные в виде интервальной таблицы абсолютных и относительных частот, разбив диапазон цен от 0 до 5000 рублей на интервалы длиной по 1000 рублей. б) постройте гистограмму частот и относительных частот.

3**.** Дана случайная выборка из 25-ти учеников 8-го класса с данными об их росте:

166 165 163 166 168 165 168 170 165 165 165 165 164 168 165 164 161 166 166 167 164 163

168 167 167.

а) построить для него вариационный ряд; б) построить статистическое распределение для частот и относительных частот; в) дополнить статистическое распределение накопленными частотами;

г) построить полигон частот и относительных частот.

4**.** Перед вами выборка, полученная по результатам изучения обменного курса доллара в20-ти обменных пунктах города: 26,45; 26,4; 26,41; 26,45; 26,66; 26,53; 26,55; 26,44; 26,8;

26,67; 26,77; 26,43; 26,7; 26,6; 26,68; 26,58; 26,55; 26,54; 26,57; 26,59

а) Разбейте весь интервал от 26,4 до 26,9 на пять интервалов, сгруппируйте данные ипостройте по ним интервальную таблицу частот.

б) постройте гистограмму частот и относительных частот.

Задание 2. Ответьте на вопрос:

1.В чем суть выборочного метода? Чем отличается выборочная совокупность отгенеральной.

Литература: Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.:Высшая школа, 2007. – 480 с.

Практическая работа №31,32

Тема: « Решение практических задач с применением вероятностных методов»

Цель: формирование умений решать практические задачи с применением вероятностныхметодов.

Оснащение занятия: учебники, конспекты.

Порядок выполнения работы:

Теоретические сведения:

Рассмотреть примеры событий:

1. Событие, которое в результате данного испытания обязательно

произойдёт называется **достоверным.**

2. Величина, число возможных значений которой либо конечное, либо бесконечноес чётное множество называется **дискретной.**

3. Два случайных события, одно из которых происходит в том случае, когда не происходитдругое называется **противоположным.**

4. Результат произведённого испытания называется **событием.**

5. Соответствие между возможными значениями и их вероятностями называется законом **распределения д.с.в.**

6. Два события, появление одного из которых не исключает возможность появлениядругого называются **совместимыми.**

7. Событие, которое в результате данного испытания может произойти или не произойтиназывается **случайным.**

8. События, которым условия испытания обеспечивают одинаковую возможностьпоявления каждого из них называются **равновозможными.**

9. Основная числовая характеристика разброса возможных значений случайной величиныX называется **дисперсией.**

10. Реализация данного комплекса условий, в результате которого непременно произойдёт какое – либо событие называется **испытанием.**

Задание1. Какому событию соответствует предложение?

1.Приход весны после зимы -

2. Пингвины летают-

3. Завтра будет солнечная погода –

4. Появление 1, 4, 5 при бросании игральной кости -

5. Игральную кость подбросили 1 раз. Событие А — появление одного очка. Событие В – появление не чётного числа очков -

6. Эйфелева башня находится в Берлине –

7. Бутерброд упадёт маслом вниз.

8. Выпадение герба и выпадение цифры при бросании монеты

9. Попадание и промах при одном выстреле по цели - не является ни положительным, ни отрицательным числом.

11. Из ящика наудачу взята деталь. События «появилась стандартная деталь» и «появиласьнестандартная деталь» -

12. Монета подброшена вверх. Выпадение и герба и цифры при бросании монеты -13.Вы выходите на улицу, а навстречу вам идѐт слон -

14.Выпадение 3 и 5 очков при двукратном бросании игральной кости - 15.Отказ и безотказная работа радиостанции в данный момент времени

Задание 2. Предлагается вид события, приведите пример на это событие:

1.достоверного события; 2.невозможного события; 3.случайного события; 4.совместимых событий; 5.несовместимых событий; 6.равновозможных событий; 7.противоположных событий.

Задание3. Решите задачи на определение вероятности события:

1. В партии из 200 деталей имеется 8 бракованных. Определить вероятность того, что, взятая наугад, деталь окажется стандартной.

2. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «урок». Ребенок, не

умеющий читать, рассыпал эти буквы, а затем собрал их в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получится слово «урок».

Задание4. Решите задачи на применение теорем сложения и умножения вероятностей:

1. В коробке лежат 8 зеленых, 7 синих и 15 красных карандашей. Вычислить вероятность того, что взятый наугад карандаш будет, синим или зеленым.
2. В первой урне 7 белых и 3 чёрных шара; во второй – 3 белых и 7 чѐрных шаров. Из каждой урны наудачу вынимают 1 шар. Какова вероятность того, что оба вынутых шарабелые?

Задани5. Решите задачу на вычисление числовых характеристик дискретной случайнойвеличины:

1. Пусть дан закон распределения дискретной случайной величины Х:

10	40	50
0,2	0,3	0,5

Найти числовые характеристики величины Х: математическое ожидание, дисперсию исреднее квадратическое отклонение.

Задание6.

Контрольные вопросы.

1.определение вероятности события;

2. теоремы сложения вероятностей;

3. теоремы умножения вероятностей;

4. вычисление числовых характеристик дискретной случайной величины: математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения.

Литература: 1.Данко, П.Е., Попов, А.Г., Кожевникова, Т.Я. Высшая математика вупражнениях и задачах. – М., 2006.

2.Григорьев, С.Г., Задулина, С.В. Математика. – М., 2007.

Глоссарий

Абсцисса (лат.слово abscissa - «отрезанная»). Заимств. из франц. яз.в начале 19 в. Франц. abscisse – из лат. Это одна из декартовых координат точки, обычно первая, обозначаемая буквой x. В современном смысле Т. употреблен впервые немецким ученым Г. Лейбницем (1675).

Аксиома (греч.слово axios-ценный; axioma – «принятие положения», «почет»,
«уважение», «авторитет»). В рус.яз. – с Петровских времен. Это основное положение, самоочевидный принцип. Впервые Т. встречается у Аристотеля. Использовался в книгах Евклида «Начала». Большую роль сыграли работы древнегреческого ученого Архимеда, который сформулировал аксиомы, относящиеся к измерению величин. Вклад в аксиоматику внесли Лобачевский, Паш, Пеано. Логически безупречный список аксиом геометрии был указан немецким математиком Гильбертом на рубеже 19 и 20 вв.

Апофема (греч.слово apothema,apo –«от», «из»; thema – «приложенное», «поставленное»).
1.В правильном многоугольнике апофема – отрезок перпендикуляра, опущенного из его центра на любую из его сторон, а также его длина. 2.В правильной пирамиде пофема – высота любой его боковой грани.3.В правильной усеченной пирамиде апофема – высота любой ее боковой грани.

Аппликата (лат.слово applicata – «приложенная»). Это одна из декартовых координатточки в пространстве, обычно третья, обозначаемая буквой Z.

Биссектриса (лат.слова bis – «дважды» и sectrix –«секущая»). Заимств. В 19 в. из франц. яз.где bissectrice – восходит к лат. словосочетанию. Это прямая, проходящая через вершину угла и делящая его пополам.

Вектор (лат.слово vector – «несущий», «носитель»). Это направленный отрезок прямой, у которой один конец называют началом вектора, другой конец – концом вектора. Этот термин ввел ирландский ученый У. Гамильтон (1845).

Вертикальные углы (лат.слова verticalis – «вершинный»). Это пары углов с общей вершиной, образуемые при пересечении двух прямых так, что стороны одного угла являются продолжением сторон другого.

Вероятность - числовая характеристика степени возможности появления определенного события в тех или иных определенных, могущих повторяться неограниченное число раз условиях.

Гексаэдр (греч.слова geks – «шесть» и edra – «грань»). Это шестигранник. Этот Т. приписывают древнегреческому ученому Паппу Александрийскому (3 век). **Геометрия** (греч.слова geo – «Земля» и metreo – «измеряю»). Др.-рус.

заимств. из греч.яз. Часть математики, изучающая пространственные отношения и формы. Т. появился в 5 веке до н.э. в Египте, Вавилоне.

Геометрический смысл определенного интеграла - определенный интеграл отфункции f(x) по отрезку [a; b] равен площади криволинейной трапеции

Геометрический смысл производной - если функция y = f(x) имеет производную вточке x, тогда существует касательная к графику этой функции в точке M0(x0;y0), уравнение которой y – y0 =f(x)(x - x), где f(x) = tg , где α- угол наклона этой касательной к оси ох.

Гипербола (греч.слово hyperballo – «прохожу через что-либо»). Заимств. в 18 в. из лат.яз. Это незамкнутая кривая из двух неограниченно простирающихся ветвей. Т.ввел древнегреческий ученый Апполоний Пермский.

Гипотенуза (греч.словоgyipotenusa – «стягивающая»). Замств. из лат.яз. в 18 в., в котором hypotenusa – от греч. сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла. Древнегреческий ученый Евклид (3 век до н.э.) вместо этого термина писал,
«сторона, которая стягивает прямой угол».

Градус (лат.слово gradus – «шаг», «ступень»). Единица измерения плоского угла, равная 1/90 части прямого угла. Измерение углов в градусах появилось более 3 лет назад в Вавилоне. Обозначения, напоминающие современные, использовались древнегреческими ученым Птолемеем.

График (греч.слово graphikos- «начертанный»). Это график функции – кривая на плоскости, изображаемая зависимость функции от аргумента.

Диагональ (греч.слово dia – «через» и gonium – «угол»). Это отрезок прямой, соединяющий две вершины многоугольника, не лежащие на одной стороне. Т. встречаетсяу древнегреческого ученого Евклида (3 век до н.э.). Диаметр (греч.слово diametros – «поперечник», «насквозь», «измеряющий» и слово dia – «между», «сквозь»). Т. «деление» в русском языке впервые встречаются у Л.Ф.Магницкий.

Дифференциал (лат.слово differento- «разность»). это главная часть приращения функции, равная произведению производной функции y = f(x) на приращение аргумента Δx: dy=fI(x)*Δx. Так как Δx=dx, тоdy=fI(x)*Δx – произведение производной функции y = f(x) на дифференциал аргумента dx.. Это одно из основных понятий математического анализа. Этот Т. встречается у немецкого ученого Г. Лейбница в 1675 г. (опубликовано в 1684г.).

Декартова прямоугольная система координат в пространстве - это три взаимно перпендикулярные прямые: Ося абсцисс (ох), ось ординат (оу) и ось аппликат (oz) и начало координат (o). Плоскости, проходящие через оси координат, называютсякоординатными. Они делят пространство на 8 областей – октантов.

Длина вектора - это расстояние между началом и концом вектора. Обозначение:

Достоверное событие – это событие, которое в результате испытания обязательно происходит. Обозначение: Ω.

Знаменатель - число, показывающее размеры долей единицы, из которых составлена дробь. Впервые встречается у византийского ученого Максима Плануда (конец 13 века).

Интеграл (лат.слово integro – «восстанавливать» или integer – «целый»). Заимств. во второй половине 18 в. из франц. яз.на базе лат. integralis – «целый», «полный». Одно из основных понятий математического анализа, возникшее в связи потребностью измерять
площади, объемы, отыскивать функции по их производным. Обычно эти концепции интеграла связывают с Ньютоном и Лейбницем. Впервые это слово употребил в печати швец. Ученый Я. Бернулли (1690 г.). Знак ∫ - стилизованная буква S от лат.слова summa –
«сумма». Впервые появился у Г. В. Лейбница.

Интервал (лат.слово intervallum – «промежуток», «расстояние»). Множество действительных чисел, удовлетворяющее неравенству a < x

Иррациональное число (т. слово irrationalis – «неразумный»). Число, не являющееся рациональным. Т. ввел немецк. ученый М.Штифель (1544). Строгая теория иррациональных чисел была построена во 2-ой половине 19 века.

Испытание (эксперимент) - осуществление определенного комплекса условий.

Исход - результат испытания (событие).

Комбинаторика - лат.словоcombinare – «соединять». Раздел математики, в котором изучаются различные соединения и размещения, связанные с подсчетом комбинаций из элементов данного конечного множества.

Классическая вероятность события А - это отношение числа N(A) элементарных исходов, благоприятствующих событию A, к общему числу N всех равновозможных элементарных исходов испытания.

Коллинеарные векторы - это векторы, лежащие на одной прямой или на параллельных прямых. Обозначение: $\vec{a}||\vec{b}$.

Компланарные векторы - это векторы, лежащие в одной плоскости или в параллельных плоскостях.

Комплексное число z - это упорядоченная пара действительных чисел (x;y), первое из которых x называется действительной частью, а второе число y – мнимой частью. Обозначается: z=x+iy. Символ i называется мнимой единицей. Обозначение:x=Rez; y=Imz.

Криволинейная трапеция – это фигура, ограниченная сверху графиком функции y=f(x) (f(x)≥0), слева и справа соответственно прямыми x=a и x=b, снизу – отрезком [a;b] оси OX.

Математика – наука о количественных отношениях и пространственных формах действительного мира

Математическое ожидание дискретной случайной величины X - это число, приблизительно равное среднему значению случайной величины, которое равно сумме произведение возможных значений случайной величины Xn на соответствующие им вероятности pk: $M(x)=\sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k$.

Механический смысл производной - это скорость изменения любого процесса. Например, производная пути S=S(t) по времени t есть мгновенная скорость движения материальной точки, т. е. V(t)=SI(t). Вторая производная пути по времени – ускорение, т. е.SII(t)=VI(t)=a(t).

Независимые испытания – это испытания (эксперименты), в которых вероятность появления любого исхода в каждом испытании не зависит от результатов других испытаний.

Неопределенный интеграл функции f(x) - это совокупность всех первообразных для функции f(x). Обозначение: $\int f(x)dx = F(x) + C$,
где знак $\int$ называется интегралом, функция f(x) – подынтегральной функцией, а f(x)dx – подынтегральным выражением.

Область определения функции y=f(x) - это множество тех значений аргумента x , при которых функция y имеет смысл. Обозначение: D(f)

Область значений функции y=f(x) – это множество значений y, принимаемых функцией y=f(x) для всех x из области определения D(f),
т.е. при $x \in D(f)$. Обозначение: E(f)

Правильной называется дробь, у которой модуль числителя меньше модуля знаменателя. Дробь, не являющаяся правильной, называется неправильной, и представляет рациональное число, по модулю большее или равное единице.

Первообразной функцией для функции y=f(x) на промежутке X называется такаяфункция F(x), если в каждой точке x на промежутке X выполняется условие F'(x)=f(x)

Равные векторы - это сонаправленные коллинеарные векторы, имеющие равные длины.
Сонаправленные векторы - это коллинеарные векторы, имеющие одно направление.

Сфера – это множество точек пространства, равноудаленных от данной точки O, называемой центром, на данное расстояние, называемое радиусом.

Сочетания - это число комбинаций, состоящих из k n элементов, взятых из элементов,которые отличаются хотя бы одним элементом. Обозначение и формула для подсчета $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

числа сочетаний:

Случайное событие – это событие, наступление или не наступление которого в некотором испытании зависит от ряда случайных факторов.

Случайная величина – это переменная величина, которая принимает свои значения в зависимости от исходов испытания.**Среднее квадратическое отклонение случайной величины x –** это величина $\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$, где $D(x)$ – дисперсия случайной величины x.

Точка максимума функции $z = f(x, y)$ - это точка $P_0(x_0; y_0)$, в окрестности, которой функция $z = f(x, y)$ определена и для всех точек $P(x, y)$ этой окрестности, отличных от P_0, выполняется неравенство: $f(P_0) > f(P)$.

Точка минимума функции $z = f(x, y)$ - это точка $P_0(x_0; y_0)$, в окрестности, которой функция $z = f(x, y)$ определена и для всех точек $P(x, y)$ этой окрестности, отличных от P_0, выполняется неравенство: $f(P_0) < f(P)$.

Теорема – это математическое утверждение, истинность которого устанавливается путем доказательства.

Теория вероятностей – это раздел математики, изучающий закономерности, которым подчиняются случайные явления и процессы.

Теорема сложения вероятностей двух событий – вероятность суммы двух событий А и В равна сумме вероятностей этих событий без вероятности произведения этих событий: $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$.

Теорема умножения вероятностей двух событий - вероятность произведения двух событий ровна произведению одного события на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое событие произошло: $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B / A) = P(B) \cdot P(A / B)$.

Функция – это правило, которое каждому числу x из некоторого множества D ставит в соответствие одно и только одно число y из множества E. Обозначение: $y = f(x)$, где x - D E

независимая переменная, называемая аргументом ; -область определения функции; -область значений функции.

Формула Ньютона-Лейбница – это формула для вычисления определенного интеграла от

непрерывной на отрезке $[a,b]$ функции f(x), имеющей первообразную F(x): $\int_a^b f(x)dx$

$= F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$

Формула полной вероятности -это формула для нахождения вероятности события А, которое может произойти только с одним из n попарно несовместных

$H_1, H_2, ... H_n,$ $P(A) = \sum P(H_i) \cdot P(A/H_i)$

Событий образующих полную группу:

Хорда – греч.слово horde – «струна», «тетива». Отрезок, соединяющий две точки окружности.

Число –основное понятие математики, используемоедля количественной характеристики, сравнения, нумерации объектов и их частей.

Число – абстрактная сущность, используемая для описания количества.

Целые числа — расширение множества натуральных чисел $\mathbb{N}$, получаемое добавлением к $\mathbb{N}$ нуля и отрицательных чисел вида $-n$.

Число е –это иррациональное число 2,7…, служащее основанием натуральноголологарифма

Экстремум функции – это локальный максимум и локальный минимум функции.

Экспонента (экспоненциальная функция) – это показательная функция $y = e^x$.

Список литературы:

1. Алимов, Ш. А., Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 кл. средней школы. – М.:Просвещение, 2010.-384с.
2. Атанасян, Л. С., Геометрия. Учебник для 10-11 кл. средней школы. – М.: Просвещение,2009-255с.
3. Богомолов, Н. Б., Практические занятия по математике. – М.: Высшая школа, 2010.-400с.
4. Башмаков, М.И. Математика: учебник для учреждений начального и среднегопрофессионального образования-М.: Издательский центр «Академия»-2012.-256с. 5. Веселовский, С. Б., Дидактические материалы по геометрии для 10 класса. – М.:Просвещение, 2013.-214с..
6. Веселовский, С. Б. ,Дидактические материалы по геометрии для 11 класса. – М.:Просвещение, 2013.-225с.
7. Дадаян, А.А. Математика: Учебник.-М.: ФОРУМ.: ИНФРАМ, 2013,-552с. .
8. Зив, Б. Г., Дидактические материалы по геометрии для 10 классов. – М.: Просвещение,2014.-248с.
9. Киселев, А. П., «Элементарная геометрия». – М.: Просвещение, АО «Учебнаялитература», 2009.-278с.
10. Колмогоров, А.Н., Абрамов, А.М. и др. Алгебра и начала анализа 10-11 кл. М.,Просвещение, 2011.-365с.
11. Кузнецова, Н. И. ,Сборник заданий для проведения письменного экзамена поматематике за 11 класс. – М.: Просвещение, 2001.-545с.
12. Погорелов, А.В., Геометрия 7-11кл. – М., Просвещение, 2011.-383с.
13. Самойлова, Т Н. , Сборник задач по математике – М.: Негосударственноеобразовательное учреждение «Бизнес-школа», 2009.-526с.

Интернет-ресурсы:

1. Информационно-справочная система «В помощь студентам». Форма доступа: http://window.edu.ru
2. Информационно-справочная система Форма доступа: http://dit.isuct.ru.
3. Информационно-справочная система Форма доступа: http://www.resolventa.ru
4. http://www.bymath.net/ Математическая школа в Интернете.
5. www.aonb.ru/depart/is/mat.pdf Для учителей математики.
6. www.imc-new.com/index.php/teaching…/210-2011-04-19-06-23-55 Методические рекомендации.
7.uztest.net/course/view.php?id=11 Олимпиады по математике

УЗДЕНОВА Клара Магометовна

МАТЕМАТИКА

Практикум для обучающихся первого курса

Корректор Чагова О.Х.
Редактор Чагова О.Х.

Сдано в набор 12.04.2022 г.
Формат 60х84/16
Бумага офсетная.
Печать офсетная.
Усл. печ. л.4,18
Заказ № 4571
Тираж 100 экз.

Оригинал-макет подготовлен
в Библиотечно-издательском центре СКГА
369000, г. Черкесск, ул. Ставропольская, 36