

Обучающиеся выбирают вариант по последней цифре зачетной книжки.

Задача 1

Определить величину и направление силы F , приложенной к штоку поршня для удержания его на месте. Справа от поршня находится воздух, слева от поршня и в резервуаре, куда опущен открытый конец трубы – жидкость. Показание пружинного манометра P_m . Дано: жидкость – вода, $P_m=0,02$ МПа (вак), $H=5$ м, $D=100$ мм, $d=50$ мм.

Решение

Давление на левом торце поршня $P_1=P_0 - \rho g H$ (P_0 – атмосферное давление), а соответствующая сила $F_1=P_1(D^2)/4$. Согласно одному из основных свойств гидростатического давления, сила давления воды F_1 действует в направлении внутренней нормали на левый торец поршня (слева-направо), см. рис. б. На правый торец поршня также вдоль внутренней нормали действует сила давления воздуха F_m . Выберем произвольное направление силы F , которую нужно найти, например, такое же как и направление вектора силы давления воздуха F_m . Тогда силу давления воды F_1 должна уравновешивать сила $F_2=F_m + F$, действующая в противоположном направлении. Силу F_m , с которой воздух давит на поршень справа налево, можно подсчитать по формуле $F_m = (P_0 - P_m)(D^2 - d^2)/4$. Учитывая равенство приложенных к поршню сил, $F_1=F_2$, для искомой силы F можно получить

$$F = \frac{(P_0 - \rho g H)(\pi D^2/4)}{4} - (P_0 - P_m)(D^2 - d^2) \frac{\pi}{4} = \frac{(98100 - 5 \cdot 9,81 \cdot 1000) \left(3,14 \cdot \frac{0,05^2}{4} \right)}{4} - (98100 - 0,02)(0,1^2 - 0,05^2) \frac{3,14}{4} = -74,77 \text{ Н}$$

При вычислениях мы считали, что атмосферное давление $P_0=98100$ Па, плотность воды $=1000$ кг/м³. Знак «-» в значении силы F говорит, что силу F нужно направить не в направлении вектора F_m , как мы предположили сначала, а в противоположную сторону. Силу F нужно направить в правую сторону, см. рис. б).

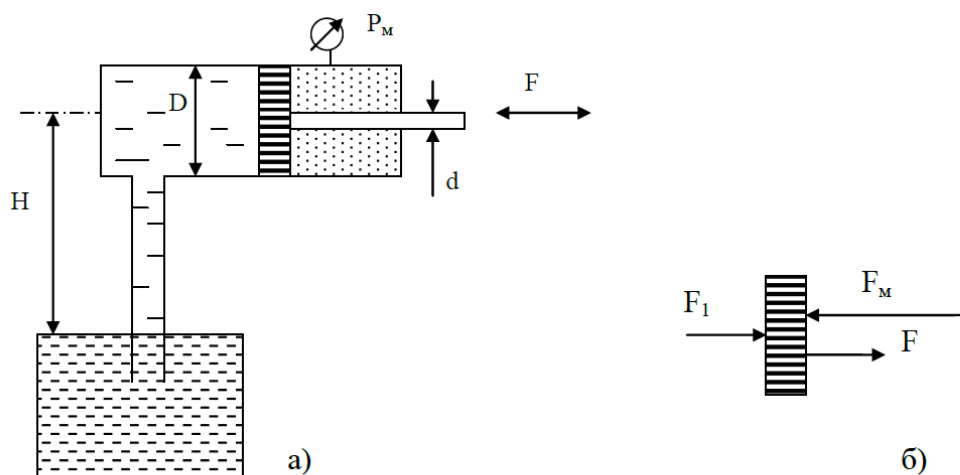


Рис. а – схема задачи; б) направления сил, приложенных к поршню для удержания его в равновесии

№ вар.	H, м	D, мм	d, мм
0	5	100	20
1	5	200	50
2	5	300	50
3	5	400	50
4	3	200	50
5	4	200	50
6	5	200	40
7	4	100	50
8	3	100	30
9	4	300	30

Задача 2

Определить расход воды в горизонтальном трубопроводе переменного сечения, скорость на каждом из участков и построить пьезометрическую линию, если $H = 20$ м; $d_1 = 15$ мм; $d_2 = 30$ мм; $d_3 = 10$ мм.

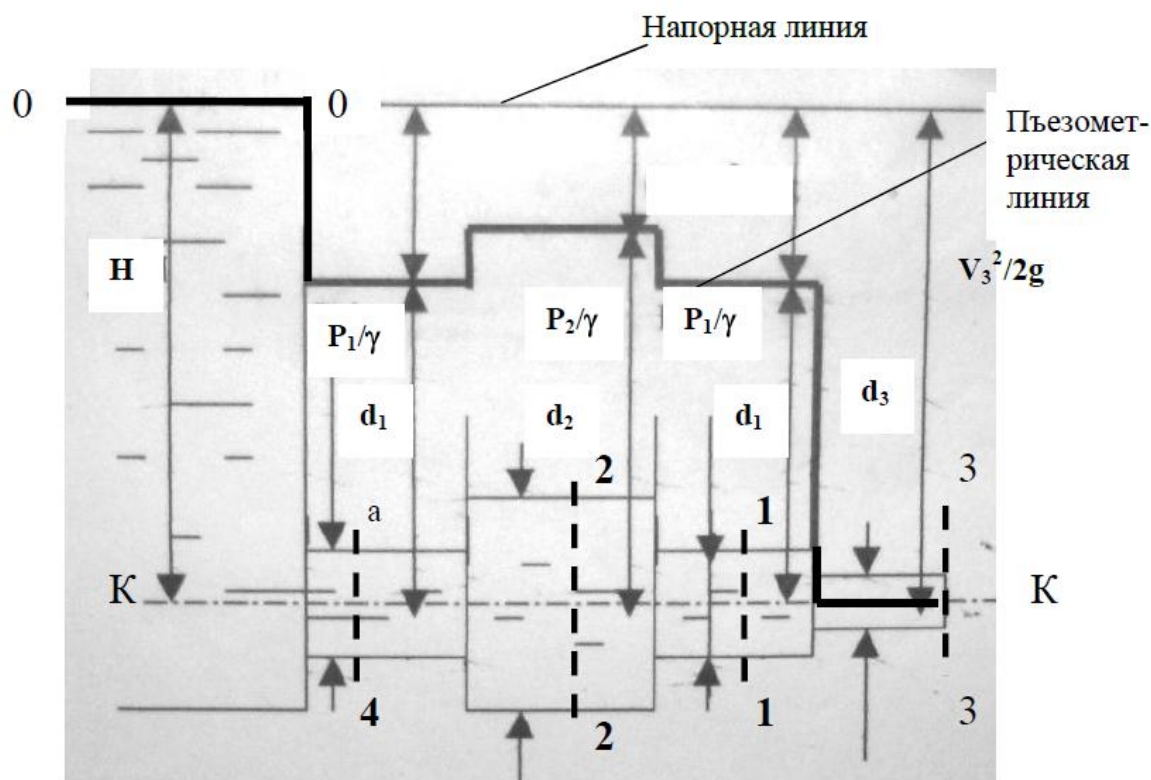


Рис.

Решение

Уравнение Бернулли идеальной жидкости (по условию задачи, пренебрегаем вязкостью воды) для потока в трубопроводе (2.1) в сечениях 0-0 и 3-3 трубы будет иметь вид

$$z_0 + \frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} = z_3 + \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} \quad (1.1)$$

где z – геометрический напор; $P_{0,3} = P_{аб0,3} - P_{ат}$, $P_{аб0,3}$ – абсолютные (полные) давления в сечениях 0-0 и 3-3, $P_{ат}$ – атмосферное давление; γ – удельный вес, g – ускорение свободного падения. В рассматриваемом случае $z_0 = H$, $z_3 = 0$ (геометрические напоры $z_{0,3}$ в (1.1) отсчитываются от горизонтальной плоскости сравнения, которую мы выбираем так, чтобы она проходила через ось трубы К-К (рис. 1.1), $z_0 = H$ и $z_3 = 0$, т.к. $d_3 \ll H$). В связи с тем, что в сечениях 0-0 и 3-3 давление равно атмосферному (по условию задачи), то вторые слагаемые в (1.1) равны между собой. По условию задачи, скорость в сечении 0-0 V_0 равна нулю. Подставив все величины в уравнение Бернулли (1.1), определим скорость в сечении 3-3 V_3 .

$$H = \frac{V_3^2}{2g} \quad (1.2)$$

$$V_3 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 * 9,81 * 20} = 19,81 \text{ м/с}$$

Расход воды в любом сечении трубопровода одинаковый (т.к. вода несжимаема) и равен

$$Q = V_3 \omega_3 = \frac{V_3 \pi d^2}{4} = \frac{19,81 \cdot 3,14 \cdot 0,01^2}{4} = 0,00156 \text{ м}^3/\text{с} \quad (1.3)$$

где ω_3 – площадь поперечного сечения отсека трубы с диаметром d_3 , V_3 – скорость воды в данном отсеке трубы. Согласно (1.3) скорости в сечениях 1-1 и 4-4 одинаковы и равны

$$V_1 = V_4 = \frac{4Q}{\pi d_1^2} = \frac{4 \cdot 0,00156}{3,14 \cdot 0,015^2} = 8,80 \text{ м/с}$$

Согласно (1.3) скорость в сечении 2-2

$$V_2 = \frac{4Q}{\pi d_2^2} = \frac{4 \cdot 0,00156}{3 \cdot 0,03^2} = 2,20 \text{ м/с}$$

Последний вопрос задачи – построение пьезометрической линии. Напомним, что **пьезометрическая линия** есть линия, отражающая зависимость удельной потенциальной энергии жидкости H_p от номера сечения трубы. **Удельная потенциальная энергия жидкости H_p** в некотором сечении трубы есть

$$H_p = z + P / \rho g = z + P / \gamma, \quad (1.4)$$

где z – геометрический напор, отсчитываемый от плоскости сравнения; P / g – высота поднятия жидкости в пьезометре (энергия давления или пьезометрический напор), $P = P_{аб} - P_{ат}$, $P_{аб}$ – абсолютное давление в сечении, $P_{ат}$ – атмосферное давление. В сечении 0-0 $H_{p0} = H$, ($P_0 = 0$); в сечениях 1-1 и 4-4 $H_{p1} = H_{p4} = P_1 / \gamma$, ($z_1 = z_4 = 0$); в сечении 2-2 $H_{p2} = P_2 / \gamma$, ($z_2 = 0$); в сечении 3-3 $H_{p3} = 0$, ($P_3 = z_3 = 0$). На рис. жирной линией уже схематично построена пьезометрическая линия. Нам осталось найти численные значения удельной потенциальной энергии H_p в каждом сечении трубы.

Находим значения H_p следующим образом. Сначала вспомним ряд определений. **Полной удельной энергией жидкости e** называется следующий трехчлен:

$$e = z + \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = H_p + \frac{V^2}{2g} \quad (1.5)$$

Согласно уравнению Бернулли без потерь (1.1) **полная удельная энергия e идеальной жидкости сохраняется, т.е. эта энергия имеет одно и то же значение в любом сечении трубопровода. Напорная линия** есть линия,

отражающая зависимость полной удельной энергии жидкости e от номера сечения трубы, см. рис. В данной задаче напорная линия представляет собой горизонтальную прямую, являющуюся продолжением свободной поверхности воды в баке, в сечении 0-0, см. рис. Пьезометрическую линию строят, исходя из следующих положений. **Пьезометрическая линия расположится ниже напорной линии на величину скоростного напора $V^2/2g$ в каждом сечении**, согласно уравнению (1.5). Таким образом, отложив вниз от напорной линии величины скоростного напора $V^2/2g$ в сечениях, соответствующих изменению диаметра трубопровода, получим ряд точек, соединив которые построим пьезометрическую линию. Пьезометрическая линия уже схематично изображена на рис. Нам нужно только вычислить ординаты этой линии. Подсчитаем скоростные напоры, соответствующие диаметрам трубы $d_{1,2,3}$: $V_1^2/2g=3,95$ м; $V_2^2/2g=0,25$ м; $V_3^2/2g=20$ м. Тогда получаем следующие значения удельной потенциальной энергии H_p :
 $H_{p0} = H = 20$ м (в баке с водой, скорость уровня воды в баке равна нулю);
 $H_{p1} = H - V_1^2/2g = 20 - 3,95 = 16,05$ м (в двух отсеках трубы с диаметром d_1 , см. рис.);
 $H_{p2} = H - V_2^2/2g = 20 - 0,25 = 19,75$ м (в отсеке трубы с диаметром d_2);
 $H_{p3} = H - V_3^2/2g = 20 - 20 = 0$ м (в отсеке трубы с диаметром d_3 , давление в этом отсеке равно атмосферному, см. рис.).

№ вар.	H, м	d ₁ , мм	d ₂ , мм	d ₃ , мм
0	20	15	40	10
1.	20	15	50	10
2.	20	20	30	10
3.	20	20	40	10
4.	30	15	30	10
5.	30	20	30	20
6.	30	20	50	20
7.	40	15	30	10
8.	40	20	40	10
9.	40	20	40	20

Задача 3

Определить суммарные потери напора (потери по длине и в местных сопротивлениях) во всасывающем трубопроводе насоса длиной $l = 20$ м, диаметром $d = 0,2$ м. Расход жидкости, проходящей через всасывающую трубу, $Q=0,06$ м³/с. Коэффициент кинематической вязкости жидкости $=10^{-4}$ м²/с. Трубопровод имеет три поворота (коэффициент местного сопротивления одного поворота $\zeta_1=0,2$), всасывающий клапан ($\zeta_2=5$). Трубопровод считать гидравлически гладким.

Решение

1. Расчет коэффициента Дарси . Для коэффициента сопротивления по длине, или коэффициента Дарси, имеется 5 режимов гидравлического сопротивления в зависимости от значения числа Рейнольдса Re . В нашей задаче оно равно

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,06}{3,14 \cdot 0,04} = 1,91 \text{ м/с}, Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{1,91 \cdot 0,2}{10^{-4}} = 3820 > Re_{кр} = 2300$$

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,06}{3,14 \cdot 0,2^2} = 1,91 \text{ м/с}$$

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{1,91 \cdot 0,2}{10^{-4}} = 3821,7$$

где v - средняя скорость в трубе; $Re_{кр}=2300$ – критическое числа Рейнольдса, выше которого наступает турбулентный режим течения жидкости. Поэтому в нашей задаче движение жидкости турбулентное. В турбулентном режиме течения имеется всего 3 режима гидравлического сопротивления для коэффициента Дарси . По условию задачи, нам этот режим уже задан – трубопровод гидравлически гладкий. В этом случае коэффициент Дарси зависит только от числа Рейнольдса Re и определяется по формуле Блазиуса, справедливой для гидравлически гладких труб:

$$\lambda = \frac{0,316}{Re^{0,25}} = \frac{0,316}{3821,7^{0,25}} = 0,04$$

2. Расчет суммарных потерь напора. Суммарные потери напор во всасывающем трубопроводе определяются по формуле

$$h_{пот} = h_{дл} + h_{мест} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \sum \zeta_i \frac{v^2}{2g} = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta_i \right) \frac{v^2}{2g} = \left(0,04 \frac{20}{0,2} + 3 \cdot 0,2 + 5 \right) \frac{1,91^2}{2 \cdot 9,81} = 1,79 \text{ м}$$

№ вар.	$l, \text{мм}$	$d, \text{м}$	$Q, \text{м}^3/\text{с}$
0	20	0,2	0,06
1	20	0,2	0,08
2	25	0,2	0,08
3	30	0,3	0,06
4	30	0,3	0,08
5	30	0,3	0,10
6	20	0,3	0,06
7	20	0,3	0,08

8	25	0,25	0,06
9	25	0,3	0,10