МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

СРЕДНЕПРОФЕССИОНАЛЬНЫЙ КОЛЛЕДЖ

К.М. Узденова

МАТЕМАТИКА

Практикум для обучающихся 1 курса по специальности 09.02.07
Информационные системы и программирование

Черкесск, 2024

УДК 51
ББК 22.1
У 34

Рассмотрено на заседании цикловой комиссии «Общеобразовательных дисциплин».

Протокол № 1 от «01» 09. 2023 г.

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом СКГА.

Протокол № 26 от «29» 09. 2023 г.

Рецензенты: Узденова Ф.Х. – преподаватель высшей категории

У 34 **Узденова, К.М.** Математика: Практикум для обучающихся 1 курса по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование / К.М. Узденова. – Черкесск: БИЦ СКГА, 2024.– 88 с.

УДК 51
ББК 22.1

СОДЕРЖАНИЕ

Пояснительная записка

Методические рекомендации по выполнению практических работ представляют собой часть учебно-методического комплекта по учебной дисциплине « Математика» и соответствуют требованиям ФГОС и рабочей программе по дисциплине.

Целью создания разработки является оказание помощи студентам первого курса в освоении учебного материала по дисциплине в учреждениях среднего профессионального образования.

В связи с введением в образовательный процесс нового Федерального государственного образовательного стандарта, который ориентирован на выработку у студентов общих и профессиональных компетенций – набора знаний, умений, навыков и личностных качеств, все более актуальной становится задача организации практической работы студентов.

Практические занятия являются важной формой образовательного процесса и направлены на экспериментальное подтверждение теоретических положений и формирование учебных и профессиональных практических умений, они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

Необходимым и структурным и элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются инструктаж, проводимый преподавателем, а также анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями. Выполнению практических занятий предшествует проверка знаний студентов, их теоретической готовности к выполнению задания. Практические занятия носят репродуктивный характер. Работы, носящие репродуктивный характер, отличаются тем, что при их проведении студенты пользуются подробными инструкциями, в которых указаны: цель работы, пояснения (теория, основные характеристики), оборудование, порядок выполнения работы, контрольные вопросы, учебная и специальная литература.

При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание. Структура проведения сводится к следующему:

– сообщение темы и цели работы;

– актуализация теоретических знаний, которые необходимы для практической деятельности;

– разработка алгоритма проведения практической деятельности;

– непосредственное проведение практических работ;

– оформление работы в тетрадях для практических работ;

– обобщение и систематизация полученных результатов.

Методическая разработка содержит все структурные элементы для организации проведения практических занятий. Практические задания представлены разнообразного характера и разной степени сложности. Некоторые содержат устные задания базового уровня («ответить на вопросы»), выполнение которых обязательны, для того чтобы приступить ко второму блоку– решение практических заданий.

Цели практических занятий:

– помочь студентам систематизировать, закрепить и углубить знания теоретического характера;

– научить студентов приемам решения практических задач, способствовать овладению навыкам и умениям и выполнения расчетов, графических и других видов заданий;

– научить их пользоваться справочной литературой;

– формировать умение учиться самостоятельно, т.е. овладевать методами, способами и приемами самообучения, саморазвития и самоконтроля.

В результате проведения практических занятий по дисциплине «Математика» студент должен:

знать:

– значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;

– широту и в тоже время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

– значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

– универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;

– вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

уметь:

– находить значения корня, степени, логарифма, тригонометрических выражений на основе определения; выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов, тригонометрических функций;

– вычислять значение функции по заданному значению аргумента; определять основные свойства числовых функций; строить графики изученных функций;

– находить производные элементарных функций; использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков; применять производную для нахождения наибольшего и наименьшего значения;

– решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а так же аналогичные неравенства и системы;

использовать графический метод решения уравнений и неравенств;

– решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул; вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

– решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин; описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве; изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач; строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;

вычисление объемов и площадей поверхностей пространственных тел.

Данную разработку могут использовать студенты для самостоятельной работы, а так же преподаватели при проведении практических занятий по математике.

Критерии оценки практических заданий

Оценкизавыполнениеявляютсяпоказателямитекущейуспеваемостистудентовподисциплине « Математика».

Отметка«5»ставится, если:

Работа выполнена полностью;

в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок; в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала). **Отметка«4»**ставится, если:

работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);

допущена одна существенная ошибка или два-три несущественных ошибки.

Отметка«3»ставится, если:

допущены более одной существенной ошибки или более двух-трех не существенных ошибок, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме; при этом правильно выполнено не менее половины работы.

Отметка«2»ставится, если:

Допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

К категории **существенных ошибок** следует отнести ошибки, связанные с незнанием, не пониманием учащимися основных положений теории и с неправильным применением методов, способов, приемов решения практических заданий, предусмотренных программой.

К категории **несущественных ошибок** следует отнести погрешности, связанные с небрежным выполнением записей, рисунков, графиков, чертежей, а так же погрешности и недочеты, которые не приводят к искажению смысла задания и его выполнения.

Обобщенные требования к студентам при выполнении практических работ:

а) теоретически подготовиться к выполнению работы;

б) выполнить работу в полном объеме с соблюдением необходимых требований к её выполнению;

в) оформить отчет правильно и аккуратно, выполнить расчеты;

г) самостоятельно выполнить индивидуальное задание, ответить на контрольные вопросы и сделать выводы;

д) при наличии пропуска соблюсти порядок выполнения пропущенных практических работ.

Порядок выполнения пропущенных работ:

а) при наличии пропуска студент обязан изучить материал самостоятельно, предварительно взяв задание у преподавателя;

б) подготовить отчёт о практической работе, соблюдая все требования, предъявляемые к выполнению практических работ;

в) сдать преподавателю практическую работу при следующей явке.

Организация выполнения и контроля практических работ по дисциплине «Математика» является подготовительным этапом к сдаче экзамена по данной дисциплине.

Задания для самостоятельного выполнения по УД «Математика»

Вопросы и задания составлены в соответствии разделами и темами рабочей программы УД «Математика» для удобства при выполнении практической работы студентов к учебным занятиям.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

Тема: Действительные числа

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Повторить знания уч-ся в теме: «Преобразование числовых и буквенных выражений».
2. Организовать деятельность уч-ся по переводу своих знаний от усвоения отдельных фактов и понятий к их обобщению в целостную систему знаний.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, справочные пособия по алгебре, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. С помощью справочных пособий по алгебре повторить:

а) правила действий над обыкновенными дробями;

б) формулы сокращенного умножения;

в) способы разложения выражения на множители;

г) правило сокращения дробей.

2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Правила действий над обыкновенными дробями:

$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$; $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$; $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$

Формулы сокращенного умножения:

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$;

$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$; $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

<u>Вариант 1.</u>

1. Вычислите значение выражения: $\left(\left(2{,}15 - 1\frac{5}{16}\right) : 33{,}5 + 5\frac{1}{7} \cdot 3{,}85 - 15{,}7\right) \cdot \frac{8}{11} + 2{,}25$.

2. Упростите выражение: $\left(\frac{x+10}{5x+25}-\frac{1}{x+5}\right)\frac{5}{x-5}-\frac{10}{x^2-25}$.

Вариант 2.

1. Вычислите значение выражения: $\left(75:4\frac{1}{6}-3\frac{9}{23}\cdot 3\right)\left(1\frac{5}{18}+0{,}35-\frac{11}{15}\right):1{,}4$.

2. Упростите выражение: $\frac{y^2}{y^2-1}+\frac{1}{y^2-1}:\left(\frac{2}{2y-y^2}-\frac{1}{2-y}\right)$.

Вариант 3.

1. Вычислите значение выражения: $45{,}09:1{,}5-\left(2\frac{1}{3}\cdot 4\frac{1}{2}-2{,}5\cdot 2\frac{1}{2}\right):4\frac{1}{4}$.

2. Упростите выражение: $\frac{2m}{m^2-4}-\frac{2}{m^2-4}:\left(\frac{m+1}{2m-2}-\frac{1}{m-1}\right)$.

Вариант 4.

1. Вычислите значение выражения: $\left(3\frac{1}{3}\cdot 6{,}6+2:12{,}75\right):\left(\frac{2}{3}-\frac{20}{51}+1\frac{16}{17}\right):2{,}5$.

2. Упростите выражение: $\frac{3a}{a^2-9}-\frac{3}{a^2-9}:\left(\frac{a+2}{3a-3}-\frac{1}{a-1}\right)$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2

Тема: Действительные числа

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Содействовать отработке и усвоению навыка вычислений действительных чисел.

2. Развивать вычислительные навыки, логическое мышление.

3. Способствовать воспитанию целеустремленности, работоспособности, внимательности.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, справочные пособия по алгебре, микрокалькуляторы.

1. Орг. момент.

2. Проверка дом. задания.

1. Записать в виде десятичной дроби:

2) $\frac{8}{11}$; 4) - $\frac{3}{4}$; 6) $\frac{13}{99}$.

2. Выполнить действия и записать результат в виде десятичной дроби:

2) $\frac{8}{13}+\frac{2}{3}$; 4) $\frac{1}{6}+0{,}33$; 6) $\frac{7}{9}\cdot 1{,}7$.

3. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:

а) 1,(55); б) -0,(8).

5. Вычислить:

$0{,}364:\frac{7}{25}+\frac{5}{16}:0{,}125+2\frac{1}{2}\cdot 0{,}8.$

3. Работа по вариантам.

I вариант

1) Упростите выражение.

А) $3(x+y)^2-6xy$

б) $\frac{2a+2b}{b}\cdot\left(\frac{1}{a-b}-\frac{1}{a+b}\right)$

2) Решите уравнение.

А) $3(0{,}5x-4)+8{,}5x=18$

б) $4x^2+4x+1=0$

в) $\frac{x-1}{2}=\frac{4+2x}{3}$

3) Решите систему неравенств.

$$\begin{cases}\frac{x}{3}\geq 0\\ 1-3x\leq 2x-1\\ 3-x<0\end{cases}$$

4) Решите систему уравнений.

$$\begin{cases}8x+3y=-21\\ 4x+5y=-7\end{cases}$$

5) Найдите область определения функции. $y=\frac{\sqrt{3x^2-4x-15}}{7-2x}$

6) Выполнить действия: $0{,}4\cdot 2\frac{1}{2}\cdot(4{,}2-1\frac{3}{40})-4\frac{1}{8}+1\frac{5}{6}$

II вариант

1) Упростите выражение.

А) $4ab+2(a-b)^2$

б) $\left(\frac{1}{m-n}-\frac{1}{m+n}\right):\frac{2}{3m-3n}$

2) Решите уравнение.

А) $5(2+1{,}5x)-0{,}5x=24$

б) $9x^2-6x+1=0$

в) $\frac{3x-2}{5}=\frac{2+x}{3}$

3) Решите систему неравенств.

А) $\begin{cases}\frac{x}{2}\leq 0\\ 2-x>0\\ 2-x\geq 2x+1\end{cases}$

4) Решите систему уравнений.

А) $\begin{cases}4x-6y=26\\ 5x+3y=1\end{cases}$

5) Найдите область определения функции. А) $y=\frac{\sqrt{3x^2-x-14}}{2x+5}$

6) Выполнить действия: $(7\frac{2}{3}+6{,}5\cdot\frac{4}{13}):(8{,}75\cdot\frac{2}{5}-4\frac{1}{2})$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

Тема. Понятие комплексных чисел. (Действия над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде.)

Цель: закрепить ранее изученный материал по теме «Понятие комплексного числа. Действия над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде»;

Студент должен знать:

– формулы вычисления над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде.

Студент должен уметь:

– выполнять действия над комплексными числами, заданными в алгебраическом виде.

Теоретическое обоснование

Комплексным числом называется выражение $a+bi$, где a и b – действительные числа, а I – некоторый символ.

Суммой комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$z_1 + z_2 = (a+bi)+(c+di) = (a+c)+(b+d)i$$

Разностью комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$z_1 - z_2 = (a+bi)-(c+di) = (a-c)+(b-d)i$$

Произведением комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$z_1 \cdot z_2 = (a+bi)\cdot(c+di) = (ac-bd)+(ad+bc)i$$

Частным комплексных чисел $z_1 = a+bi$ и $z_2 = c+di$ называется комплексное число

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a+bi)}{(c+di)}\cdot\frac{(c-di)}{(c-di)} = \frac{ac+cbi-adi-bd(i)^2}{c^2-(di)^2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{cb-ad}{c^2+d^2}i$$

Модулем комплексного числа $z = a+bi$ называется число

$$|z| = |a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$$

Аргумент φ комплексного числа $z = a+bi$ записывается так:

$$\varphi = \arg z = \arg(a+bi)$$

Значения аргумента комплексного числа можно находить так:

1) определить, в какой четверти находится точка $z = a+bi$ (использовать геометрическую интерпретацию числа $z = a+bi$);

2) найти в этой четверти угол φ:

$$tg\varphi = \frac{b}{a};$$

3) найти все значения аргумента числа z по формуле

$$\arg z = \varphi + 2\pi k, \quad k \in Z$$

Пример № 1. Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа $z = 1 + i$

Решение:

Здесь $a = 1,\ b = 1$(точка, изображающая данное число, лежит в I четверти);

$r = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$; $tg\varphi = \frac{b}{a} = \frac{1}{1} = 1$; $\varphi = \frac{\pi}{4} = 45^*$

Пример № 2. Выполнить действия $z_1 = 4 + 2i$; $z_2 = 1 - 5i$

Решение:

1) $z_1 + z_2 = (4 + 2i) + (1 - 5i) = (4 + 1) + (2i - 5i) = 5 - 3i$;

2) $z_1 - z_2 = (4 + 2i) - (1 - 5i) = (4 - 1) + (2i + 5i) = 3 + 7i$;

3) $z_1 \cdot z_2 = (4 + 2i) \cdot (1 - 5i) = 4 \cdot 1 + 1 \cdot 2i - 4 \cdot 5i - 2i \cdot 5i = 4 + 2i - 20i - 10(i)^2 =$
$= 4 + 10 - 18i = 14 - 18i$;

4) $\frac{z_1}{z_2} = \frac{(4 + 2i)}{(1 - 5i)} \cdot \frac{(1 + 5i)}{(1 + 5i)} = \frac{(4 \cdot 1) + (1 \cdot 2i) + (4 \cdot 5i) + (2i \cdot 5i)}{(1 - 5i) \cdot (1 + 5i)} = \frac{4 + 2i + 20i + 10(i)^2}{1^2 - (5i)^2} =$
$= \frac{4 - 10 + 22i}{1 + 25} = -\frac{6}{26} + \frac{22}{26}i = -\frac{3}{13} + \frac{11}{13}i$

Ход работы

В - 1	№ 1	№ 31
В – 2	№ 2	№ 32
В – 3	№ 3	№ 33
В – 4	№ 4	№ 34
В – 5	№ 5	№ 35
В – 6	№ 6	№ 36
В – 7	№ 7	№ 37
В – 8	№ 8	№ 38
В – 9	№ 9	№ 39
В - 10	№ 10	№ 40
В - 11	№ 11	№ 41
В - 12	№ 12	№ 42
В - 13	№ 13	№ 43
В - 14	№ 14	№ 44
В - 15	№ 15	№ 45

В - 16	№ 16	№ 46
В - 17	№ 17	№ 47
В - 18	№ 18	№ 48
В - 19	№ 19	№ 49
В - 20	№ 20	№ 50
В – 21	№ 21	№ 51
В – 22	№ 22	№ 52
В – 23	№ 23	№ 53
В – 24	№ 24	№ 54
В – 25	№ 25	№ 55
В – 26	№ 26	№ 56
В – 27	№ 27	№ 57
В – 28	№ 28	№ 58
В – 29	№ 29	№ 59
В – 30	№ 30	№ 60

Найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа:

1. $z = -5i$
2. $z = 2 + i$
3. $z = 2 - 2i$
4. $z = 4i$
5. $z = 2 - 3i$
6. $z = 2 + 3i$
13. $z = 5 - 4i$
7. $z = -3 - 4i$
8. $z = 0{,}2 + 0{,}1i$
9. $z = 0{,}8 - 1{,}1i$
10. $z = 3 + 4i$
11. $z = 3 - 4i$
12. $z = 10 - 5i$
22. $z = 7 + i$

14. $z = 3 + 2i$
15. $z = 1 + i$
16. $z = 4 + 5i$
17. $z = -3 - 8i$
18. $z = 7 + 4i$
19. $z = -6 + 2i$
20. $z = 6 - 2i$
21. $z = 5 + 6i$
23. $z = -2 + 8i$
24. $z = 2 - 9i$
25. $z = 8i$
26. $z = 5 + 4i$
27. $z = -7 + i$
28. $z = 6 - 5i$
29. $z = 15 - 3i$
30. $z = -5 - 8i$

Выполнить действия:

31. $z = -5i$ и $z = -5 - 8i$
32. $z = 2 + i$ и $z = 15 - 3i$
33. $z = 2 - 2i$ и $z = 6 - 5i$
34. $z = 4i$ и $z = -7 + i$
35. $z = 2 - 3i$ и $z = 5 + 6i$
36. $z = 2 + 3i$ и $z = 5 + 4i$
37. $z = -3 - 4i$ и $z = 0{,}2 + 0{,}1i$
38. $z = 0{,}2 + 0{,}1i$ и $z = 0{,}8 - 1{,}1i$
39. $z = 0{,}8 - 1{,}1i$ и $z = 10 - 5i$
40. $z = 0{,}8 - 1{,}1i$ и $z = 4i$
41. $z = 10 - 5i$ и $z = 2 + i$
42. $z = 5 - 4i$ и $z = 3 + 2i$
43. $z = 1 + i$ и $z = -5i$
44. $z = -3 - 8i$ и $z = 8i$
45. $z = 5 + 6i$ и $z = 3 - 4i$
46. $z = 5 + 6i$ и $z = -5i + 5$
47. $z = -8 - 2i$ и $z = 4 + 5i$
48. $z = 2i - 3$ и $z = 2 + 3i$
49. $z = 1 + 2i$ и $z = 2 - 9i$
50. $z = 3 - 4i$ и $z = 2 - 9i$
51. $z = 10 - 5i$ и $z = 7 + 4i$
52. $z = 5 + 4i$ и $z = -3 - 8i$
53. $z = 7 + i$ и $z = -5 - 8i$
54. $z = -2 + 8i$ и $z = -3 - 8i$
55. $z = 2 - 9i$ и $z = 6 - 2i$
56. $z = 5 + 4i$ и $z = 7 + i$
57. $z = -7 + i$ и $z = 10 - 5i$
58. $z = 6 - 5i$ и $z = 15 - 3i$
59. $z = 15 - 3i$ и $z = -3 - 4i$
60. $z = -5 - 8i$ и $z = -3 - 8i$

Контрольные вопросы

1. Что такое модуль комплексного числа?
2. Как найти аргумент комплексного числа?

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Решить задание № 2 и записать его ответ.
3. Устно ответить на контрольные вопросы.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

Тема: Действия с действительными и комплексными числами. (Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме).

Цель: развивать логическое мышление, пространственное воображение; исследовать элементарные действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

Студент должен знать:

– формулы вычисления над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме

Студент должен уметь:

– выполнять действия над комплексными числами, заданными в тригонометрической форме.

Теоретическое обоснование

Комплексным числом называется выражение $a+bi$, где a и b – действительные числа, а I – некоторый символ.

Модулем комплексного числа $z=a+bi$ называется число

$|z|=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$

Аргумент φ комплексного числа $z=a+bi$ записывается так:

$\varphi=\arg z=\arg(a+bi)$

Значения аргумента комплексного числа можно находить так:

1) определить, в какой четверти находится точка $z=a+bi$ (использовать геометрическую интерпретацию числа $z=a+bi$);

2) найти в этой четверти угол $\varphi : tg\varphi=\dfrac{b}{a}$;

3) найти все значения аргумента числа z по формуле

$\arg z=\varphi+2\pi k,\quad k\in Z$

Общий вид комплексного числа в тригонометрическом виде

$$z=a+bi=r(\cos\varphi+i\sin\varphi)$$

Рассмотрим действия комплексных чисел в тригонометрическом виде:

1) *Произведением* комплексных чисел $z_1=r_1(\cos\varphi_1+i\sin\varphi_1)$ и $z_2=r_2(\cos\varphi_2+i\sin\varphi_2)$ находится по формуле

$$z_1\cdot z_2=r_1(\cos\varphi_1+i\sin\varphi_1)\cdot r_2(\cos\varphi_2+i\sin\varphi_2)=r_1r_2[\cos(\varphi_1+\varphi_2)+i\sin(\varphi_1+\varphi_2)]$$

2) *Частным* комплексных чисел $z_1=r_1(\cos\varphi_1+i\sin\varphi_1)$ и $z_2=r_2(\cos\varphi_2+i\sin\varphi_2)$ находится по формуле

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1(\cos\varphi_1+i\sin\varphi_2)}{r_2(\cos\varphi_2+i\sin\varphi_2)}\cdot\frac{(c-di)}{(c-di)}=\frac{r_1}{r_2}[\cos(\varphi_1-\varphi_2)+i\sin(\varphi_1-\varphi_2)]$$

3) Для возведения комплексного числа в степень используется *формула Муавра*:

$[r(\cos\varphi+i\sin\varphi)]^n=r^n(\cos n\varphi+i\sin n\varphi),\quad n\in Z$

4) Для извлечения корня *n-й* степени из комплексного числа используется формула

$\sqrt[n]{z}=\sqrt[n]{r(\cos\varphi+i\sin\varphi)}=\sqrt[n]{r}\left(\cos\dfrac{\varphi+2\pi k}{n}+i\sin\dfrac{\varphi+2\pi k}{n}\right),$ где $k=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n-1$

<u>Пример № 1.</u> Представить в тригонометрической форме число $z=-2+2\sqrt{3}i$

Решение:

Здесь $a=-2$, $b=2\sqrt{3}$, $r=4$. Точка, изображающая данное число, лежит во II четверти;

$$tg\varphi=\frac{b}{a}=\frac{2\sqrt{3}}{(-2)}=-\sqrt{3}\,; \qquad \varphi=\frac{2\pi}{3}\,.$$

Значит, $-2+2\sqrt{3}i=4\left[\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right]$,или

$-2+2\sqrt{3}i=4\left[\cos\left(\frac{2\pi}{3}+2\pi k\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{3}+2\pi k\right)\right]$, где $k\in Z$

<u>Пример № 2.</u> Представить в алгебраической форме число $z=2(\cos 2\pi+i\sin 2\pi)$.

Решение:

Подставив значения $\cos 2\pi=1$, $\sin 2\pi=0$ в данное равенство, получим $z=2(1+i\cdot 0)=2$

<u>Пример № 3.</u> Найти произведение

$$z_1=2\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right],\quad z_2=3\left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right]$$

Решение:

$$z_1\cdot z_2=2\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]\cdot 3\left[\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right]=2\cdot 3\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{12}\right)\right]=$$

$$=6\left[\cos\left(\frac{\pi}{}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]=6\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+i\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right]=3\sqrt{2}+3i\sqrt{2}$$

<u>Пример № 4.</u> Выполнить деление

$z_1=10\left[\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right]$ и $z_2=2\left[\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right]$

Решение:

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{10}{2}\left[\cos\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{4}\right)\right]=5\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right]=5(0+i)=5i$$

<u>Пример № 5.</u> Возвести в степень $z^6=\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]^6$

Решение:

$$z^6=\left[\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]^6=\cos\left[6\cdot\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]+i\sin\left[6\cdot\left(\frac{\pi}{6}\right)\right]=\cos\pi+i\sin\rho=-1+i\cdot 0=-1$$

<u>Пример № 6.</u> Извлечь корень из числа $\sqrt[3]{1}$

Решение:

Представим число 1 в тригонометрической форме: $1=\cos 0+i\sin 0$. По формуле извлечем корень из числа $\sqrt[3]{1}$:

$$\sqrt[3]{1}=\sqrt[3]{\cos 0+i\sin 0}=\cos\frac{0+2\pi k}{3}+i\sin\frac{0+2\pi k}{3}=\cos\left(\frac{2\pi k}{3}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi k}{3}\right),$$

где $k=0,\ 1,\ 2$;

если $k=0$, то $z_0=\cos 0+i\sin 0=1$;

если $k=1$, то $z_1=\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}+i\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

если $k=2$, то $z_2=\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}-i\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Ход работы

В - 1	№ 1	№ 31
В – 2	№ 2	№ 32
В – 3	№ 3	№ 33
В – 4	№ 4	№ 34
В – 5	№ 5	№ 35
В – 6	№ 6	№ 36
В – 7	№ 7	№ 37
В – 8	№ 8	№ 38
В – 9	№ 9	№ 39
В - 10	№ 10	№ 40
В - 11	№ 11	№ 41
В - 12	№ 12	№ 42
В - 13	№ 13	№ 43
В - 14	№ 14	№ 44
В - 15	№ 15	№ 45

В - 16	№ 16	№ 46
В - 17	№ 17	№ 47
В - 18	№ 18	№ 48
В - 19	№ 19	№ 49
В - 20	№ 20	№ 50
В – 21	№ 21	№ 51
В – 22	№ 22	№ 52
В – 23	№ 23	№ 53
В – 24	№ 24	№ 54
В – 25	№ 25	№ 55
В – 26	№ 26	№ 56
В – 27	№ 27	№ 57
В – 28	№ 28	№ 58
В – 29	№ 29	№ 59
В – 30	№ 30	№ 60

Представить в тригонометрической форме:

1. $z=-5i$

2. $z=2+i$

3. $z=2-2i$

4. $z=4i$

5. $z=2-3i$

6. $z=2+3i$

7. $z=-3-4i$

8. $z=0{,}2+0{,}1i$

9. $z=0{,}8-1{,}1i$

10. $z=3+4i$

11. $z=3-4i$

12. $z=10-5i$

13. $z=5-4i$

14. $z=3+2i$

15. $z=1+i$

16. $z=4+5i$

17. $z=-3-8i$

18. $z=7+4i$

19. $z=-6+2i$

20. $z=6-2i$

21. $z=5+6i$

22. $z=7+i$

23. $z=-2+8i$

24. $z=2-9i$

25. $z=8i$

26. $z=5+4i$

27. $z=-7+i$

28. $z=6-5i$

29. $z=15-3i$

30. $z=-5-8i$

Выполнить действия умножения и деления:

31. $z=-5i$ и $z=-5-8i$

32. $z=2+i$ и $z=15-3i$

46. $z=5+6i$ и $z=-5i+5$

47. $z=-8-2i$ и $z=4+5i$

33. $z = 2 - 2i$ и $z = 6 - 5i$
34. $z = 4i$ и $z = -7 + i$
35. $z = 2 - 3i$ и $z = 5 + 6i$
36. $z = 2 + 3i$ и $z = 5 + 4i$
37. $z = -3 - 4i$ и $z = 0{,}2 + 0{,}1i$
38. $z = 0{,}2 + 0{,}1i$ и $z = 0{,}8 - 1{,}1i$
39. $z = 0{,}8 - 1{,}1i$ и $z = 10 - 5i$
40. $z = 0{,}8 - 1{,}1i$ и $z = 4i$
41. $z = 10 - 5i$ и $z = 2 + i$
42. $z = 5 - 4i$ и $z = 3 + 2i$
43. $z = 1 + i$ и $z = -5i$
44. $z = -3 - 8i$ и $z = 8i$
45. $z = 5 + 6i$ и $z = 3 - 4i$
48. $z = 2i - 3$ и $z = 2 + 3i$
49. $z = 1 + 2i$ и $z = 2 - 9i$
50. $z = 3 - 4i$ и $z = 2 - 9i$
51. $z = 10 - 5i$ и $z = 7 + 4i$
52. $z = 5 + 4i$ и $z = -3 - 8i$
53. $z = 7 + i$ и $z = -5 - 8i$
54. $z = -2 + 8i$ и $z = -3 - 8i$
55. $z = 2 - 9i$ и $z = 6 - 2i$
56. $z = 5 + 4i$ и $z = 7 + i$
57. $z = -7 + i$ и $z = 10 - 5i$
58. $z = 6 - 5i$ и $z = 15 - 3i$
59. $z = 15 - 3i$ и $z = -3 - 4i$
60. $z = -5 - 8i$ и $z = -3 - 8i$

Контрольные вопросы

1. Что такое модуль комплексного числа?
2. Где используется *формула Муавра*?
3. Как преобразовать комплексное число из тригонометрического вида в алгебраический вид.

Содержание отчета.

1. Решить задание № 1 и записать его ответ.
2. Решить задание № 2 и записать его ответ.
3. Устно ответить на контрольные вопросы.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5

Тема: Степени с действительными показателями и их свойства.

Цель: Повторить определение степени с рациональным показателем и свойства степени с рациональным показателем

Задачи:

1. Обобщить и систематизировать знания по теме «Степени и их свойства»
2. Продолжить отрабатывать:

а) вычислительные навыки;

б) умение устанавливать причинно-следственную связь, получая решение в общем виде;

в) рефлексивное умение оценивать полученные результаты решения и их достоверность;

г) рефлексивные навыки самоконтроля в режиме самостоятельной работы.

3. Развивать:

а) логическое мышление.

б) зрительную, слуховую и моторную память.

4. Способствовать развитию у обучающихся грамотной математической речи, мышления (умения обобщать и систематизировать, строить аналогии).

5. Воспитывать ответственность.

1. Актуализация целей урока.

Цель нашего урока – повторить определение и свойства степени с рациональным показателем, применение свойств при решении упражнений.

Вспомним теорию.

1) Определение. Арифметическим корнем n-й степени ($n \in N$, $n \geq 2$) из неотрицательного числа a называется такое неотрицательное число, n – я степень которого равна a.

$$\sqrt[2n+1]{a^{2n+1}} = a, \quad n \in N$$

$$\sqrt[2n]{a^{2n}} = |\,a\,|, \quad n \in N$$

$$\sqrt[nk]{a^{mn}} = \sqrt[k]{a^{m}}, \quad при \quad a \geq 0$$

2) Определение. Степень с рациональным показателем

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad где \quad m \in Z, n \in N, a > 0;$$

Если

$$\frac{m}{n} > 0, \quad то \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad при \quad a \geq 0.$$

3) Свойства степени с рациональным показателем:

При a > 0, b > 0, p и q - рациональные числа:

а) $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$

б) $\dfrac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$

в) $(a^p)^q = a^{pq}$

г) $(ab)^p = a^p \cdot b^p$

д) $(\dfrac{a}{b})^p = \dfrac{a^p}{b^p}$

4. Тренировочные упражнения.

1) Базовый уровень.

№1.Найдите значение выражения.

$$\sqrt[5]{6-2\sqrt{17}} \cdot \sqrt[5]{6+2\sqrt{17}}$$

Ответ. -2.

№2. Упростите выражение.

$$\frac{c \cdot c^{-\frac{1}{5}}}{\sqrt[5]{c^4}}$$

Ответ. 1.

№3.Найдите значение выражения.

$$\left(\frac{0{,}5a^{\frac{1}{4}}}{(2-a)^{\frac{3}{4}}}+\frac{(2-a)^{\frac{1}{4}}\cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2}\right):(2a-a^2)^{-\frac{3}{4}}=1$$

$$1)\ \frac{2\cdot 0{,}5a^{\frac{1}{4}}+(2-a)^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{1}{4}}\cdot a^{-\frac{3}{4}}}{2\cdot(2-a)^{\frac{3}{4}}}=\frac{1}{a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}};$$

$$2)\ \frac{1\cdot a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{3}{4}}(2-a)^{\frac{3}{4}}}=1$$

Ответ. 1

№ 4.Упростить выражение

$125^{\frac{1}{2}}+8^{\frac{1}{3}}\cdot 5^{\frac{1}{2}}-5\cdot 49^{\frac{1}{2}}$

Ответ. $7\sqrt{5}-35$.

№ 5. Решите уравнения.

а) $x^{1\backslash 3}=4$

б) $y^{1\backslash 3}=25$

в) $(x+6)^{1\backslash 2}=3$

5. Задания для самостоятельной работы с последующей проверкой.
Вычислить:
Вариант 1.

1. Вычислить: а) $27^{\frac{-2}{3}}$ б) $5(\sqrt{27}-\sqrt{3}):\frac{2}{\sqrt{3}}$

2. Упростить выражение: а)$(x^{3/8})^{-5/6}$ б) $x^{\frac{1}{2}} * x^{\frac{3}{4}}$

3. Решить уравнение: $x^{\frac{1}{3}}= 3$

Вариант 2.

1. Вычислить: а) $8^{\frac{2}{3}} - 3\left(\frac{1}{49}\right)^{\frac{1}{2}}$ б) $\frac{b\sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{b^4}}$

2. Упростить выражение:

а) $x^{\frac{1}{2}} * x^{\frac{3}{4}}$ б) $x^{-\frac{1}{3}} : x^{\frac{3}{4}}$

3. Решить уравнение: $x^{\frac{1}{6}} - \frac{1}{2} = 0$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

Тема: Корни натуральной степени из числа и их свойства

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Преобразование выражений, содержащих радикалы».

2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Дайте определение корня n-ой степени. Что такое арифметический корень n-ой степени?

б) Перечислите свойства арифметических корней n-ой степени.

2. Изучить условие заданий для практической работы.

3. Оформить отчет о работе.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{-27}$.

2. Решите уравнение: $x^4 = -16$.

3. Вычислите: а) $\sqrt[3]{1000 \cdot 27 \cdot 8}$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$; в) $\sqrt[5]{0{,}4^5 \cdot 5^5}$; г) $\frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}}$.

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[7]{128}$ или $\sqrt[5]{4}$?

Вариант 2.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[4]{625}$.

2. Решите уравнение: $x^3 = 125$.

3. Вычислите: а) $\sqrt[3]{64\cdot 125\cdot 729}$; б) $\sqrt[5]{\frac{243}{32}}$; в) $\sqrt[6]{\left(\frac{1}{3}\right)^6\cdot 12^6}$; г) $\frac{\sqrt[4]{20}}{\sqrt[4]{\frac{5}{4}}}$.

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[8]{26}$ или $\sqrt[4]{5}$?

Вариант 3.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[7]{-128}$.
2. Решите уравнение: $x^4 = 64$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[4]{0{,}0081\cdot 0{,}0016\cdot 625}$; б) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{4}$; в) $\sqrt[3]{16^3\cdot\left(\frac{1}{8}\right)^3\cdot 0{,}125}$; г) $\frac{\sqrt[4]{112}}{\sqrt[4]{7}}$.

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[5]{5}$ или $\sqrt[3]{3}$?

Вариант 4.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}$.

2. Решите уравнение: $x^5 = -\frac{1}{243}$.

3. Вычислите: а) $\sqrt[4]{16\cdot 625\cdot 81}$; б) $\sqrt[3]{192}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$; в) $\sqrt[4]{27^4\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^4\cdot(0{,}5)^4}$; г) $\frac{\sqrt[5]{224}}{\sqrt[5]{7}}$

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[3]{7}$ или $\sqrt[6]{50}$?

Вариант 5.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[5]{-32}$.
2. Решите уравнение: $x^4 = 16$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[5]{\frac{1}{32}\cdot 100000}$; б) $\sqrt[3]{18}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$; в) $\sqrt[3]{2^6\cdot 5^9}$; г) $\frac{\sqrt{200}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[5]{-11}$ или $\sqrt[5]{-7}$?

Вариант 6.

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$.

2. Решите уравнение: $x^5 = -32$.

3. Вычислите: а) $\sqrt[5]{0{,}00001\cdot 32\cdot 0{,}00243}$; б) $\sqrt[5]{16}\cdot\sqrt[5]{2}$; в) $\sqrt[4]{3^8\cdot 2^{20}}$; г) $\frac{\sqrt[3]{32}+\sqrt[3]{108}}{\sqrt[3]{4}}$.

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[6]{0{,}04}$ или $\sqrt[6]{\frac{1}{26}}$?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7

Тема: Логарифмы, их виды и свойства

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Преобразование выражений, содержащих степени и логарифмы».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты; микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Дайте определение логарифма числа.

б) Запишите основное логарифмическое тождество.

в) Перечислите основные свойства логарифмов.

2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Методические рекомендации.

Опр. Логарифмом числа b по основанию a, где $a > 0$, а $\neq 1$, называется показатель степени, в которую надо возвести число а, чтобы получить число b.

Примеры

1. $\log_5 25 = 2,\ т.к.\quad 5^2 = 25$
2. $\log_3 3 = 1,\quad т.к.\quad 3^1 = 3$

Определение логарифма можно записать так $a^{\log_a b} = b$. Его называют основным логарифмическим тождеством.

При преобразовании и вычислении значений логарифмических выражений применяют свойства логарифмов.

Свойства

1. $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
2. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$
3. $\log_a b^r = r \cdot \log_a b$
4. $\log_{a^p} b = \frac{1}{p} \cdot \log_a b$

Формула перехода к другому основанию: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Опр.

Десятичным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию 10 и пишут lgbвместо $log_{10} b$

$log_{10} b = lgb$

<u>Опр.</u>

Натуральным логарифмом числа называют логарифм этого числа по основанию *e*, где *e* - иррациональное число, приближённо равное 2,7. При этом пишут *lnb*вместо $log_e b$, т.е. $log_e b = lnb$

Действие нахождения логарифма числа называется *<u>логарифмированием.</u>*

Действие, обратное логарифмированию называется *<u>потенцированием.</u>*

Примеры

1) $\log_6 18 + \log_6 2 = \log_6 36 = 2;$
2) $\log_{12} 48 - \log_{12} 4 = \log_{12} 12 = 1;$
3) $\log_3 3^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7}\log_3 3 = \frac{1}{7}.$

Задача **Вычислить** $\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_5 12 + \log_5 50.$

▶ **Применяя формулы (1) — (3), находим**

$$\log_5 \sqrt{3} - \frac{1}{2}\log_5 12 + \log_5 50 = \log_5 \frac{\sqrt{3}\cdot 50}{\sqrt{12}} =$$
$$= \log_5 25 = 2. \ \triangleleft$$

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

<u>Вариант 1.</u>

1. Найдите: а) $log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32}$; б) $log_{49} 7$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $3^{2+log_3 2}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 2 выражение $16b^7 \cdot \sqrt[5]{c}$ $(c > 0,\ b > 0)$.
4. Найдите x, если $log_3 x = 2log_3 7 + \frac{2}{3}log_3 27 - \frac{3}{2}log_3 16$.

<u>Вариант 2.</u>

1. Найдите: а) $log_5 \frac{1}{25}$; б) $log_{64} 8$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $2^{1+log_2 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\frac{c^4}{\sqrt[3]{100b^4}}$ $(c > 0,\ b > 0)$.
4. Найдите x, если $log_2 x = 2log_2 5 - \frac{1}{3}log_2 8 + log_2 0{,}2$.

<u>Вариант 3.</u>

1. Найдите: а) $lg 10000$; б) $log_8 1$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $\left(\frac{1}{3}\right)^{2+log_3 2}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 3 выражение $\frac{27\sqrt{b}}{c^4}$ $(c > 0,\ b > 0)$.
4. Найдите x, если $log_5 x = log_5 1{,}5 + \frac{1}{3}log_5 8$.

<u>Вариант 4.</u>

1. Найдите: а) $log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$; б) $lg\,0{,}01$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $\sqrt{2}^{\,2+log_4 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 0,7 выражение $\frac{0{,}49b^3}{c^5 \cdot \sqrt{c}}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $lg\,x = 1 + 2lg\,3 - \frac{2}{3}lg\,125$.

Вариант 5.

1. Найдите: а) $log_3 \frac{1}{81}$; б) $log_4 \sqrt{2}$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $3^{2+log_3 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 5 выражение $25b^3 \cdot \sqrt[4]{c^7}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_4 x = 2log_4 10 + \frac{3}{4}log_4 81 - \frac{2}{3}log_4 125$.

Вариант 6.

1. Найдите: а) $log_5 \frac{1}{5}$; б) $log_2 16\sqrt{2}$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $\left(\frac{1}{2}\right)^{1+log_2 3}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 0,2 выражение $\frac{0{,}0016b^4}{c \cdot \sqrt[7]{c^2}}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_{\frac{1}{3}} x = \frac{1}{2}log_{\frac{1}{3}} 16 - log_{\frac{1}{3}} 8 + log_{\frac{1}{3}} 28$.

Вариант 7.

1. Найдите: а) $log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3}$; б) $lg\,0{,}1$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $5^{-1+log_5 2}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\frac{0{,}001\sqrt[3]{c^2}}{b^3}$ $(c>0,\ b>0)$.
4. Найдите x, если $log_4 x = \frac{1}{2}log_4 7 + log_4 32 - \frac{1}{2}log_4 28$.

Вариант 8.

1. Найдите: а) $log_{0,2} 25$; б) $lg\,0{,}001$.
2. С помощью основного логарифмического тождества вычислите: $0{,}2^{1+log_{0,2} 5}$.
3. Прологарифмируйте по основанию 10 выражение $\sqrt{10}b^5c^{-\frac{1}{3}}$ $(c>0,\ b>0)$.

Найдите x, если $log_3 x = log_3 12 - \frac{1}{2}log_3 32 + \frac{1}{2}log_3 6$.Ответ: $x \in \emptyset$

Ответ: $x \in \emptyset$

Пример:

$\log_3(x^2-6)=\log_3 5x$

Основания логарифмов равны ,приравняем подлогарифмические выражения, с учетом ОДЗ:

$$\begin{cases} x^2-6=5x \\ 5x>0 \end{cases}$$

Найдем корень и подставим его в неравенство:

$$\begin{cases} x^2-6-5x=0 \\ 5x>0 \end{cases} \begin{cases} x^2-5x-6=0 \\ 5x>0 \end{cases} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=-1 \end{array} \right. \\ x>0 \end{cases}$$

Очевидно, что только первый корень удовлетворяет ОДЗ $x=6$

Ответ: $\log_2 x+\frac{4}{\log_x 2}=5$

Пример:

НайдемОДЗ: $x>0, x\neq 1$

Воспользуемся свойством логарифма: $\frac{1}{\log_x 2}=\log_2 x$

Получаем: $\log_2 x+4\log_2 x=5$

Приведем подобные: $5\log_2 x=5$; , $\log_2 x=1$. Преобразуем согласно определению логарифма: Ответ: x=2 $x=2^1=2$

Пример: $2^x=3$

По определению логарифма имеем: $x=\log_2 3$

Системы логарифмических уравнений

Самые простые системы логарифмических уравнений–это системы, в которых оба уравнения сводятся к простейшим. В дальнейшем получается обычная система из двух уравнений с двумя неизвестными, которая решается любым из удобных методов.

Пример: $\begin{cases} log_2(x+3y)=2 \\ log_3 xy=1 \end{cases}$.

Ещодинважныйтипсистемлогарифмическихуравнений–этосистемы,которыесводятся к обычным с помощью замены.

Пример: $\begin{cases} log_2 x-log_3 y=2 \\ 4log_2 x-5log_3 y=7 \end{cases}$.

Задание1.Ответьте на контрольные вопросы:

1. Какие уравнения называются логарифмическими?
2. Какая теорема применяется при решении логарифмических уравнений?

3.Почему необходимо делать проверку или находить ОДЗ при решении логарифмических уравнений?

4.Перечислите способы решения логарифмических уравнений.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №8.

Тема: ПРЕОБРАЗОВАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ, ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ, СТЕПЕННЫХ, ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

ЗАДАЧИ:

Образовательная: повторить определение логарифма числа, основное логарифмическое тождество, преобразование рациональных, иррациональных, степенных, показательных выражений

Развивающая: развивать логическое математическое мышление, навыки самоконтроля;

Воспитательная: уважать мнение отвечающих, выслушивать и соглашаться с замечаниями, если они справедливы; корректно выражать свою точку зрения.

Студент должен знать	Студент должен уметь
- определение логарифма и основные свойства логарифмов, целых и рациональных степеней	-вычислять логарифм по определению логарифма, по основному логарифмическому тождеству; -формировать навыки преобразования выражений содержащих логарифмы и основания со степенями.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Оформить отчет о работе.

1. Фронтальный опрос (мозговой штурм). Актуализация знаний.

1. Сформулируйте определение логарифма и вычислите следующие логарифмы: $\log_3 \frac{1}{81}$

$\log_3 27$ $\quad \log_7 7$ $\quad \log_3 1$ $\quad \lg 10$

$\lg 0{,}001$ $\quad \lg \frac{1}{1000}$

2. Назовите основное логарифмическое тождество и вычислите:

$2^{\log_2 5}$; $\quad 3^{2\log_3 4}$; $\quad 5^{2+\log_5 3}$; $\quad 2^{\log_2 6-3}$.

3. Сформулируйте основные свойства логарифмов и вычислите

$\log_6 18 + \log_6 2$ $\quad \log_3 18 - \log_3 2$ $\quad \lg 4 + \lg 25$ $\quad \log_5 5^3$

$\log_5 \sqrt[3]{2}$

2. Напомним известные свойства арифметических корней n-ой степени.

Для любого натурального n, целого k и любых неотрицательных целых чисел a и b справедливы равенства:

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
2. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0)$
3. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} \quad (k > 0)$
4. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k} \quad (k > 0)$
5. $\sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k \quad (\text{если } k \leq 0, \text{ то } a \neq 0)$.

Примеры.

1.1) $3^{1-2\sqrt{3}} \cdot 9^{1+\sqrt{3}} = \dfrac{3}{3^{2\sqrt{3}}} \cdot 9 \cdot 9^{\sqrt{3}} = \dfrac{3}{3^{2\sqrt{3}}} \cdot 3^2 \cdot 3^{2\sqrt{3}} = 3^3 = 27$;

1.2) $\left(3^{\sqrt[5]{8}}\right)^{\sqrt[5]{4}} = 3^{\sqrt[5]{8}\cdot\sqrt[5]{4}} = 3^{\sqrt[5]{8\cdot 4}} = 3^{\sqrt[5]{32}} = 3^{\sqrt[5]{2^5}} = 3^2 = 9$;

3. Основные свойства степеней.

При любых действительных значениях x и y справедливы равенства

$$a^x a^y = a^{x+y}; \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y};$$

$$(ab)^x = a^x b^x; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x};$$

$$\left(a^x\right)^y = a^{xy}.$$

Эти формулы называют *основными свойствами степеней.*

Пример.

$$\frac{a^{-1}b}{(6a)^2 \cdot b^4} \cdot \frac{36}{a^{-3}b^{-3}} = \frac{36a^{-1}b}{36a^{2-3}b^{4-3}} = \frac{36a^{-1}b}{36a^{-1}b} = 1$$

Варианты практической работы.

1 вариант

1) Вычислить:

$9^{3/2} + 27^{2/3} - (1/16)^{-3/4}$.

1) 208; 2) 28; 3) 124; 4) -36.

2) Найти значение выражения

$\frac{x-y}{x^{1/2}+y^{1/2}} \quad \frac{y^{1/2}-y}{y^{1/2}}$, если x = 9, y = 49.

1) 3,5; 2) 2; 3) -3; 4) -12.

3) Вычислить:

$\log_{10}8 + \log_{10}125$.

1) 3; 2) 4; 3) 2; 4) 5.

4) Найдите значение выражения

$\log_5(25a^3)$, если $\log_5 a = 7$.

5) Найдите значение выражения

$2\log_2 3 + \log_2 1/3$.

1) $\log_2 3$; 2) $2\log_2 3$; 3) 0; 4) -2.

6) Упростите выражение:

$3^{\log21/4 + \log35}$.

1) -45; 2) 5/9; 3)1/25; 4) -10.

2 вариант

1) Вычислить:

$(72^{2/3})^{1/2} \cdot 36^{1/6} : 2^{4/3}$.

1) 3,6; 2) 12; 3) 3; 4) 24.

2) Найти значение выражения

$\frac{x-y}{x^{1/2}+y^{1/2}} \quad \frac{x^{1/2}+x}{x^{1/2}}$, если x = 9, y = 49.

1) -7; 2) -2; 3) -8; 4) -13.

3) Вычислить:

$\log_{12}2 + \log_{12}72$.

1) 3; 2) 4; 3) 2; 4) 5.

4) Найдите значение выражения

$\log_3(81/b)$, если$\log_3 b = -2,5$.

1) 6,5; 2) 1,5; 3) -10; 4) 78,5.

5) Найдите значение выражения

$\log_2 10 - 2\log_2 5 + \log_2 40$.

1) 0; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

6) Упростите выражение:

$9^{\log_9 2 + \log_5 1/25}$.

1) 0,25; 2) 2/81; 3) -4; 4) 4.

3 вариант

1) Вычислить:

$(27^{2/5} \cdot 2^{1/5} \cdot 2)^{5/6}$.

1) 6; 2) 108; 3) 54; 4) 30.

2) Найти значение выражения:

$\frac{x-y}{x^{1/2}-y^{1/2}} + \frac{y^{1/2}-y}{y^{1/2}}$, если x = 16, y = 25.

1) 5; 2) -5; 3) -16; 4) -15.

3) Вычислить:

$\log_5 75 - \log_5 3$.

1) -3; 2) 4; 3) 2; 4) -5.

4) Найдите значение выражения

$\log_3(9b)$, если $\log_3 b = 5$.

1) 25; 2) 10; 3) -8; 4) 7.

5)Найдите значение выражения:

$2\log_5 75 + \log_5 1/625$.

1) 1; 2) $2\log_5 3$; 3) $1/\log_3 5$; 4) 0.

6) Упростите выражение:

$2^{\log27} \cdot \log_3 1/9$.

1) -3,5; 2) 14; 3) -14; 4) 3,5.

4 вариант

1)Вычислить:

$24^{1/3} \cdot 6^{2/3} \cdot (0,5)^{2/3}$.

1) 24; 2) 30; 3) 1; 4) 6.

2) Найти значение выражения :

$\frac{x-y}{x^{1/2}-y^{1/2}} \quad \frac{x^{1/2}+x}{x^{1/2}}$, если x = 16, y = 25.

1) 12; 2) 16; 3) -6; 4) 4.

3) Вычислить:

$\log_{1/3}54 - \log_{1/3}2$.

1) -3; 2) 4; 3) -2; 4) 5.

4) Найдите значение выражения

lg2a + lg5b, если lg (ab) = 3.

1) 1,5; 2) 6; 3) 3; 4) 4.

5) Найдите значение выражения

$\log_{1/3}54 - 1/3\log_{1/3}8 + \log_{1/3}81$.

1) 1; 2) -1; 3) -7; 4) 4.

6) Упростите выражение:

$6^{\log615}\log_5 0,2$

1) -15; 2) -3; 3) 3; 4) 15.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9.

Контрольная работа по теме «Степени, корни, логарифмы».

Вариант 1

№ 1 Вычислите:

а) $\frac{5^4 \cdot 64^{-3}}{8^{-7} \cdot 25^3}$;

б) $\log_2 18 + \log_2 6 - \log_2 27$;

в) $5^{\log_5 6} \cdot \log_2 16$;

№ 2 Сравните выражения:

а) $\left(\frac{7}{6}\right)^{13}$ и $\left(\frac{6}{7}\right)^{13}$;

б) $\log_2 7 + \log_2 5$ и $2\log_2 6$.

№ 3 Сократите дробь:

а) $\frac{16 - b^2}{b^2 - b - 12}$;

б) $\frac{x - y}{x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}}}$.

№ 4 Упростите выражение:

а) $\frac{4}{b^2 - 4} + \frac{4b}{4 - 4b + b^2} \cdot \left(\frac{2}{2b + b^2} - \frac{b}{4 + 2b}\right)$;

б) $(3\log_7 2 - \log_7 24) \div (\log_7 3 + \log_7 9)$;

№ 5 Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби:

$\frac{7 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$

Вариант 2

№ 1 Вычислите:

а) $\frac{16^{12} \cdot 10^{-7}}{10^{-5} \cdot 8^{17}}$;

б) $\log_6 18 + \log_6 3 - \log_6 9$;

в) $\log_5 125 \cdot 12^{\log_{12} 5}$;

№ 2 Сравните выражения:

а) $\left(\frac{25}{13}\right)^4$ и $\left(\frac{13}{25}\right)^4$;

б) $2\lg 0{,}7$ и $\lg 7 + \lg 0{,}7$.

№ 3 Сократите дробь:

а) $\frac{2y^2 + 7y + 3}{y^2 - 9}$;

б) $\frac{b^{\frac{1}{2}} - 5}{b - 25}$.

№ 4 Упростите выражение:

а) $\frac{3a + b}{a + b} + \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a} \cdot \left(\frac{a}{(a - b)^2} + \frac{a}{b^2 - a^2}\right)$;

б) $(3\lg 2 + \lg 0{,}25) \div (\lg 14 - \lg 7)$;

№ 5 Освободиться от иррациональности в знаменателе дроби:

$\frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{10} - 3}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №10.

Тема: Прямые и плоскости в пространстве.

Цели: образовательные: выявить качество и уровень овладения знаниями и умениями, полученными на уроках по теме : "Прямые и плоскости в пространстве", обобщить материал, как систему знаний, проверить способность к творческому мышлению и самостоятельной деятельности, закрепить умение работать с тестовыми заданиями.

развивающие: развить логическое мышление, память, способность к анализу и синтезу; формировать навыки самоконтроля.

воспитательные: способствовать формированию ответственного отношения к учению, готовности и мобилизации усилий на безошибочное выполнение заданий, проявить наибольшую активность в их выполнении; воспитать культуру учебного труда, навыков самообразования, экономного расходования времени.

Порядок выполнения работы.

1 Актуализация опорных знаний.

1. Выполните чертеж к задаче. Две вершины ΔABC лежат в плоскости γ, а вершина С не лежит в плоскости γ. Прямая d пересекает стороны СВ и СК соответственно в точках М и Т, а плоскость α в точке К.

2. Выполните чертеж к задаче. Плоскость α пересекает три параллельных прямых соответственно в точках А, В, и С, лежащих на одной прямой.

3. Выполните чертеж куба $\mathrm{ABCДA_1B_1C_1Д_1}$. По чертежу укажите: а) прямые параллельные для прямой ВС; б) прямые скрещивающиеся с прямой $\mathrm{BB_1}$; в) плоскости параллельные прямой АВ.

4. Прямая АВ пересекает плоскость α в точке О, расстояние от точки А до плоскости равно 4см. Найдите расстояние от точки В до плоскости, если ОА =8 см, АВ=6 см.

2. **Самостоятельная работа.**

Вариант 1.

1. Выполните чертеж к задаче. Прямые а, в, и с имеют общую точку О, но не существует плоскости, в которой лежат все эти три точки.

2. Выполните чертеж к задаче. Плоскость α проходит через середины сторон АВ и АС ΔABC и не содержит вершины А.

3. Выполните чертеж куба $ABCДA_1B_1C_1Д_1$. По чертежу укажите: а) прямые параллельные для прямой АД; б) прямые скрещивающиеся с прямой CC_1; в) плоскости параллельные прямой АВ.

4. Прямая АВ пересекает плоскость α в точке О, расстояние от точки А до плоскости равно 4 см. Найдите расстояние от точки В до плоскости, если точка О середина АВ.

Контрольная работа Тема: «Прямые и плоскости в пространстве».

Вариант 2.

1. Выполните чертеж к задаче. Прямые а, в, и с имеют общую точку О и лежат в одной плоскости.

2. Выполните чертеж к задаче. Прямая а параллельна каждой из параллельных плоскостей α и β.

3. Выполните чертеж куба $АВСДА_1В_1С_1Д_1$. По чертежу укажите: а) прямые параллельные для прямой АВ; б) прямые скрещивающиеся с прямой $ДД_1$; в) плоскости параллельные прямой АД.

4. Прямая АВ пересекает плоскость α в точке О, расстояние от точки А до плоскости равно 4 см. Найдите расстояние от точки В до плоскости, если точка В середина ОА.

Контрольная работа Тема: «Прямые и плоскости в пространстве».

Вариант 3.

1. Выполните чертеж к задаче. Прямые СД и СК пересекают плоскость β в разных точках.

2. Выполните чертеж к задаче. Прямая АВ параллельна плоскости γ, а прямая АТ пересекает ее в точке Т.

3. Выполните чертеж куба $АВСДА_1В_1С_1Д_1$. По чертежу укажите: а) прямые параллельные для прямой СД; б) прямые скрещивающиеся с прямой АВ; в) плоскости параллельные прямой ВС.

4. Прямая АВ пересекает плоскость α в точке О, расстояние от точки А до плоскости равно 4 см. Найдите расстояние от точки В до плоскости, если точка А средина ОВ.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №11.

Векторы и действия над ними.

Задачи: – обобщение у учащихся знаний о векторах в координатах и выявления уровня усвоения навыков выполнения действий над векторами в пространстве;

– совершенствовать у учащихся умения и навыки выполнения действий над векторами;

– развивать у учащихся навыки самостоятельного выполнения заданий

– воспитывать у учащихся сознательное отношение к изучению данной темы

Порядок выполнения работы.

1. Актуализация опорных знаний.

Давайте вначале вспомним основные определения, а в этом поможет следующее задание «Угадай вопрос». Вам предоставляются вопросы и отдельно возможные на них ответы. Вам необходимо найти ответ на соответствующий вопрос. Затем обобщить полученный материал и изобразить информацию в виде кластера на тему «Вектор».

Вопросы: 1) Числа, которые определяют положение точки, называются …? (*Координатами*).

2) Величина, которая задается своей длиной и направлением, называется …? (*Вектором*).

3) Вектора, которые лежат на одной прямой или на параллельных прямых, называются …? (*Коллинеарными*).

4) Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется …? (*такой вектор* $\vec{c}$*, который в сумме с вектором* $\vec{b}$ *дает вектор* $\vec{a}$).

5) Чтобы найти координаты вектора нужно …? (***из координат конца вектора вычесть координаты начала*****).**

6) При умножении векторов на число …? (*все координаты вектора умножаются на это число*).

7) При сложении векторов …? (*их соответствующие координаты складываются*).

8) Формула нахождения длины вектора $|\overrightarrow{AB}|$?

$$(|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}).$$

9) Формула нахождения координат вектора $\overrightarrow{AB}$?

$$(\overrightarrow{AB}\{x_2 - x_1;\ y_2 - y_1;\ z_2 - z_1\}).$$

10) Формула нахождения координаты середины вектора $\overrightarrow{AB}$**?**

$$(x = \frac{x_1+x_2}{2};\ \ y = \frac{y_1+y_2}{2};\ \ z = \frac{z_1+z_2}{2}).$$

2. Для повторения навыков нахождения координат вектора, длины вектора и действий над векторами необходимо выполнить тестовое задание.

Тестовое задание

1. Найдите сумму векторов: $\vec{a}(4; 2; -4)$ *и* $\vec{b}(6; -4; 10)$.

A) (2; -6; 6); B) (2; -6;14); C) (10; -2; 6); D) (2; -2; 6); E) (10; -2; -14)

2. Умножьте вектор $\vec{a}(4; 2; -1)$ на –3:

A) (-12; -6; -3); B) (12; -6; -3); C) (-12; 6; 3); D) (-12; -6; 3); E) (-12; 6; -3).

3. Найдите разность векторов: $\vec{a}(6; -2; 2)$ *и* $\vec{b}(4; -7; 5)$.

A) (-2; 5; -3); B) (2; -5; 3); C) (-2; -5; 3); D) (2; 5; 7); E) (2; 5; -3).

4. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(2; -5; 3)$ *и* $B(5; 1; -2)$.

A) (3; -6; 5); B) (3; 6;-5); C) (-3; 6; -5); D) (7; -4; 1); E) (-3; 6; 5).

5. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(-1; -1; 1)$ *и* $B(-3; 1; 0)$.

A) 4; B) 9; C) 5; D) 3; E) $\sqrt{3}$.

После выполнения тестовых заданий, учащимся необходимо обменяться тестовыми заданиями и произвести взаимопроверку (за каждый правильный ответ – один балл).

3. Для совершенствования и закрепления умений и навыков решения заданий на действия с векторами нужно выполнить задачи

Дано: $A(2;1;4)$,

$B(3;0;-1)$,

$C(1;-2;0)$.

Найти: $2\cdot\overrightarrow{AB}+3\cdot\overrightarrow{BC}$

Решение

1) *Находим координаты вектора* $\overrightarrow{AB}$: $\{3-2;0-1;-1-4\}$
   $\overrightarrow{AB}\{1;-1;-5\}$;
2) *Затем находим координаты вектора* $2\cdot\overrightarrow{AB}$: $\{2\cdot1;2\cdot(-1);2\cdot(-5)\}$
   $2\cdot\overrightarrow{AB}\{2;-2;-10\}$
3) *Теперь находим аналогично координаты вектора* $3\cdot\overrightarrow{BC}$: $\{3\cdot(-2);3\cdot(-2);3\cdot1\}$
   $3\cdot\overrightarrow{BC}\{-6;-6;3\}$
4) *Теперь находим сумму данных векторов, складывая соответствующие координаты:* $2\cdot\overrightarrow{AB}+3\cdot\overrightarrow{BC}=\{2+(-6);\ -2+(-6);\ -10+3\}$
   $2\cdot\overrightarrow{AB}+3\cdot\overrightarrow{BC}=\{-4;\ -8;\ -7\}$.

Ответ: $\{-4;\ -8;\ -7\}$.

4. Учащиеся решает по одной задаче по вариантам, после выполнения решения, учащиеся обмениваются тетрадями и производят проверку правильности выполнения задачи, комментируя правильность решения в случае неверного решения (после выполнения данного задания каждый учащийся выставляет баллы от 1 до 5 тому учащемуся, которого проверял).

Дано: $\vec{a}(2;0;-3)$,

$\vec{b}(5;-1;2)$.

Найти: 1) $|3\vec{a}-\vec{b}|$ - 1 вариант; 2) $|2\vec{a}+3\vec{b}|$ - 2 вариант.

Решение

<u>*Первый случай*</u>

1) *Находим координаты вектора* $3\vec{a}$: $\{3\cdot2;3\cdot0;3\cdot(-3)\}$
   $3\vec{a}$: $\{6;0;-9\}$;
2) *Затем находим разность векторов* $3\vec{a}-\vec{b}$: $\{6-5;0-(-1);-9-2\}$
   $3\vec{a}-\vec{b}$: $\{1;1;-11\}$;
3) *Теперь находим длину вектора* $|3\vec{a}-\vec{b}|$: $\sqrt{\mathbf{1^2+1^2+(-11)^2}}=\sqrt{\mathbf{1+1+121}}=\sqrt{\mathbf{123}}$.

$$|3\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{\mathbf{123}}.$$

Второй случай

1) *Находим координаты вектора* $2\vec{a}$: $\{2\cdot 2; 2\cdot 0; 2\cdot(-3)\}$

   $2\vec{a}$: $\{4; 0; -6\}$;

2) *Находим координаты вектора* $3\vec{b}$: $\{3\cdot 5; 3\cdot(-1); 3\cdot 2\}$

   $3\vec{b}$: $\{15; -3; 6\}$;

3) *Затем находим сумму векторов* $2\vec{a}+3\vec{b}$: $\{4+15; 0+(-3); -6+6\}$

   $2\vec{a}+3\vec{b}$: $\{19; -3; 0\}$;

4) *Теперь находим длину вектора* $\left|2\vec{a}+3\vec{b}\right|$: $\sqrt{\mathbf{19^2+(-3)^2+0^2}} = \sqrt{\mathbf{361+9+0}}$

$$= \sqrt{\mathbf{370}}.$$

$$\left|2\vec{a}+3\vec{b}\right| = \sqrt{\mathbf{370}}.$$

Ответ: 1) $\left|3\vec{a}-\vec{b}\right| = \sqrt{\mathbf{123}}$; **2**) $\left|2\vec{a}+3\vec{b}\right| = \sqrt{\mathbf{370}}$.

4) *5.* С учетом познавательных и когнитивных способностей необходимо учащимся раздать разноуровневые задания на применение навыков и умений действий над векторами (работа в тетрадях).

Вариант А

1. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, если $A(2; -3; 4)$, $B(1; -2; 2)$.
2. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(-1; 3; -3)$ и $\overrightarrow{BC}(4; -5; 1)$. Найдите координаты и длину вектора$\overrightarrow{AC}$.

Вариант В

1. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(-1; 3; -3)$ и $\overrightarrow{BC}(4; -5; 1)$. Найдите координаты и длину вектора$\overrightarrow{AC}$.
2. Даны векторы $\vec{a}(3; 1; -2)$, $\vec{b}(4; -1; -3)$. Найдите координаты вектора $2\vec{a}+\vec{b}$.
3. Найдите длину вектора $\vec{a}-3\vec{b}$, если $\vec{a}(2; 1; -5)$, $\vec{b}(-3; 0; 1)$.

Вариант С

1. Даны векторы $\vec{a}(3; 1; -2)$, $\vec{b}(4; -1; -3)$. Найдите координаты вектора $3\vec{a}+2\vec{b}$.
2. Найдите длину вектора $3\vec{a}+2\vec{b}$, если $\vec{a}(2; 1; -5)$, $\vec{b}(-3; 0; 1)$.
3. Из точки A построен вектор $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$. Найдите координаты точки B, если:
   $$A(3; 1; -2), \vec{a}(1; -3; 1).$$
4. Даны векторы $\overrightarrow{AB}(2; 3; 2)$ и $\overrightarrow{BC}(4; -1; 1)$. Найдите координаты и длину вектора$\overrightarrow{AC}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №12.

Тема: Решение задач на действий с векторами

Задачи:

– Обобщение и систематизация знаний теоретического материала по данной теме, совершенствование навыков решения задач. Проверка умения применять полученные знания при решении практических задач;

– Развитие адекватной самооценки, умения находить ошибки, развитие логического мышления, поиск закономерностей. Развитие интереса к истории математики.

– Воспитание чувства товарищества, ответственности, сотрудничества, воспитание внутренней мотивации.

Порядок выполнения работы.

1. Актуализация опорных знаний.

1.Даны 2 точки А (-2;1;-1) и В (3;-3;1). Выразить через орты вектор АВ и вычислить его длину.

2. Вычислить координаты вектора с=а-в, если дано разложение вектора а и в по ортам: а=i-2j+k,

b = -2i+2k.

3. Даны точки А (-2;1;-1) и В (3;-3;1). Вычислите расстояние от начала координат до середины отрезка АВ.

5. Выразить через орты вектор с=а-в, если известно разложение векторов а и в:

6. а = i-2j+2k, в=2i-2j-k.

7. Вычислить длину вектора m=2а+в, если известно разложение вектора а и в:

8. а = i-j+k, в=2i+2j-k.

2. Варианты работы.

1 вариант

№ 1. Дано: $\vec{a}$ (2, 0, -1) и $\vec{b} = 5\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Найти модуль вектора $2\vec{a} + \vec{b}$.

№ 2. При каких значениях α и β вектор $\vec{d} = 2\vec{i} - \alpha\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарен вектору $\vec{a} = 2\vec{i} + 8\vec{j} - \beta\vec{k}$?

№ 3. Дано: $\vec{m} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$; $\vec{n} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$. Найти скалярное произведение $(\vec{m} + \vec{n}) \cdot (2\vec{m} - \vec{n})$.

№ 4. При каком значении α вектор $\vec{a}$ (3; -5; 0) перпендикулярен вектору $\vec{b}$ (2; α; 1)?

№ 5. Найти $Cos(2\vec{a},\hat{\vec{b}})$, если $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$; $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$.

№ 6. В Δ АВС даны координаты вершин А (-1; 2; 3), В (2; -1; 0) и С (-4; 2; -3). Вычислите периметр треугольника.

2 вариант

№ 1. Дано: $\vec{\tilde{n}} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{d} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Найти модуль вектора $3\vec{c} + \vec{d}$.

№ 2. При каких значениях m и n вектор $\vec{c} = m\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ коллинеарен вектору $\vec{d} = 2\vec{i} + n\vec{j} - 4\vec{k}$?

№ 3. Дано: $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$; $\vec{b} = -\vec{i} + \vec{j}$. Найти скалярное произведение $2\vec{a}\cdot(\vec{a} - 2\vec{b})$.

№ 4. При каком значении m вектор $\vec{c}$ (- 5;m; 0) перпендикулярен вектору $\vec{b}$ (4; -2; 1)?

№ 5. Найти $Cos(\vec{m},\hat{2\vec{n}})$, если $\vec{m} = 3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$; $\vec{n} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$.

№ 6. Дан четырехугольник с вершинами в точках А (1; 1; 4), В (2; 3; -1), С (-2; 2; 0) и D (3; 0; 5). Является ли данный четырехугольник параллелограммом?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 13.

Тема: Свойства функций. Наибольшее и наименьшее значение функции.

Задачи:

– обеспечить в ходе урока усвоение основных свойств функций;

выявить уровень освоения обучающимися комплексом знаний свойств функций и умений по исследованию функций;

обобщить практические умения и навыки строить и читать графики;

устанавливать логические связи и закономерности между изученными определениями и понятиями;

– развивать навык чтения и построения графиков, используя схему исследования функций;

развивать самостоятельность обучающихся, умение преодолевать трудности в учении, используя проблемные ситуации, творческие задания;

– способствовать воспитанию внимательности, аккуратности, наблюдательности, самостоятельности, умения работать в паре, воли и настойчивости для достижения конечных результатов;

на примерах показать широту применения полученных на уроках математических знаний.

<u>Порядок выполнения работы.</u>

<u>1.</u> Актуализация опорных знаний.

Проверь себя – математический диктант.

Ф. И. группа ______________________

Задание – продолжить ответ (заполнить пробелы).

1. Числовой функцией с областью определения D называется соответствие, при котором

____

____

2. Область определения функции – это ___________________________________

3. Область значений функции – это ____________________________________.

4. Функция f называется четной, если любым двум противоположным значениям аргумента соответствуют ____________________________________

5. Функция f называется нечетной, если любым двум противоположным значениям аргумента соответствуют ____________________________________

6. График четной функции симметричен относительно___________________

7. График нечетной функции симметричен относительно _________________

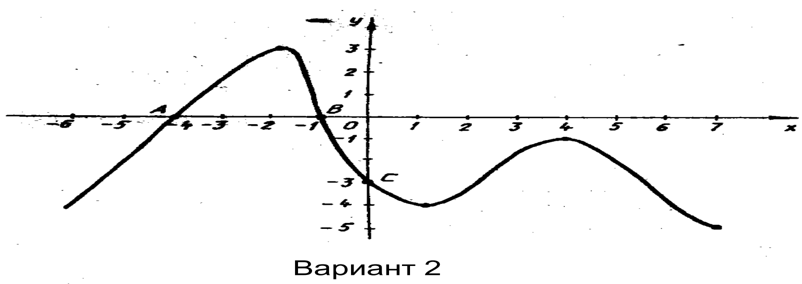
8. Функция f возрастает на множестве P, если для любых x_1 и x_2 из множества P таких, что $x_2 \rangle\ x_1$, выполнено неравенство ___________________

9. Функция f убывает на множестве P, если для любых x_1 и x_2 из множества P таких, что $x_2 \rangle\ x_1$, выполнено неравенство _____________________________

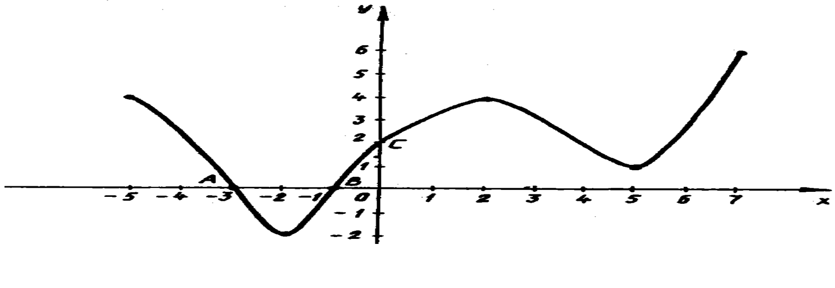
10. Нули функции - это ____

2. Варианты работ. Графики функций представлены на слайде.

Вариант 1



Вариант 2



Работа по плану.
Ответы:

Свойства функций	Вариант 1	Вариант 2
Область определения	[-6;7]	[-5;7]
Область значений	[-4;3]	[-2;6]
Промежутки а) возрастания б) убывания	[-6;-2], [1;4] [-2;1], [4;7]	[-2;2], [5;7] [-5;-2], [2;5]
Максимум функции	f(-2) = 3; f(4) =-1	f(2) = 4
Минимум функции	f(1) = -4	f(-2) = -2; f(5) = 1
Нули функции. Точки пересечения графика с осью а) Ox б) Oy	A(-4;0), B(-1;0) C(0;-3)	A(-3;0), B(-1;0) C(0;2)
Точки экстремума	- 2 и 1	-2 и 2
Промежутки знакопостоянства а) f(x)>0 б) f (x)<0	(-4;-1) (-6;-4), (-1;7)	(-5;-3), (-1;7) (-3;-1)

ПРАКТИЧЕСКАЯРАБОТА№14

Тема: Преобразование графиков функций.

Цель: ***Постройте графики функций, используя различные преобразования, ответьте на вопрос задачи.***

Выполнение работы
Методические указания
Работа рассчитана на 10 вариантов.
Работа состоит из двух частей: первая часть задания 1 – 5, это задания которые обязательно нужно выполнить, чтобы получить зачет, если эти задания выполнены с ошибкой, необходимо их исправить и снова сдать работу на проверку. Вторая часть, содержит задание, выполнив которое, вы можете заработать дополнительную оценку.

Задание 1. Графиком линейной функции является прямая, для ее построения достаточно двух точек. *(значения аргумента х берем произвольно, а значение функции у, считаем подставляя в формулу).*

Чтобы проверить проходит ли график функции через указанную точку нужно координаты точки подставить вместо х и у, если получили верное равенство, то прямая проходит через указанную точку, в противном случае – не проходит.

Задание 2, 3, 4. Графики указанных функций получаются из графиков функций $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$ используя сдвиг вдоль оси х или у.

$y = \pm(x \pm a)^2 \pm в$, сначала строим график функции $y = x^2$ или $y = -x^2$, затем сдвигаем его на «а» единиц вправо или влево (+а – влево, - а вправо), затем сдвигаем на «в» единиц вверх или вниз (+в – вверх, -в – вниз)

Аналогично с другими функциями:

Задание 5 Чтобы построить график функции: $y = |f(x)|$, нужно: 1) построить график функции $y = f(x)$, 2) часть графика которая находится выше оси х оставить без изменения, 3) часть графика, которая находится ниже оси х зеркально отобразить.

Задачи для самостоятельного решения.

Обязательная часть

Задание 1. Постройте график линейной функции, определите, проходит ли график функции через указанную точку:

<u>1-й вариант</u> $y = \frac{1}{2}x - 6$, A(42;26)

<u>2-й вариант</u> $y = \frac{1}{2}x - 2$, B(42;19)

<u>3-й вариант</u> $y = -\frac{1}{3}x + 5$, C(-33;6)

<u>4-й вариант</u> $y = -2x - 3$ D(-40;77)

<u>5-й вариант</u> $y = 4 - 3x$, M(20;64)

<u>6-й вариант</u> $y = -\frac{1}{2}x + 2$ E(-20;8)

<u>7-й вариант</u> $y = \frac{1}{3}x - 2$,F(60;18)

<u>8-й вариант</u> $y = 3x - 4$, K(-30;86)

<u>9-й вариант</u> $y = 2x - 5$, Z(-21;-47)

<u>10-й вариант</u> $y = \frac{1}{2}x + 3$, N(-50;-22)

Задание 2. Постройте график квадратичной функции, укажите множество значений данной функции.

<u>1-й вариант</u> $y = (x-3)^2 - 2$

<u>2-й вариант</u> $y = -(x+3)^2 - 2$

3-й вариант $y = -(x+4)^2 + 5$
4-й вариант $y = (x-4)^2 - 7$
5-й вариант $y = (x+2)^2 + 1$
6-й вариант $y = -(x+5)^2 - 1$
7-й вариант $y = (x-6)^2 - 5$
8-й вариант $y = (x+4)^2 - 1$
9-й вариант $y = -(x+2)^2 + 8$
10-й вариант $y = -(x-1)^2 + 4$

Задание 3. Постройте график функции, определите, возрастает или убывает указанная функция.

1-й вариант $y = -x^3 - 1$
2-й вариант $y = -(x+2)^3$
3-й вариант $y = x^3 + 2$
4-й вариант $y = -(x-4)^3$
5-й вариант $y = x^3 + 1$
6-й вариант $y = (x-2)^3$
7-й вариант $y = -x^3 + 3$
8-й вариант $y = -(x-1)^3$
9-й вариант $y = (x+1)^3$
10-й вариант $y = x^3 - 2$

Задание 4. Постройте график функции, ответьте на вопрос задачи.

1-й вариант $y = \sqrt{x+2} - 1$, укажите наименьшее значение функции.
2-й вариант $y = \sqrt{x-1} + 2$, укажите наименьшее значение функции.
3-й вариант $y = \sqrt{x+3} + 1$, укажите наименьшее значение функции.
4-й вариант $y = \sqrt{x-4} - 2$, укажите наименьшее значение функции.
5-й вариант $y = -\sqrt{x+1} - 1$, укажите наибольшее значение функции.
6-й вариант $y = -\sqrt{x-2} + 1$, укажите наибольшее значение функции.
7-й вариант $y = -\sqrt{x+5} + 2$, укажите наибольшее значение функции.
8-й вариант $y = -\sqrt{x-2} - 4$, укажите наибольшее значение функции.
9-й вариант $y = \sqrt{x+6} + 3$, укажите наименьшее значение функции.
10-й вариант $y = -\sqrt{x-2} - 1$, укажите наибольшее значение функции.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №15
Тема: Вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Тригонометрические функции углов поворота».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Что такое угол в 1 радиан?

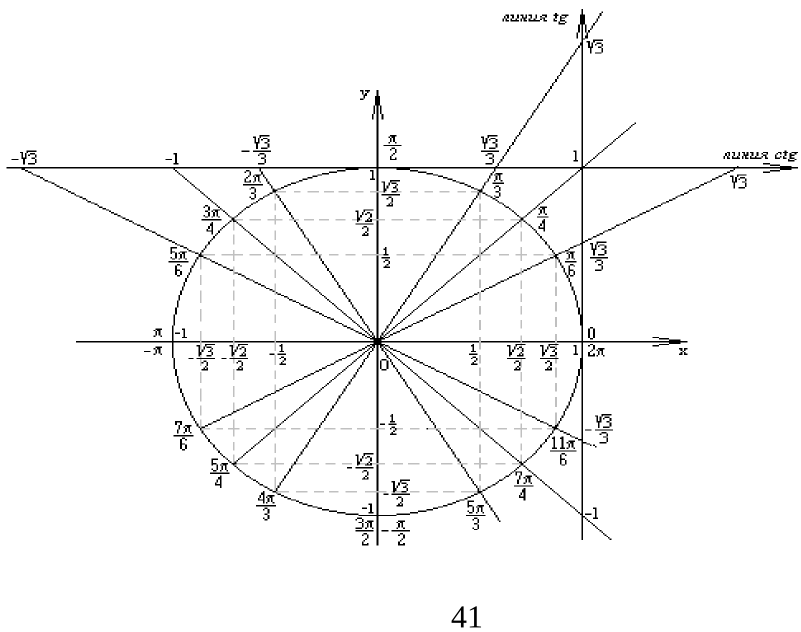
б) Дайте определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла α.

в) Как зависят знаки $sin\alpha,\ cos\alpha,\ tg\alpha,\ ctg\alpha$ от того, в какой координатной четверти расположена точка P_α? Назовите эти знаки.

2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Опорный чертеж

На рисунке совмещены, декартова система координат и окружность единичного радиуса. Окружность «эквивалентна» понятию координатной прямой (начало отсчета – точка пересечения окружности с положительной частью оси *Ox*, положительное направление – против часовой стрелки, единичный отрезок выражен через число π). На окружности отмечены точки, полученные при повороте радиуса окружности, совпадающего с



положительной частью оси *Ox*, на различные углы α. Абсциссы этих точек – $\cos\alpha$, ординаты $-\sin\alpha$. Дополнительно проведены две касательные к окружности (линии тангенса и котангенса).

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: 18^0, -250^0; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{15}$, $-\frac{\pi}{3}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $\frac{\pi}{3}$.

3. Определите знак: $\sin(-212^0)$ и $ctg\frac{7\pi}{9}$.

4. Вычислите: а) $2\cos\frac{3\pi}{2}-\frac{1}{2}tg\pi+\sin\frac{\pi}{2}$; б) $\dfrac{\sin 4\pi-\sin\frac{5\pi}{2}+\cos 3\pi}{\cos 8\pi}$.

Вариант 2.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: -360^0; 225^0; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{18}$; $\frac{3\pi}{2}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $-\frac{\pi}{4}$.

3. Определите знак: $\cos 305^0$ и $tg\left(-\frac{6\pi}{5}\right)$.

4. Вычислите: а) $2\sin\frac{\pi}{6}-\sqrt{3}ctg\frac{\pi}{3}+\frac{1}{2}\cos 2\pi$; б) $\dfrac{tg 8\pi-ctg\frac{7\pi}{2}+\sin 3\pi}{1+tg\frac{5\pi}{4}+ctg\frac{\pi}{4}}$.

Вариант 3.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере: -10^0; 240^0; б) в градусной мере: $\frac{\pi}{9}$; 3π.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$, если α равно $\frac{5\pi}{2}$.

3. Определите знак: $\cos(-105^0)$ и $ctg\frac{11\pi}{9}$;

4.Вычислите: а) $\left(\sin\frac{\pi}{2}\right)^{\cos\pi}+(\cos 2\pi)^{\sin 1{,}5\pi}$; б) $\cos 420^0+\sin 720^0-tg 405^0$.

Вариант 4.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере -60^0, 135^0; б) в градусной мере $\frac{\pi}{4}$, $-\frac{11\pi}{6}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $-\frac{\pi}{6}$.

3. Определите знак: $sin(-324^0)$ и $tg\frac{9\pi}{4}$.

4. Вычислите: а) $sin\frac{\pi}{6}-4cos\frac{\pi}{3}+2tg\frac{\pi}{4}$; б) $cos(-3\pi)+sin\left(-\frac{13\pi}{2}\right)-ctg\left(-\frac{7\pi}{2}\right)-tg\left(-\frac{21\pi}{4}\right)$

Вариант 5.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере 165^0, 300^0; б) в градусной мере $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{13\pi}{6}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $-\frac{13\pi}{2}$.

3. Определите знак: $sin217^0$ и $tg4$.

4. Вычислите: а) $\left(tg\frac{\pi}{3}\right)^{tg\frac{\pi}{4}}+\left(tg\frac{\pi}{6}\right)^{sin\pi}$;

б) $\sqrt{2}sin(-765^0)-cos(-1140^0)+tg585^0+\sqrt{3}ctg(-240^0)$.

Вариант 6.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере -315^0, 405^0; б) в градусной мере $\frac{7\pi}{20}$, $\frac{\pi}{3}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $\frac{9\pi}{4}$.

3. Определите знак: $cos\frac{5\pi}{6}$ и $sin1{,}2\pi$.

4. Вычислите:а) $\sqrt{2}sin\frac{\pi}{4}+3tg\frac{\pi}{4}-5cos\frac{3\pi}{2}$; б) $cos(-5\pi)+ctg\left(-\frac{11\pi}{2}\right)-sin\left(-\frac{5\pi}{2}\right)+3ctg\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$.

Вариант 7.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере 750^0, -12^0; б) в градусной мере $\frac{3\pi}{12}$, $\frac{3\pi}{10}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно -225^0.

3. Определите знак: $sin 2{,}8\pi$ и $ctg 237^0$.

4. а) Проверьте справедливость равенства: $cos 30^0 \cdot tg 30^0 - 1 = ctg 60^0 \left(1 + sin^2 45^0\right)$;

б) Упростите: $\dfrac{a^2 cos 2\pi - ab \sin\dfrac{3\pi}{2} + 6a^2b^2 \sin 0 - ab \cos\pi + b^2 \sin\dfrac{\pi}{2}}{a^3 \sin\dfrac{5\pi}{2} + 3a^2b \sin\dfrac{9\pi}{2} - 3ab^2 \cos\pi - b^3 \cos 15\pi}$.

Вариант 8.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере 20^0, 270^0; б) в градусной мере $\dfrac{\pi}{8}$, $\dfrac{3\pi}{4}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $\dfrac{3\pi}{4}$.

3. Определите знак: $sin 310^0$ и $tg\left(-\dfrac{7\pi}{6}\right)$.

4. Вычислите: а) $\dfrac{sin^3\left(-30^0\right) - 2tg\left(-30^0\right) - 1}{2 + tg\left(-45^0\right) + 4cos^2\left(-60^0\right)}$; б) $ctg^2\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) - tg(3{,}25\pi) - cos\dfrac{13\pi}{6} - sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$.

Вариант 9.

1. Выразите величину угла: а) в радианной мере -30^0, 105^0; б) в градусной мере $\dfrac{3\pi}{5}$, $\dfrac{\pi}{12}$.

2. Отметьте на единичной окружности точку P_α. Покажите на чертеже значения $sin\alpha$ и $cos\alpha$, если α равно $\dfrac{5\pi}{6}$.

3. Определите знак: $cos\left(-930^0\right)$ и $sin\dfrac{7\pi}{6}$.

4. а) Найдите значение выражения $2sin\alpha + cos 2\alpha - 3sin 3\alpha - 4cos 6\alpha$, если $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$.

б) Упростите: $\dfrac{a^2 ctg\dfrac{\pi}{4} + ab tg\dfrac{5\pi}{4} + a^2b^2 cos\dfrac{\pi}{2} + ab \sin\dfrac{\pi}{2} + b^2 \cos 10\pi}{a^3 tg\dfrac{\pi}{4} - 3a^2b tg\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) + 3ab^2 ctg\dfrac{5\pi}{4} - b^3 ctg\dfrac{3\pi}{4}}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №16

Тема: Преобразование тригонометрических выражений

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать умение применять тригонометрические формулы при преобразовании тригонометрических выражений.

2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты; таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов; таблицы формул тригонометрии; микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Под руководством преподавателя выполнить упражнения тренировочного раздела.

2. Изучить условие заданий для практической работы.

3. Оформить отчет о работе.

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ РАЗДЕЛ

Тема: «*Основные тригонометрические формулы»*

1. Основное тригонометрическое тождество $sin^2\alpha + ... = ...$ выполняется при любых значениях α.
2. Упростите выражения: а) $1-cos^2\alpha$; б) $(1-sin\alpha)(1+sin\alpha)$.
3. Следствием из основного тригонометрического тождества является формула, выражающая $sin\alpha$ через $cos\alpha$: $sin\alpha = ...$.
4. Найдите значение тригонометрической функции $cos\alpha$, если известно, что $sin\alpha = \frac{3}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
5. Тангенсом угла α называется отношение **...** угла α к его **...**: $tg\alpha = ...$.
6. Из определения тангенса и котангенса следует: $tg\alpha ctg\alpha = ...$.
7. Соотношение между тангенсом и косинусом одного и того же угла $1+tg^2\alpha = ...$, когда $cos\alpha ...$.
8. Формула $tg\alpha = \dfrac{sin\alpha}{cos\alpha}$ не имеет смысла при $\alpha = ...$.
9. Преобразуйте выражения: а) $tg\alpha cos\alpha$; б) $\dfrac{sin\alpha}{tg\alpha}$; в) $sin^2\beta - sin^2\beta cos^2\beta$.
10. Упростите: а) $\dfrac{cos\alpha}{1+sin\alpha} + \dfrac{1+sin\alpha}{cos\alpha}$; б) $\dfrac{1+tg^4\alpha}{tg^2\alpha + ctg^2\alpha}$.
11. Докажите тождество: $\dfrac{ctg\alpha}{tg\alpha + ctg\alpha} = cos^2\alpha$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

№	ВАРИАНТ 1	№	ВАРИАНТ 2
1	Вычислить значение выражения 12·cosα -4,5 . если sinα=$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ *при* $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$	1	Вычислить значение выражения 3,5·sinα-1,5 , если cosα =$\frac{4\sqrt{3}}{7}$ *при* $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
2	Вычислить значение выражения 3cos^{2}α- 6 +3sin^{2}α присosα=-0.3.	2	Вычислить значение выражения 5sin^2 α +0,61 +5 cos^{2}α приsinα= -0.4.
3	Вычислить значение выражения 2 cos^{2}α+ 1 приtgα= $\frac{1}{3}$.	3	Вычислить значение выражения 26cos^{2}α- 1 приtgα= $\frac{1}{5}$.
4	.Упростите: cos^{2}α·tg^{2}α : (1- cos^{2}α) .	4	Упростите: sin^{2}α·ctg^{2}α : (1- sin^{2}α)
5	Упростите: (2+ cosα)· (2 - cosα) + +(2- sinα)· (2+ sinα) .	5	Упростите: (3+ cosα)· (3 - cosα) + +(3- sinα)· (3+ sinα) .
6	Упростите: $\frac{\cos t-1}{\sin t} \cdot \frac{\cos t+1}{\sin t}$.	6	Упростите: $\frac{\sin t-1}{\cos t} \cdot \frac{\sin t+1}{\cos t}$.
7	Упростите: $\frac{1-\sin x}{\cos x} \_ \frac{\cos x}{1+\sin x}$.	7	Упростите: $\frac{1+\cos x}{\sin x} \_ \frac{\sin x}{1-\cos x}$.
8	Упростите: (sin α- 2 cosα)^2 + 4 sin αcosα	8	Упростите: (3sinα + 2 cosα)^2 - 12sinαcosα

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 17.
Формулы приведения.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

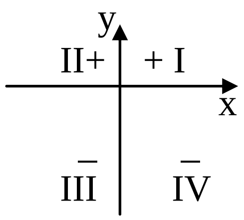
1. Корректировать умение применять тригонометрические формулы при преобразовании тригонометрических выражений.
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты; таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов; таблицы формул тригонометрии; микрокалькуляторы.

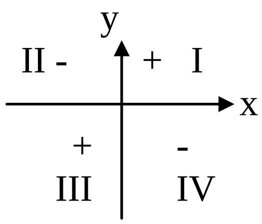
ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Под руководством преподавателя выполнить упражнения тренировочного раздела.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

1. Знаки тригонометрических функций:



знаки синуса



знаки тангенса

2. Четность и нечетность тригонометрических функций:
$sin(-\alpha)=...;\qquad cos(-\alpha)=...;\qquad tg(-\alpha)=...\,.$

   Вывод: четной функцией является **....**

3. Найдите значения выражений: а) $sin(-30^0)$; б) $cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$; в) $tg\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

4. Тригонометрические функции углов вида $\frac{\pi}{2}\pm\alpha,\ \pi\pm\alpha,\ \frac{3\pi}{2}\pm\alpha,\ 2\pi\pm\alpha$ могут быть выражены через функции угла α с помощью формул приведения: $sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...$;

$cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...$; $tg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...$; $ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=...$; $sin(180^0+\alpha)=...$;

$cos(180^0+\alpha)=...$; $tg(180^0+\alpha)=...$; $ctg(180^0+\alpha)=...$; $sin(360^0-\alpha)=...$;

$cos(360^0-\alpha)=...$; $tg(360^0-\alpha)=...$; $ctg(360^0-\alpha)=...$; $sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...$;

$cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...$; $tg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...$; $ctg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=...$.

5. Вычислите: а) $sin240^0$; б) $tg300^0$; в) $sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)tg\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$;

   г) $sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)cos\left(\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right)tg\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$; д) $tg\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)$.

ВАРИАНТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Вариант 1.

1. Вычислить с помощью формулы приведения:

а) $tg\ 405^{\circ}$;

b) $\sin\frac{7\pi}{4}$.

2. Найти значение выражения:

$\cos 630^{\circ} - \sin 1470^{\circ} - ctg\ 1125^{\circ}$.

3. Упростить выражение:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\beta\right)\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\beta\right)}{tg(\pi-\beta)}$$

Вариант 2.

1. Вычислить с помощью формулы приведения:

a) $\sin 240^{\circ}$;

b) $\cos\frac{15\pi}{4}$.

2. Найти значение выражения:

$\mathrm{tg}\, 1800^{\circ} - \sin 495^{\circ} + \cos 945^{\circ}$.

3. Упростить выражение:

$$\frac{\sin(\pi+\beta)-\cos(\pi+\beta)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\beta\right)}$$

Вариант 3.

1. Вычислить с помощью формулы приведения:

a) $tg\ 1215^{\circ}$;

$b)\ \sin\frac{11\pi}{3}$.

2. Найти значение выражения:

$3\cos 3660^{\circ} + \sin(-1560^{\circ}) + \cos(-450)^{\circ}$.

3. Упростить выражение:

$$\frac{\mathrm{ctg}(2\pi+\beta)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\beta\right)}\cdot\frac{\cos(\pi+\beta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}$$

Вариант 4.

1. Вычислить с помощью формулы приведения:

b) $cos\ 420^{\circ}$;

$b)\ \sin\frac{8\pi}{3}$.

2. Найти значение выражения:

$\cos 4455^{\circ} - \cos(-945^{\circ}) + tg\ 1035^{\circ} - ctg(-1500^{\circ})$.

3. Упростить выражение:

$$\frac{\mathrm{tg}(2\pi+\beta)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}\cdot\ \mathrm{ctg}(\pi+\beta)\sin(\pi-\beta)$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №18.

Тема: ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Закрепить навыки определения типов тригонометрических уравнений (простейшее, квадратное относительно $\sin x,\ \cos x,\ tgx$, однородное относительно $\sin x$ и $\cos x$, уравнение, решаемое разложением на множители левой части).

2. Усвоить алгоритмы решения основных типов тригонометрических уравнений.

ОБОРУДОВАНИЕ: карты индивидуальных заданий, таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов, таблицы частных случаев решения простейших тригонометрических уравнений, таблицы формул тригонометрии, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Дайте определения арксинуса, арккосинуса арктангенса и арккотангенса числа a.

б) Перечислите свойства обратных тригонометрических функций.

в) Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

г) Какой вид имеет квадратное относительно $\sin x,\ \cos x,\ tgx$ тригонометрическое уравнение? Объясните алгоритм его решения.

д) Какой вид имеет однородное относительно $\sin x$ и $\cos x$ тригонометрическое уравнение? Какова методика его решения?

е) Вспомните формулы, с помощью которых решают простейшие тригонометрические уравнения.

2. По образцу выполнить тренировочные задания.

3. Изучить условие задания для самостоятельной работы.

4. Оформить отчет о работе.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ:

ПРИМЕР 1. Вычислите: $2arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+arcctg1$.

РЕШЕНИЕ.

$$2arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+arccos\left(-\frac{1}{2}\right)+arcctg1=$$

$$=-2arcsin\frac{1}{2}+\left(\pi-arccos\frac{1}{2}\right)+arctg1=-2\cdot\frac{\pi}{6}+\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{4}=\frac{7\pi}{12}.$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.

Вычислите: а) $sin\left(arcsin\frac{1}{2}\right)$; б) $cos(arctg1)$;в $3arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}+arctg(-1)$;

г) $2arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+arctg\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

ПРИМЕР 2. Решите уравнение: $sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=-1$.

РЕШЕНИЕ.

По формуле частного случая:

$\frac{\pi}{4}-x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -x=-\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ -x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi n,\ x=\frac{3\pi}{4}-2\pi n,\ n\in Z$.

ПРИМЕР 3. Решите уравнение: $2cos3x=-\sqrt{2}$.

РЕШЕНИЕ.

Разделим левую и правую части уравнения на 2: $cos3x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

По формуле $t=\pm arccos a+2\pi n$ получаем:

$3x=\pm arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+2\pi n,\ 3x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+2\pi n,\ 3x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на 3: $x=\pm\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi n}{3},\ n\in Z$.

ПРИМЕР 4. Решите уравнение: $3tg\frac{5}{3}x-1=0$.

РЕШЕНИЕ.

Выразим $tg\frac{5}{3}x$: $3tg\frac{5}{3}x=1,\ tg\frac{5}{3}x=\frac{1}{3}$.

По формуле $t=arctga+\pi n$ получаем: $\frac{5}{3}x=arctg\frac{1}{3}+\pi n$.

Разделим левую и правую части уравнения на $\frac{5}{3}$: $x=\frac{3}{5}arctg\frac{1}{3}+\frac{3\pi n}{5},\ n\in Z$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.

Решите уравнения: а) $2sin3x=-1$; б) $-2cos\left(-\frac{x}{2}\right)=1$; в) $\sqrt{3}tg\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1=0$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Вариант 1

1. Вычислите: $arcsin\frac{1}{2}+arctg\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)+3arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=0$; б) $cos3x=\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=3$.

Вариант 2

1. Вычислите: $arcctg\left(-\sqrt{3}\right)-arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)+0{,}83arccos1$.

2. Решите уравнения: а) $sin\,2x=\frac{1}{2}$; б) $cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)=1$; в) $tg\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=-2$.

Вариант 3

1. Вычислите: $sin\left(arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=1$; б) $cos\,3x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; в) $tg\,2x=-\sqrt{3}$.

Вариант 4

1. Вычислите: $cos\left(arccos\frac{1}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\frac{x}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; в)

$tg\left(2x-\frac{\pi}{10}\right)=0$.

Вариант 5

1. Вычислите: $tg\left(arctg\sqrt{3}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2\,sin\,2x=-1$; б) $cos\frac{x}{4}=\frac{4}{5}$; в) $tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 6

1. Вычислите: $ctg\left(arctg\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\,x=\frac{3}{5}$; б) $cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=-1$; в)

$3tg\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)=-\sqrt{3}$.

Вариант 7

1. Вычислите: $sin\left(arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2\,sin\,x=-\sqrt{2}$; б) $cos(1-x)=\frac{1}{2}$; в) $tg\frac{x}{2}=-\sqrt{3}$.

Вариант 8

1. Вычислите: $tg\left(arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $2\,sin\frac{x}{2}=\sqrt{3}$; б) $cos\,4x=-0{,}25$; в) $tg\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=-1$

.

Вариант 9

1. Вычислите: $arccos\left(sin\frac{5\pi}{6}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(3-\frac{x}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $cos\left(5x-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}$; в) $tg\,2x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Вариант 10

1. Вычислите: $arctg\left(ctg\,\frac{3\pi}{4}\right)$.

2. Решите уравнения: а) $sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\sqrt{2}\,cos(4+x)=-1$; в) $tg\left(-\frac{x}{2}\right)=1$.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ:

ПРИМЕР 1. Решите уравнение: $2sin^2 x-5cos\,x+1=0$.

РЕШЕНИЕ. Применив основное тригонометрическое тождество: $sin^2 x=1-cos^2 x$, получим:

$$2\left(1-cos^2 x\right)-5cos\,x+1=0,$$
$$2-2cos^2 x-5cos\,x+1=0,$$
$$2cos^2 x+5cos\,x-3=0.$$

Это уравнение является квадратным относительно $cos\,x$. Обозначим $cos\,x=y$, тогда $2y^2+5y-3=0$. Полученное уравнение имеет решения

$$y_1=-3,\ \ y_2=\frac{1}{2}.$$

Составим два простейших уравнения:

$$cos\,x=-3 \qquad \text{и} \qquad cos\,x=\frac{1}{2}.$$

Первое уравнение решений не имеет, так как $-1\le cos\,x\le 1$. Второе уравнение имеет решение:

$$x=\pm arccos\frac{1}{2}+2\pi n,$$
$$x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n.$$

Ответ: $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in Z$

ПРИМЕР 2. Решите уравнение: $3sin^2 x-2sin\,2x+5sin^2\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=2$.

РЕШЕНИЕ.

Так как по формуле приведения $sin^2\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=cos^2 x$, а $sin\,2x=2sin\,x\,cos\,x$ по формуле двойного угла, то

$$3sin^2 x-4sin\,x\,cos\,x+5cos^2 x-2=0.$$

При помощи основного тригонометрического тождества заменим 2 на $2\left(sin^2 x+cos^2 x\right)$ и получим:

$$3sin^2 x-4sin\,x\,cos\,x+5cos^2 x-2\left(sin^2 x+cos^2 x\right)=0,$$

откуда

$$sin^2 x-4sin\,x\,cos\,x+3cos^2 x=0.$$

Это уравнение является однородным относительно $sin\,x$ и $cos\,x$. Разделив обе части полученного уравнения на $cos^2 x$, получим

$$tg^2 x - 4tgx + 3 = 0.$$

Это уравнение является квадратным относительно tgx. Обозначим $tgx = y$, тогда $y^2 - 4y + 3 = 0$. Полученное квадратное уравнение имеет корни $y_1 = 1,\ y_2 = 3$. Из уравнения $tgx = 1$ получаем

$$x_1 = arctg1 + \pi n,$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n.$$

Из уравнения $tgx = 3$ получаем

$$x_2 = arctg3 + \pi k.$$

Ответ: $\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z,\ arctg3 + \pi k,\ k \in Z$

ПРИМЕР 3. Решите уравнение: $cos\,2x = cos\,6x$.

РЕШЕНИЕ.
Запишем данное уравнение иначе:

$$cos\,2x - cos\,6x = 0.$$

По формуле разности косинусов $cos\,x - cos\,y = -2\,sin\frac{x+y}{2}\,sin\frac{x-y}{2}$ получаем:

$$2\,sin\,4x\,sin\,2x = 0.$$

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю. Поэтому если $sin\,4x = 0$, то $4x = \pi n,\ x_1 = \frac{\pi n}{4},\ n \in Z$; если $sin\,2x = 0$, то $2x = \pi k,\ x_2 = \frac{\pi k}{2}.\ k \in Z$.

Можно заметить, что вторая серия решений содержится в первой и иначе записать ответ.

Ответ: $x = \frac{\pi n}{4},\ n \in Z$.

ПРИМЕР 4. Решите уравнение: $sin\,3x = 2\,cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

РЕШЕНИЕ.
В правой части применим формулу приведения

$$sin\,3x = 2\,sin\,x,$$

$$sin\,3x - sin\,x - sin\,x = 0,$$

$$(sin\,3x - sin\,x) - sin\,x = 0.$$

Применим формулу разности синусов $sin\,x - sin\,y = 2\,sin\frac{x-y}{2}\,cos\frac{x+y}{2}$, тогда

$$2\,sin\,x\,cos\,2x - sin\,x = 0.$$

Вынесем за скобки общий множитель:

$$sin\,x(2\,cos\,2x - 1) = 0.$$

Если $sin\,x = 0$, то $x_1 = \pi n$; если $2cos\,2x - 1 = 0$, то $2cos\,2x = 1,\ cos\,2x = \frac{1}{2}$, значит,
$2x = \pm arccos\frac{1}{2} + 2\pi k,\ 2x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k,\ x_2 = \pm\frac{\pi}{6} + \pi k$.

Ответ: $\pi n,\ n \in Z;\ \pm\frac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in Z$.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ.

Решите уравнения: а) $cos\,2x - 2sin\,x - 3 = 0$; б) $6sin^2 x + sin\,x\,cos\,x - cos^2 x = 2$;
в) $cos\,3x = 2sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

Вариант 1

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $sin^2 x - 2sin\,x - 3 = 0$;
2. $7sin^2 x - 8sin\,x\,cos\,x = 15cos^2 x$;
3. $cos\,2x = cos\,x$;
4. $sin\,3x\,cos\,2x = sin\,5x$.

Вариант 2

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2sin^2 x - 5cos\,x + 1 = 0$;
2. $sin^2 x - 5sin\,x\,cos\,x + 6cos^2 x = 0$;
3. $7sin\,x - 3cos\,2x = 0$;
4. $4sin\,2x\,cos\,2x + 1 = 0$.

Вариант 3

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $tg^2 x + 2tgx - 3 = 0$;
2. $2sin^2 x - 5sin\,x\,cos\,x + 3cos^2 x = 0$;
3. $sin\,2x = 2sin^2 x$;
4. $cos\,x\,cos\,3x = cos\,5x\,cos\,7x$.

Вариант 4

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2cos^2 x - 3cos\,x - 2 = 0$;
2. $3cos^2 x = 4sin\,x\,cos\,x - sin^2 x$;
3. $sin^2 x + cos^2 x = sin\,2x$;
4. $cos\,x\,cos\,5x = 0{,}5cos\,4x$.

Вариант 5

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $5tg^2x - 13tgx - 6 = 0$;
2. $3\sin^2 x - 7\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 0$;
3. $\cos 2x + \cos x = 0$;
4. $\cos 4x\cos 2x = \cos 5x\cos x$.

<u>Вариант 6</u>

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2\sin^2 x = 3\cos x$;
2. $\sin^2 x + 1{,}5\cos^2 x = 2{,}5\sin x\cos x$;
3. $\sin 2x - 2\sqrt{3}\sin^2 x = 0$;
4. $\cos 3x - \cos x = 0$.

<u>Вариант 7</u>

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2\cos^2 x + 4\sin^2 x = 3$;
2. $\sin^2 x + 2\sin x\cos x - 3\cos^2 x = 0$;
3. $\cos 2x = \cos x$;
4. $\cos 2x\cos 3x = \sin 6x\sin x$.

<u>Вариант 8</u>

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $tg^2x - 4tgx + 3 = 0$;
2. $3\sin^2 x - 4\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$;
3. $\cos 2x = 2\sin^2 x$;
4. $\sin 6x\cos 2x = \sin 5x\cos 3x$.

<u>Вариант 9</u>

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $3\sin^2 x - \cos^2 x = 0$;
2. $\sin^2 x + \sin x\cos x - 2\cos^2 x = 0$;
3. $\sin 2x = \cos x$;
4. $\cos 3x\cos x = \sin 3x\sin x$.

<u>Вариант 10</u>

Выясните, к какому типу относятся данные тригонометрические уравнения, и решите их:

1. $2\sin^2 x + 3\sin x = 2$;
2. $2\sin^2 x - \sin x\cos x - \cos^2 x = 0$;
3. $\sin 2x = 2\cos^2 x$;
4. $\cos 4x + \cos x = 0$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 19.
Тема: ПРИЗМА, ЕЕ ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И ВИДЫ

Цель: Применение знаний при решении задач.

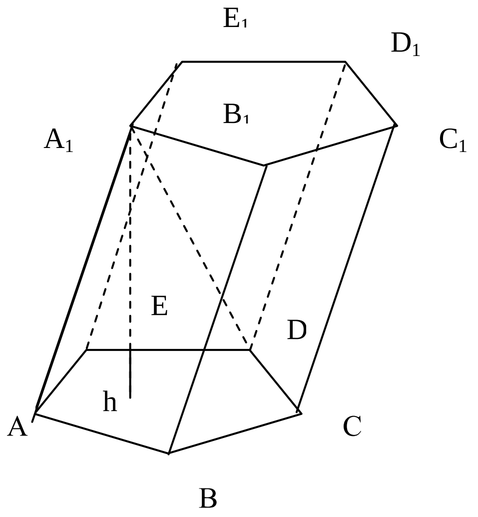
Методические рекомендации

При изображении пространственных фигур необходимо соблюдать следующие требования.

1. Изображение должно быть наглядным. Призму надо изображать так, чтобы наибольшее число её граней были видимыми, чтобы не сливались рёбра.

2. Изображение должно быть простым, т.е. не должно содержать каких-либо построений, не имеющих прямого отношения к решению задачи. Видимые линии должны иметь наибольшую толщину, невидимые – изображать штриховыми линиями.

3. Выполнение чертежа призмы удобно начинать с верхнего основания, т.к. в верхнем основании все линии видимые, боковые рёбра изображаются в виде параллельных и равных отрезков.



$ABCDEA_1B_1C_1D_1$ – наклонная призма.

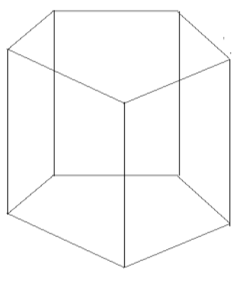
$ABCDE$ и $A_1B_1C_1D_1E_1$ - основания призмы

ABB_1A_1 … - боковые грани (параллелограммы)

AA_1, BB_1, … - боковые рёбра

h - высота призмы

A_1D – диагональ призмы



Если боковые рёбра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма является *прямой*. Высота прямой призмы равна её боковому ребру.

Прямая призма называется *правильной*, если её основания – правильные многоугольники. У такой призмы все боковые грани – равные прямоугольники.

1 вариант.

1) Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна *a*, а диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45º. Найти:

а) диагональ призмы;

б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания. в) площадь боковой и полной поверхности призмы.

2) Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна *m*, а острый угол равен 60º. Через катет, противолежащий этому углу, и противоположную этому катету вершину другого основания проведено сечение, составляющее 45º с плоскостью основания. Доказать, что $\Delta A_1СД$ прямоугольный. Вычислить площадь основания призмы, высоту призмы.

2 вариант.

1) Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна *a* и образует с плоскостью боковой грани угол в 30º. Найти:

а) сторону основания призмы, б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через диагональ основания параллельно диагонали призмы; в) площадь боковой и полной поверхности.

2) Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна *m*, а острый угол равен 60º. Через катет, противолежащий этому углу, и противоположную этому катету вершину другого основания проведено сечение, составляющее угол 45º с плоскостью основания. Доказать, что ΔA_1CB прямоугольный. Вычислить площадь основания призмы, высоту призмы.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 20.

Тема: ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД, ЕГО ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И ВИДЫ.

Цель работы:

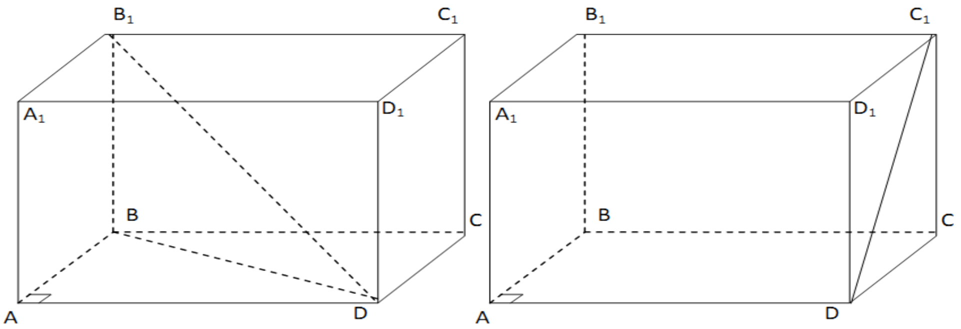
– формирование логического мышления, пространственного воображения через решение задач;

– развить умение составлять наглядные рисунки для задач;

– воспитывать самостоятельные навыки.

Ход работы:

1. Повторение теоретического материала. Назвать основные элементы.



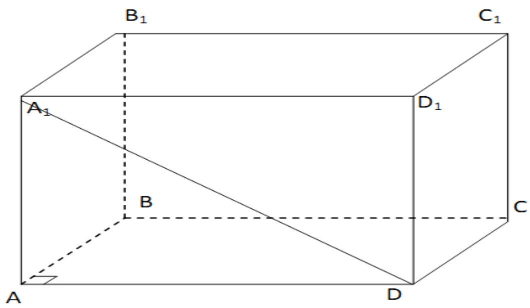
2. найти ошибки в записях.

Sполн. = S бок. + S осн

Sбок. = P осн.

S осн. = AB · Вд

3. Решить задачу.



Дано: Прямоугольный параллелепипед

АД = 5см; АВ = 3см

∠ А,ДА = 60°

Найти S полн.

Решение

1. S полн. = S бок. + 2 S осн
   S бок = P осн •H
2. Из△ АА, Д – прямоугольный (по условию), из соотношений сторон и углов в прямоугольном треугольнике

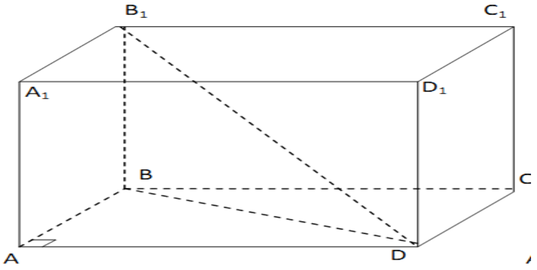
$tg\ 60° = \frac{AA_1}{AD}$; $AA_1 = АД \cdot tg\ 60° =$ (см)

3. P осн. = 2 (АВ+АД) = 2 (5+3) = 16 (см)

4. S бок = 16 $= 80\sqrt{3}$ (см^2)
5. 2 S осн = 2· 5 · 3 = 30 (см^2)
6. S полн = $(80\sqrt{3} + 30) =$ см^2

Ответ: $(80\sqrt{3} + 30) =$ см^2

ВАРИАНТЫ РАБОТ.



1. Подписать основные элементы параллелепипеда.

2.Записать формулы нахождения площади полной поверхности и объема параллелепипеда.

1 вариант.

9. Основание прямого параллелепипеда — параллелограмм со сторонами 8 и 32 см и острым углом $\alpha=60°$. Большая диагональ параллелепипеда равна 40 см. Вычислите объем параллелепипеда.

11. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 17 и 25 см, одна из диагоналей основания равна 26 см. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 30°. Вычислите объем параллелепипеда.

2 вариант

10. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 25 и 39 см, а площади его диагональных сечений равны 204 и 336 см^2. Найдите объем параллелепипеда.

12. Основанием прямого параллелепипеда является ромб, диагонали которого относятся, как 5:16. Диагонали параллелепипеда равны 26 и 40 см. Вычислите объем параллелепипеда.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 21.

ПИРАМИДА, ЕЕ ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И ВИДЫ.

Цель: Применение знаний при решении задач.

Методические указания

При изображении пространственных фигур необходимо соблюдать следующие требования.

1. Изображение должно быть наглядным. Пирамиду надо изображать так, чтобы наибольшее число её граней были видимыми, чтобы не сливались рёбра.

2. Изображение должно быть простым, т.е. не должно содержать каких-либо построений, не имеющих прямого отношения к решению задачи. Видимые линии должны иметь наибольшую толщину, невидимые – изображать штриховыми линиями.

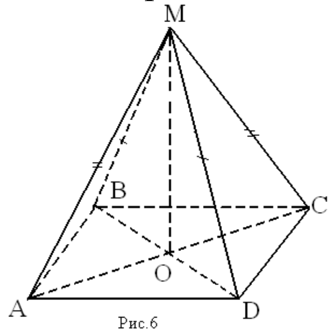


Рис.6

MABCD – четырёхугольная пирамида

M – вершина пирамиды,

ABCD - основание,

MAB, MBC, MCD, MAD – боковые грани

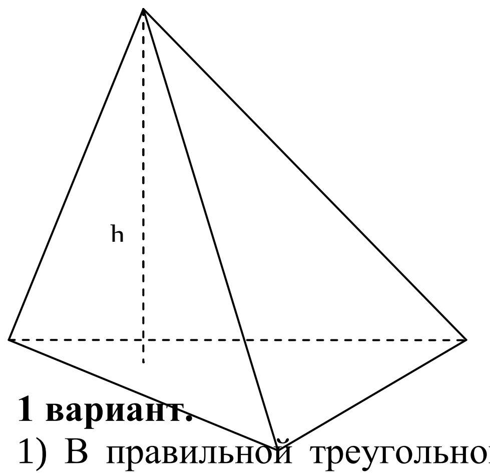
MA, MB, MC, MD - боковые рёбра

MO - высота

Пирамида называется *правильной*, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.

Все боковые рёбра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками.

Треугольная пирамида



1 вариант.

1) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна ***a***, высота ***h***. Найти плоский угол при вершине пирамиды, угол между боковой гранью и плоскостью основания.

2) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна ***m***, плоский угол при вершине равен ***α***. Найдите:

а) высоту пирамиды;

б) двугранный угол между боковой гранью и плоскостью основания.

2 вариант.

1) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна ***a***, плоский угол при вершине равен ***α***. Найти боковое ребро пирамиды.

2) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна ***a***, а высота равна ***h***. Найдите боковое ребро пирамиды, угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №22.
Тема: МНОГОГРАННИКИ

Цель: Применение знаний при решении задач.

Вариант 1

№ 1. Каждое ребро правильной треугольной призмы равно а. Найдите периметр сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную вершину верхнего основания.

№ 2. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб со стороной 4 см и углом 60º. Большая диагональ параллелепипеда образует с плоскостью основания угол 45º. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

№ 3. Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны 5 см, апофема – см. найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

№ 4. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 8 см, сторона её основания – 12 см. вычислите длину бокового ребра пирамиды.

Вариант 2

№ 1. Сторона основания правильной четырехугольной призмы равна а, её боковое ребро – 2а. Найти площадь диагонального сечения.

№ 2. В прямом параллелепипеде стороны основания 3 см и 4 см образуют угол 60º. Меньшая диагональ параллелепипеда образует с основанием угол 45º. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

№ 3. Площадь боковой поверхности правильной четырехугольной пирамиды см2. Найдите длину апофемы, если ребро основания пирамиды равно 3 см.

№ 4. Высота правильной треугольной пирамиды равна 6 см, сторона её основания – 12 см. Вычислите длину бокового ребра пирамиды.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 23.
Тема: ЦИЛИНДР, ЕГО ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ, СЕЧЕНИЯ И РАЗВЕРТКА.

Цели: закрепление понятий: цилиндр, площадь боковой, полной поверхности; способствовать развитию математического мышления, формировать умения анализировать, сравнивать, обобщать.

«Геометрия – это наука хорошо измерять» П. Рамус.

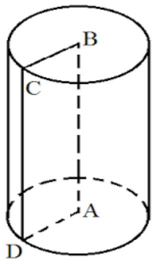
Оборудование: модели цилиндра, тесты, калькулятор, линейки, карандаши.

Методические указания.

Цили́ндр – геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, пересекающими её

Круги, лежащие в параллельных плоскостях, называются основаниями цилиндра, а отрезки, соединяющие соответствующие точки оснований, - образующими цилиндра.

Поверхность, состоящая из образующих, называется боковой поверхностью цилиндра.



Цилиндр прямой круговой может быть получен путем вращения прямоугольника вдоль стороны как оси.

Элементы цилиндра.

R= АД – радиус цилиндра; **D** – диаметр.

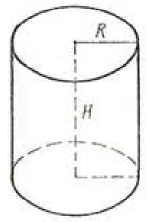
H = АВ – высота;

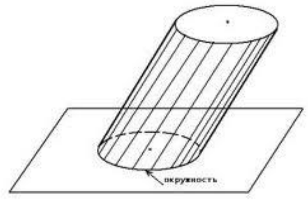
L =СД – образующая.

S = $\boldsymbol{\pi R^2}$- площадь круга. **D = 2R.**

С – длина окружности**.** **С =** $\boldsymbol{2\pi R}$

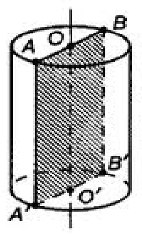
Виды цилиндров:

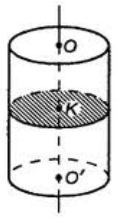




прямой наклонной

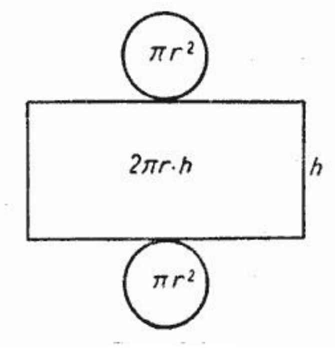
Сечения цилиндра:





осевое сечение перпендикулярной оси

Площадь боковой поверхности прямого цилиндра вычисляется по его развёртке. Развёртка цилиндра представляет собой прямоугольник с высотой h (H) и длиной равной длине окружности основания 2πR.



Следовательно, площадь боковой поверхности цилиндра равна площади его развёртки и вычисляется по формуле: $\mathbf{S_{б.п.} = 2\pi R \cdot H}$

Площадь полной поверхности находится как сумма боковой поверхности и двух площадей основания (круга), вычисляется по формуле:
$\mathbf{S_{п.п.} = 2\pi R \cdot H + 2\pi R^2}$

Использование цилиндров: в одежде, в быту, в технике: двигатель внутреннего сгорания, на железнодорожном транспорте, на автомобильном транспорте, в архитектуре и строительстве и т.д.

Задание: по данным вам моделям найти площадь боковой поверхности, полной поверхности цилиндра

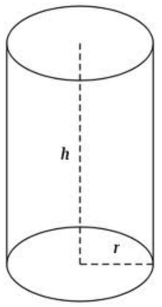
Ход работы:

1.а) Для нахождения площади боковой поверхности цилиндра нужно измерить линейкой следующие элементы: диаметр, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения площади боковой поверхности цилиндра.

б) Для нахождения площади полной поверхности цилиндра нужно найти площадь основания цилиндра (площадь круга $\pi \cdot R^2$). Подставить данные в формулу площади полной поверхности или найти как сумму площадей боковой поверхности и двух оснований.

Пример: Найти площадь боковой, полной поверхности .

Оформление работы:

	**Дано**: цилиндр, H=12см, R=3см **Найти:** $S_{б.п.}$ $S_{п.п.}$ **Решение:** $S_{б.п.} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 12 = 72\pi (см^2)$ $S_{п.п.} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H + 2 \cdot \pi \cdot R^2 = 72\pi + 2 \cdot \pi \cdot 3^2 = 72\pi + 18\pi =$ $= 90\pi \ (см^2)$

2.Выполняют тесты, состоящие из одного вопроса и двух задач.

Задания для самостоятельной работы:

1вариант

1.Выберите верное утверждение.

а) Длина образующей цилиндра называется радиусом цилиндра; б) Цилиндрическая поверхность называется боковой поверхностью цилиндра; с) Площадь боковой поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S_{бок} = \pi r^2 h$;

2.Задача. Сколько понадобится краски, чтобы покрасить бак цилиндрической формы с крышкой, имеющий диаметр основания 1,25 м и высоту 1,44 м, если на один квадратный метр расходуется 0,25 кг краски (найдите с точностью до 0,1 кг)?

3.Задача. 9.Цилиндрический паровой котёл с крышкой имеет диаметр 2 м и длину 10 м. Вычислить полную поверхность котла.

2 вариант.

1. Выберите верное утверждение.

а) Радиус цилиндра не может равняться высоте цилиндра;б) Площадь полной поверхности цилиндра вычисляется по формуле $S_{цил} = \pi r(h + r)$; с) Цилиндр может быть получен в результате вращения прямоугольника вокруг одной из его сторон.

2. Задача. Высота ведра, имеющего форму цилиндра, равна 28 см, диаметр дна 20 см. Вычислить, сколько квадратных дециметров оцинкованного железа пошло на изготовление ведра, если отходы составляют 20 % от всего заготовленного железа.

3. Задача. Развертка боковой поверхности цилиндра – квадрат со стороной 2. Найдите площадь полной поверхности цилиндра с точностью до 0,001.

3 вариант.

1.Выберите верное утверждение.

а) Цилиндр может быть получен в результате вращения треугольника вокругсвоей стороны;

б) Длина образующей цилиндра называется диаметром цилиндра;

с) Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению площади основания цилиндра на его высоту.

2.Задача. Сколько квадратных метров жести израсходовано на изготовление 1 млн. консервных банок диаметром 10 см и высотой 5 см (на швы и отходы добавить 10% материала).

3.Задача. Пизанская башня находиться в итальянском городе Пиза. Высота башни составляет 55м. Диаметр основания равен 15 м.Найти площадь боковой и полной поверхности.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 24
Тема:КОНУС, ЕГО ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ, СЕЧЕНИЯ, РАЗВЕРТКА.

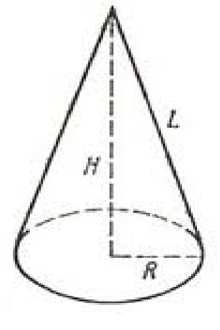
Цели:закрепление понятий: конус, площадь полной поверхности конуса, воспитание познавательной активности, показать применение конуса в различных областях, развитие логического мышления.

«Рано или поздно всякая правильная математическая идея находит применение в том или ином деле.» А.Н. Крылов.

Оборудование: модели конуса, линейки, карандаши, калькулятор.

Методические указания.

Конусом называется тело, которое состоит из круга – основание конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга – вершины конуса, и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания.



Отрезок, соединяющий вершину и границу основания, называется **образующей конуса (ℓ).**

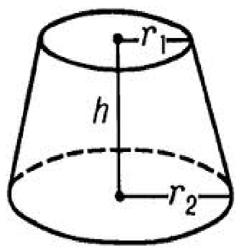
Отрезок, опущенный перпендикулярно из вершины на плоскость основания (а также длина такого отрезка), называется **высотой конуса (H).**

R – радиус основания.

Круговой конус — конус, основание которого является кругом.

Прямой круговой конус (часто его называют просто конусом) можно получить вращением прямоугольного треугольника вокруг прямой, содержащей катет (эта прямая представляет собой ось конуса)

Часть конуса, лежащая между основанием и плоскостью, параллельной основанию и находящейся между вершиной и основанием, называется **усечённым конусом**.

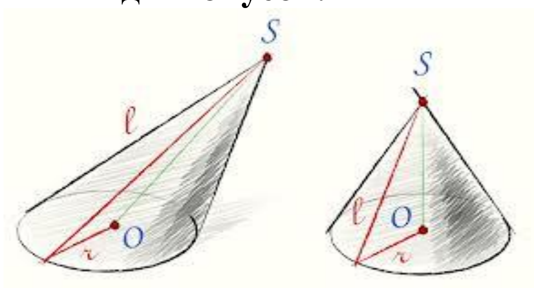


Площадь боковой поверхности усеченного конуса – $S_{бок} = \pi \ell (r_1 + r_2)$.

где r_1 – радиус верхнего основания ,

r_2 - радиус нижнего основания.

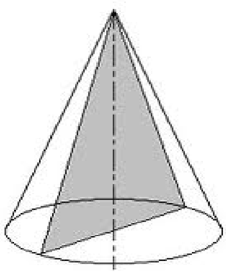
Виды конусов:



наклонный **прямой**

Боковая поверхность конуса можно вычислить по формуле: $\mathbf{S_{б.п.} = \pi R\ell}$, где R — радиус основания, ℓ — длина образующей.

Полная поверхность конуса равна сумме площадей боковой поверхности и площади основания: $\mathbf{S_{п.п.} = \pi R\ell + \pi R^2}$.

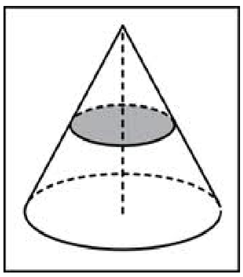


Сечения конуса:

Сечение конуса плоскостью, проходящей через его ось, называют **осевым сечением**.

(сечением является равнобедренный треугольник)

(сечением



Сечение плоскостью перпендикулярной оси конуса: является круг).

Применение конусов.

Знания о конусе широко применяются в быту, производстве и науке. мы. Например, мы используем ведра, имеющие форму усеченного конуса; крыши старинных замков похожи на конусы; для переливания жидкостей мы берем воронку, которая также имеет форму усеченного конуса. Во время спортивных соревнований, ограждения для движения в автошколах применяют спортивные фишки.

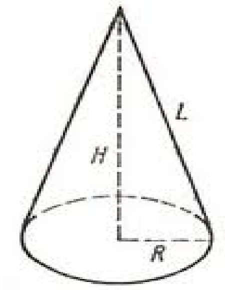
Задание: по данным вам моделям найти площадь боковой поверхности, полной поверхности.

Ход работы:

1.а) Для нахождения площади боковой поверхности конуса нужно измерить линейкой следующие элементы: диаметр, высоту. Подставить значения в формулу для нахождения площади боковой поверхности конуса. б) Для нахождения площади полной поверхности конуса нужно найти площадь основания конуса площадь круга $\pi \cdot R^2$). Подставить данные в формулу площади полной поверхности

Пример: Найти площадь боковой, полной поверхности.

Оформление работы:



Дано: конус, $H=10$см, $R=6$см, $\ell= 11,6$см

Найти: $S_{б.п.}$ $S_{п.п.}$

Решение: $S_{б.п.}=\pi R\ell= \pi\cdot6\cdot11,6 = 69,6\pi$ (см^2)

$S_{п.п.}=\pi R\ell + \pi R^2 = \pi\cdot6\cdot11,6 + \pi\cdot6^2 = 105,6\pi$ (см^2)

2. Выполняют тесты, состоящие из одного вопроса и двух задач

Задания для самостоятельной работы:

1 вариант

1. Выберите верное утверждение:

а) конус может быть получен в результате вращения равностороннего треугольника вокруг его стороны;

б) прямая, проходящая через вершину конуса и центр его основания, называется осью конуса;

в) разверткой боковой поверхности усеченного конуса является круг;

2.Задача. Высота конуса равна15 см, а образующая 16 см. Найдите радиус конуса.

3.Задача. Сколько квадратных метров брезента потребуется для сооружения палатки конической формы? Высотой 1,5м и радиусом 2 м?

2 вариант

1.Выберите неверное утверждение:

а) конус может быть получен в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов;

б) конус называется равносторонним, если его осевое сечение – правильный треугольник.

в) Площадь боковой поверхности конуса может быть вычислена по формуле $S_{бок.} = \pi r(r+\ell)$;

2.Задача. Образующая конуса, равна 8 см, наклонена к плоскости основания под углом 30^o. Найдите площадь осевого сечения конуса.

3.Задача. Коническая крыша башни имеет диаметр 6 м и высоту 2 м.

Сколько листов кровельного железа потребуется для этой крыши, если размер листа 0,7 м х 1,4 м, а на швы и обрезки тратиться 10% от площади крыши?

3 вариант

1.**Выберите верное утверждение**

а) сечение конуса, проходящее через ось, есть круг;

б) конус получен в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов;

в) осевым сечением усеченного конуса является прямоугольник.

2.Задача. Осевое сечение конуса – правильный треугольник, со стороной 2r . Найти площадь сечения проведенного через две образующие конуса, угол между которыми равен 60^0

3.Задача. Сколько потребуется краски, для того чтобы покрасить пожарное ведро, если на 100см² необходимо затратить 10г? Радиусом 20 см, а высотой 45 см.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 25.
Контрольная работа по теме «Тела и поверхности вращения».

Вариант 1.

№ 1. Цилиндр получен вращением прямоугольника со стороной 5 м и диагональю 13 м вокруг данной стороны. Найдите площадь основания цилиндра.

№ 2. Образующая конуса равна 6 м, а угол между нею и плоскостью основания равен 60º. Найдите площади основания конуса и осевого сечения.

№ 3.В шаре радиуса 26 см на расстоянии 10 см от центра проведена секущая плоскость. Найдите площадь сечения.

Вариант 2.

№ 1. Диагональ осевого сечения цилиндра равна 26 см, высота цилиндра равна 24 см. найдите площадь основания цилиндра.

№ 2. Радиус основания конуса 5 см, его высота 12 см. Найдите площадь осевого сечения и длину образующей конуса.

№ 3. В шаре на расстоянии 6 см от центра проведено сечение, площадь которого 64π $см^2$. Найдите радиус шара.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 26.
Тема: ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Вычисление производной функции по определению».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности учащихся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Что такое приращение аргумента и приращение функции?

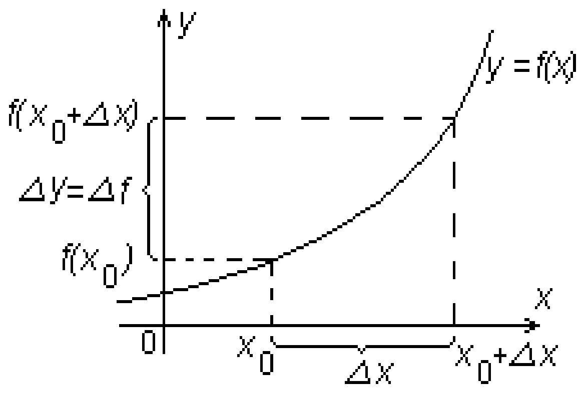
б) В чем состоит геометрический смысл приращений Δx и Δf ?

в) В чем состоит геометрический смысл отношения $\frac{\Delta x}{\Delta f}$?

г) Сформулируйте определение производной функции в точке.

2. С помощью обучающих таблиц повторить планы вычисления приращения функции, производной функции в точке по определению и изучить образцы решенных примеров.
3. Выполнить задания для самоконтроля (в таблице).
4. Изучить условие заданий для практической работы.
5. Оформить отчет о работе.

ОБУЧАЮЩИЕ ТАБЛИЦЫ



1. Приращение аргумента и приращение функции.

На рисунке $\Delta x = (x_0 + \Delta x) - x_0$ - приращение аргумента в точке x_0, $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ - приращение функции в точке x_0.

Задание. Вычислите приращение функции $f(x)$ в произвольной точке, если:

а) $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$; б) $f(x) = sin\,2x$.

№ шага	План вычисления приращения функции	Применение плана	
		а) $f(x)=2x^2+3x-5$	б) $f(x)=sin\,2x$
1	Фиксируем произвольное значение аргумента x_0 и находим значение функции $f(x_0)$	$x=x_0$, $f(x_0)=2x_0^2+3x_0-5$	$x=x_0$, $f(x_0)=sin\,2x_0$
2	Задаем приращение Δx и находим значение функции $f(x_0+\Delta x)$	$x=x_0+\Delta x$, $f(x_0+\Delta x)=2(x_0+\Delta x)^2+$ $+3(x_0+\Delta x)-5=2x_0^2+4x_0\Delta x+$ $+2(\Delta x)^2+3x_0+3\Delta x-5$.	$x=x_0+\Delta x$, $f(x_0+\Delta x)=sin\,2(x_0+\Delta x)$
3	Находим приращение функции: $\Delta f=f(x_0+\Delta x)-$ $-f(x_0)$	$\Delta f=2x_0^2+4x_0\Delta x+2(\Delta x)^2+3x_0+$ $+3\Delta x-5-2x_0^2-3x_0+5=4x_0\Delta x+$ $+2(\Delta x)^2+3\Delta x=\Delta x(4x_0+2\Delta x+3)$	$\Delta f=sin\,2(x_0+\Delta x)-sin\,2x_0=$ $=2cos(2x_0+\Delta x)sin\,\Delta x$

Примеры 1. Вычислите приращение функции $f(x)$ в произвольной точке x_0, если:

1) $f(x)=3x-8$; 2) $f(x)=2-x^2$; 3) $f(x)=x^3+3$; 4) $f(x)=\sqrt{5x}$; 5) $f(x)=\frac{6}{x}$; 6) $f(x)=7^x$; 7) $f(x)=sin\frac{x}{2}$; 8) $f(x)=1-cos\,x$; 9) $f(x)=tg3x$.

2. Производная функции.

Определение. Производной функции $y=f(x)$ в заданной точке x называется предел отношения приращения функции Δy в этой точке к приращению аргумента Δx, когда Δx стремится к нулю, т.е.

$$f'(x)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}.$$

Задание. Вычислите производную функции $f(x)$ в точке $x_0=2$, если:

а) $f(x)=3x^2-5x+1$; б) $f(x)=\sqrt{7x-5}$.

№ шага	План вычисления производной функции	Применение плана	
		а) $f(x)=3x^2-5x+1$	б) $f(x)=\sqrt{7x-5}$
1	Фиксируем точку x и даем аргументу приращение Δx	$x,\ x+\Delta x$	$x,\ x+\Delta x$
2	Вычисляем приращение функции $\Delta f=f(x+\Delta x)-f(x)$	$\Delta f=\left(3(x+\Delta x)^2-5(x+\right.$ $\left.+\Delta x)+1\right)-\left(3x^2-5x+\right.$ $\left.+1\right)=6x\Delta x+3(\Delta x)^2-$ $-5\Delta x$	$\Delta f=\sqrt{7(x+\Delta x)-5}-\sqrt{7x-5}=$ $=\sqrt{7x+7\Delta x-5}-\sqrt{7x-5}$
3	Находим отношение приращения функции к приращению аргумента: $\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$	$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{\Delta x(6x+3\Delta x-5)}{\Delta x}=$ $=6x+3\Delta x-5$	$\frac{\Delta f}{\Delta x}=\frac{\sqrt{7x+7\Delta x-5}-\sqrt{7x-5}}{\Delta x}$
4	Вычисляем производную $f'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f}{\Delta x}$	$f'(x)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}(6x+3\Delta x$ $-5)=6x-5$	$f'(x)=$ $=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{\sqrt{7x+7\Delta x-5}-\sqrt{7x-5}}{\Delta x}=$ $=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{7x+7\Delta x-5-7x+5}{\Delta x\left(\sqrt{7x+7\Delta x-5}+\sqrt{7x-5}\right)}=$ $=\frac{7}{2\sqrt{7x-5}}$
5	Вычисляем $f'(x_0)$	$f'(2)=6\cdot 2-5=7$	$f'(2)=\frac{7}{2\sqrt{7\cdot 2-5}}=\frac{7}{6}$

Примеры2. Вычислите производные следующих функций:

1) $f(x)=2x+3$ в точке $x=3$; 2) $f(x)=3x^2-2$ в точке $x=0$; 3) $f(x)=5x-x^2$ в точке $x=1$; 4) $f(x)=\frac{1}{x+3}$ в точке $x=-1$; 5) $f(x)=\sin 2x$ в точке $x=\frac{\pi}{4}$; 6) $f(x)=\cos x$ в точке $x=-\frac{\pi}{3}$;

7) $f(x)=\sqrt{3x+1}$ в точке $x=1$; 8) $f(x)=\sqrt{3}x+5$ в точке $x=5$.

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

Вариант 1.

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x)=2x-3,\ x_0=-2,\ \Delta x=0{,}1$.

2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0, если $f(x)=4x-x^2$, $x_0=2{,}5,\ x=2{,}6$.

3. Найдите производную функции f в точке x_0 по определению, если $f(x)=3x^2$ при $x_0 = 1$.

4. Найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $x(t)$, в момент времени t_0, если $x(t)=t^2-2t,\ t_0=3$.

Вариант 2.

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x)=3x-2,\ x_0=1,\ \Delta x=0{,}1$.

2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0, если $f(x)=x^2-4x,\ x_0=3,\ x=3{,}1$.

3. Найдите производную функции f в точке x_0 по определению, если $f(x)=3x^3$ при $x_0 = 1$.

4. Найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $x(t)$, в момент времени t_0, если $x(t)=t^2+2,\ t_0=2{,}5$.

Вариант 3.

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x)=4x+1,\ x_0=2,\ \Delta x=0{,}1$.

2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0, если $f(x)=x-2x^2$, $x_0=2{,}9,\ x=3$.

3. Найдите производную функции f в точке x_0 по определению, если $f(x)=x^2-1$ при $x_0 = 1$.

4. Найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $x(t)$, в момент времени t_0, если $x(t)=t^3+2t^2$, $t_0=1$.

Вариант 4.

1. Найдите приращение функции f в точке x_0, если $f(x)=4x-3,\ x_0=-1,\ \Delta x=0{,}1$.

2. Найдите приращения Δx и Δf в точке x_0, если $f(x)=2x^2-x,\ x_0=1{,}2,\ x=1{,}4$.

3. Найдите производную функции f в точке x_0 по определению, если $f(x)=1+x^3$ при $x_0 = 1$.

4. Найдите мгновенную скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $x(t)$, в момент времени t_0, если $x(t)=t+t^3$, $t_0=2$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №27
Тема: ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Корректировать знания, умения и навыки в теме: «Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Решение прикладных экстремальных задач».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности учащихся.

ОБОРУДОВАНИЕ: инструкционно-технологические карты, таблицы производных элементарных функций, микрокалькуляторы.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ:

1. Ответить на контрольные вопросы:

а) Какую точку называют критической точкой функции?

б) Сформулируйте признак возрастания (убывания) функции.

в) Сформулируйте признак максимума (минимума) функции.

г) Опишите схему исследования функции.

2. С помощью обучающих таблиц повторить планы нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, решения прикладных экстремальных задач и изучить образцы решенных примеров.
3. Выполнить задания для самоконтроля (в таблице).
4. Изучить условие заданий для практической работы.
5. Оформить отчет о работе.

ОБУЧАЮЩИЕ ТАБЛИЦЫ

1. Наименьшее и наибольшее значения функции.

Задание. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $y = x^4 - 2x^2 - 3$ на промежутке $[0;2]$.

№ шага	План нахождения y_{min} и y_{max} на $[a;b]$	Применение плана
1	Находим производную функции	$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$
2	Находим критические точки функции	$y' = 0$, $4x(x^2 - 1) = 0$, $x = 0$ или $x^2 - 1 = 0$, $x = -1; 0; 1$ - критические точки функции
3	Выбираем критические точки, лежащие внутри $[a;b]$	$0; 1 \in [0;2]$
4	Находим значения функции в критических точках (внутри данного отрезка) и на концах отрезка	$y(0) = -3$ $y(1) = 1 - 2 - 3 = -4$ $y(2) = 16 - 8 - 3 = 5$
5	Из найденных значений функции выбираем наименьшее и наибольшее	$y_{min} = y(1) = -4$, $y_{max} = y(2) = 5$

Примеры. Применяя указанный выше план, найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x)$ на промежутке $[a;b]$, если:

1) $f(x)=2x^2-4x+3$, $[0;4]$; 2) $f(x)=3x^2-x^3$, $[-1;3]$;

3) $f(x)=3x^3-9x^2+2$, $[-1;1]$; 4) $f(x)=\frac{4}{3}x^3-4x$, $[0;2]$;

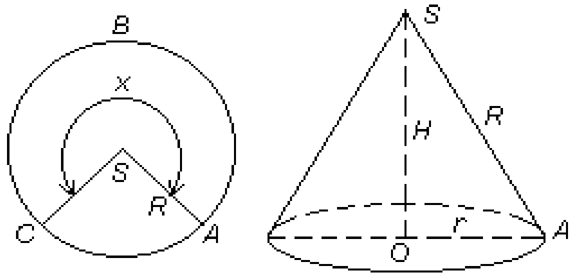
5) $f(x)=x^3-3x^2+3x+2$, $[-2;2]$;

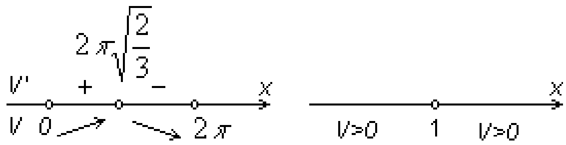
6) $f(x)=tgx+ctg\,2x$, $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$; 7) $f(x)=x+cos^2 x$, $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$; 8) $f(x)=2x^2-ln\,x$, $[1;e]$;

9) $f(x)=\frac{4}{\sqrt{x^2+16}}$, $[-3;3]$.

2. Геометрические задачи на нахождение оптимальных значений величин.

Задание. Из кружка жести радиуса $\boldsymbol{R}$ вырезается сектор и из оставшейся части круга делается коническая воронка. При какой величине угла вырезаемого сектора объём воронки будет наибольшим?

№ шага	План решения	Применение плана
1	Строим рабочий чертеж	
2	Записываем исходную формулу для вычисления величины, экстремальное значение которой требуется найти	$V_к=\frac{1}{3}\pi r^2 H$
3	Вводим переменную величину x и выражаем через неё значения всех величин исходной формулы	Пусть x – величина центрального угла оставшегося сектора, тогда $\lvert\cup ABC\rvert=Rx$ и $\lvert\cup ABC\rvert=2\pi r$, значит $2\pi r=Rx$ и $r=\frac{Rx}{2\pi}$. Высота воронки $H=\sqrt{R^2-r^2}=\frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2-x^2}$
4	Подставляя найденные значения величин в формулу, представляем её как функцию аргумента x	$V=\frac{1}{3}\pi\cdot\frac{R^2x^2}{4\pi^2}\cdot\frac{R}{2\pi}\cdot\sqrt{4\pi^2-x^2}$, $V=\frac{R^3}{24\pi^2}\sqrt{4\pi^2x^2-x^6}$

5	Задаем (по смыслу задачи) область определения функции	$0 < x < 2\pi$, $D(V) = (0; 2\pi)$
6	Функцию аргумента x исследуем на экстремум на найденном числовом промежутке	$V'(x) = \dfrac{R^3 x^3 (8\pi^2 - 3x^2)}{24\pi^2 \sqrt{4\pi^2 x^4 - x^6}}$, $V'(x) = 0$, $8\pi^2 - 3x^2 = 0$, $x = 2\pi\sqrt{\dfrac{2}{3}}$, $V_{max} = V(2\pi\sqrt{\dfrac{2}{3}})$ 
7	Записываем ответ	Величина вырезаемого угла равна $2\pi - 2\pi\sqrt{\dfrac{2}{3}} \approx 66^0$

ВАРИАНТЫ ПРАКТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.

Вариант 1.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 3x$ на отрезке $[-0{,}5; 0{,}5]$.

2. Из квадратного листа жести со стороной 12 м надо изготовить бак с квадратным основанием без крышки наибольшего объема. Найдите размеры бака и его объем.

Вариант 2.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[-1; 1]$.

2. Какой из прямоугольников с периметром *2p* имеет наибольшую площадь?

Вариант 3.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$ на отрезке $[-0{,}5; 0{,}7]$.

2. Разность двух чисел равна 8. Каковы должны быть эти числа. Чтобы произведение куба первого числа на второе было наименьшим?

Вариант 4.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ на отрезке $[0; 3]$.

2. Для стоянки машин выделили площадку прямоугольной формы, примыкающую одной стороной к стене здания. Площадку обнесли с трех сторон металлической сеткой длиной 200 м. И площадь ее при этом оказалась наибольшей. Каковы размеры площадки?

Вариант 5.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 3$ на отрезке $[-2; 0]$.

2. Из куска картона 32 см$\times$20 см требуется изготовить открытую сверху коробку наибольшей вместимости, вырезая по углам квадраты и затем, загибая выступы для образования боковых сторон коробки. Найдите объем коробки.

Вариант 6.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^3-3x$ на отрезке $[-1{,}5;2]$.

2. Требуется сделать коробку, объем которой должен равняться 108 см^3. Коробка открыта сверху и имеет квадратное дно. Каковы должны быть ее размеры, чтобы на ее изготовление пошло наименьшее количество материала?

Вариант 7.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-8x^2-9$ на отрезке $[-3;5]$.

2. На странице книги печатный текст должен занимать (вместе с промежутками между строк)
160 см^2. Ширина полей на странице слева и справа должна быть равна 2 см, а сверху и снизу – 5 см. Если принимать во внимание только экономию бумаги, то каковы должны быть наиболее выгодные размеры страницы?

Вариант 8.

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=-x^4+2x^2+3$ на отрезке $[0;4]$.

2. Материальная точка совершает прямолинейное движение по закону $s(t)=5t+2t^2-\frac{2}{3}t^3$, где t – время в секундах, s – путь в метрах. В какой момент времени t скорость движения точки будет наибольшей и какова величина этой наибольшей скорости?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 28. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ: "ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ".

1 вариант

№ 1. Найти производную функции:

1. $y=(3x^2-x)(4-x^3)$,
2. $y=\frac{5-2x^3}{6x^2}$,
3. $y=\ln(Sinx+4)$.

2 вариант

№ 1. Найти производную функции:

1. $y=(5x^2-x)(2-x^2)$,
2. $y=\frac{6x^2}{5+2x^3}$,
3. $y=Sin(Cosx-3)$.

№ 2. Тело движется прямолинейно по закону $S = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 - 1$.

Найти скорость и ускорение тела

через **2** секунды. через **3** секунды.

№ 3. Составить уравнение касательной к графику функции $\mathbf{y = x^3 - 5x}$

в точке $x_0 = -2$. в точке $x_0 = -3$.

№ 4. Исследовать функцию и построить график:

$\mathbf{y = 3x^2 - 2x^3}$. $\mathbf{y = 2x^3 - 3x^2}$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 29.
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ "ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ".

I вариант **II вариант**

№ 1. Вычислить интегралы:

а) $\int_1^2 (4x^3 - 6x^2 + 1)dx =$ а) $\int_2^3 (3x^2 - 4x - 1)dx =$

б) $\int_0^1 (2x^3 - 1)^4 x^2 dx =$ б) $\int_0^1 (x^2 + 1)^3 x dx =$

в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{Sinx} Cosxdx =$ в) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} e^{Cosx} Sinxdx =$

№ 2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = 4 - x^2,\ y = 0;$ а) $y = x^2 + 1,\ y = 0,\ x = 0,\ x = 2;$

б) $y = x^2 - 6x + 9,\ \ y = x - 3.$ б) $y = x^2 - 8x + 16,\ \ y = 6 - x.$

№ 3. Скорость движения точки $V = 24t - 6t^2$ м/с.

Найдите путь, пройденный точкой за 3-ю секунду от начала движения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 30
Показательные уравнения и неравенства.

Цель работы: Применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации.

Опр.

Показательными уравнениями называются уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

1) Простейшие уравнения, т.е. такие, левую и правую части которых можно привести к одному основанию решаются так:

Пример

$5^x = 625 \quad \Rightarrow 5^x = 5^4 \Rightarrow x = 4. \qquad Ответ: x = 4$

2) Уравнения вида $2^x + 2^{x-1} - 2^{x-3} = 4$ решаются вынесением за скобки степени с наименьшим показателем.

3) Уравнения, вида $7^{2x} - 48 \cdot 7^x = 49$ решаются с помощью подстановки $a^x = y$, сводится к квадратному.

Пример

Решить уравнение: $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$

Решение:

$5^x = y$,

$5y^2 - 26y + 5 = 0$,

D = 169 – 25 = 144,

$y_1 = 5$ $y_2 = 1/5$

$5^x = 5$

$x - 1$,

$5^x = 1/5$

$x = -1$

Ответ: $x = 1$ и $x = -1$

4) При решения уравнения вида $a^x = b^x$ обе части уравнения необходимо разделить на b^x, т.к. $b^x \neq 0$

$$\frac{a^x}{b^x} = 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 0.$$

Решение показательных неравенств сводится к решению простейших неравенств вида $a^x \succ a^b$

или $a^x \prec a^в$

Если $a > 1$ и $a^x \succ a^b$, то $x > b$

Если $0 < a < 1$ и $a^x \succ a^b$, то $x < b$

Пример Решить неравенство: $\left(\sqrt{5}\right)^{4-x} \geq \frac{1}{125}$

Решение:

$5^{(4-x)/2} \geq 5^{-3}$, $a = 5$, сравним показатели $(4 - x)/2 \geq -3$, $4 - x \geq -6$, $-x \geq -10$, $x \leq 10$

Ответ:x≤ 10

1 вариант

1. Решить уравнение:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x}=25$; б) $3^{x-1}-3^{x}+3^{x+1}=63$; в) $0{,}2^{\,x^{2}+4x-5}=1$

г) $4^{x}+2^{x}-20=0$; д) $\left(\sqrt{10}\right)^{x}=10^{x^{2}-x}$

2. Решить неравенство:

а) $7^{x-2}>49$; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x}>1\frac{1}{3}$; в) $9^{x}-3^{x}-6>0$; г) $\left(\sqrt{5}\right)^{x-6}<\frac{1}{5}$; д) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^{2}-1}\ge 1$.

---

2 вариант

1. Решить уравнение:

а) $0{,}1^{\,2x-3}=10$; б) $2^{x+3}-2^{x+1}+\ =12$; в) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^{2}-2x+3}=1$

г) $9^{x}+3^{x}-6=0$; д) $100^{\,x^{2}-1}=10^{\,1-5x}$

2. Решить неравенство:

а) $3^{x-2}>9$; б) $\left(1\frac{1}{5}\right)^{x}>\frac{5}{6}$; в) $4^{x}-2^{x}<12$; г) $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{x+6}>\frac{1}{9}$; д) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^{2}-4}\le 1$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 31.
Тема: Логарифмические уравнения и неравенства.

Цель работы: применение знаний при решении задач.

Методические рекомендации.

Опр.

Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма, называются логарифмическими.

Такие уравнения решаются с помощью определения логарифма, теорем о логарифмах и утверждения, что если положительные числа равны, то и равны их логарифмы при данном основании и обратно, если логарифмы чисел равны, то равны и соответствующие им числа. Во всех случаях полученные решения необходимо проверить подстановкой их в данное уравнение и исключить посторонний корень. Часто используется формула перехода от одного основания к другому $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$

Пример Решить уравнение $\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=3$

Решение

$\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=3 \qquad 3=\log_2 8$

$\log_2(x+1)+\log_2(x+3)=\log_2 8$

$(x+1)\cdot(x+3)=8$

$x^2+4x+3=8$

$x^2+4x-5=0$

$x_1=1, \quad x_2=-5$

Проверка

$x=1 \qquad \log_2(1+1)+\log_2(1+3)=\log_2 2+\log_2 4=1+2=3$ - левая часть

3=3 $\Rightarrow x=1$ – корень уравнения

$x=-5 \qquad \log_2(-5+1)+\log_2(-5+3)=\log_2(-4)+\log_2(-2)$ - левая часть не имеет смысла $\Rightarrow$

x = -5 не является корнем

Ответ: $x=1$

При решении простейших логарифмических неравенств типа $\log_a x \succ \log_a b$ необходимо использовать следующее правило:

Если $a>1$, то знак неравенства не меняется , т.е. $x>b$

Если $0<a<1$, то знак неравенства меняется на противоположный, т.е. $x<b$.

При решении логарифмических неравенств необходимо проверить, входит ли полученное решение в область определения неравенства.

Пример Решить неравенство $\lg(x+1)\le 2$

Решение

$\lg(x+1)\le 2 \qquad 2=\lg 100$

$\lg(x+1)\le \lg 100$

$a=10, \quad a\succ 1 \quad \Rightarrow \quad x+1\le 100$

$x\le 99$

Область определения: $x+1>0$

$x>-1$

Общее решение: $\begin{cases} x\le 99, \\ x\succ -1 \end{cases} \Rightarrow -1\prec x\le 99$ *Ответ:* $-1\prec x\le 99$

1 вариант

1. Решить уравнение:

а) $\log_5(2x-1)=2$ **;** *б)* $\lg(x-1)+\lg x=0$; *в)* $\log_5\dfrac{1-2x}{x+3}=1$; *г)* $\log_8 x+\log_{\sqrt{2}} x=14$

2. Решить неравенство:

а) $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3)>\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$; б) $\log_{\frac{1}{3}}(x-5)>1$ в) $\log_{\frac{1}{6}}(10-x)+\log_{\frac{1}{6}}(x-3)\ge -1$;

г) $\log_8(x^2-4x+3)<1$

---

2 вариант

1. Решить уравнение:

а) $\log_4(2x+3)=3$; *б)* $\log_2(x-2)+\log_2(x-3)=1$; *в)* $\log_4\dfrac{4+2x}{x-5}=2$;

г) $\log_{\sqrt{3}} x+\log_9 x=10$

2. Решить неравенство:

а) $\lg(3x-4)<\lg(2x+1)$**;** *б)* $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)>2$; *в)* $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)+\log_{\frac{1}{2}}(9-x)\geq -3$

г) $\log_6(x^2-3x+2)\geq 1$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 32.
Контрольная работа по теме «Уравнения и неравенства»

Методические указания

Опр.

Показательными уравнениями называются уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

1) Простейшие уравнения, т.е. такие, левую и правую части которых можно привести к одному основанию решаются так:

$5^x=625 \Rightarrow 5^x=5^4 \Rightarrow x=4.$ *Ответ*: $x=4$

2) Уравнения вида $2^x+2^{x-1}-2^{x-3}=4$ решаются вынесением за скобки степени с наименьшим показателем.

3) Уравнения, вида $7^{2x}-48\cdot 7^x=49$ решаются с помощью подстановки $a^x=y$, сводится к квадратному.

Пример Решить уравнение: $5^{2x+1}-26\cdot 5^x+5=0$

Решение:

$5^x=y$,

$5y^2-26y+5=0$,

$D=676-4\cdot 25=576$,

$y_1=5$, $y_2=\dfrac{1}{5}$

$5^x=5$

$x=1$,

$5^x=\dfrac{1}{5}$

$x=-1$

Ответ: $x=1$ и $x=-1$

4) При решения уравнения вида $a^x=b^x$ обе части уравнения необходимо разделить на b^x, т.к. $b^x\neq 0$

$$\frac{a^x}{b^x}=1 \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^x=1 \Rightarrow x=0.$$

Решение показательных неравенств сводится к решению простейших неравенств вида $a^{x} \succ a^{b}$

или $a^{x} \prec a^{в}$

Если $a > 1$ и $a^{x} \succ a^{b}$, то $x > b$

Если $0 < a < 1$ и $a^{x} \succ a^{b}$, то $x < b$

Пример Решить неравенство: $\left(\sqrt{5}\right)^{4-x} \geq \frac{1}{125}$

Решение:

$5^{(4-x)/2} \geq 5^{-3}$, $a = 5$, сравним показатели $(4 - x)/2 \geq -3$, $4 - x \geq -6$, $-x \geq -10$, $x \leq 10$

Ответ: $x \leq 10$

Опр.

Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма, называются логарифмическими.

Такие уравнения решаются с помощью определения логарифма, теорем о логарифмах и утверждения, что если положительные числа равны, то и равны их логарифмы при данном основании и обратно, если логарифмы чисел равны, то равны и соответствующие им числа. Во всех случаях полученные решения необходимо проверить подстановкой их в данное уравнение и исключить посторонний корень. Часто используется формула перехода от одного основания к другому $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Пример Решить уравнение $\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3$

Решение

$\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3 \qquad 3 = \log_2 8$

$\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = \log_2 8$

$(x+1)\cdot(x+3) = 8$

$x^2 + 4x + 3 = 8$

$x^2 + 4x - 5 = 0$

$x_1 = 1, \quad x_2 = -5$

Проверка

$x = 1 \qquad \log_2(1+1) + \log_2(1+3) = \log_2 2 + \log_2 4 = 1 + 2 = 3$ - левая часть

$3 = 3 \quad \Rightarrow x = 1$ – корень уравнения

$x = -5 \qquad \log_2(-5+1) + \log_2(-5+3) = \log_2(-4) + \log_2(-2)$ - левая часть не имеет смысла $\Rightarrow$

$x = -5$ не является корнем

Ответ: $x = 1$

При решении простейших логарифмических неравенств типа $\log_a x \succ \log_a b$ необходимо использовать следующее правило:

Если $a > 1$, то знак неравенства не меняется , т.е. $x > b$

Если $0 < a < 1$, то знак неравенства меняется на противоположный, т.е. $x < b$.

При решении логарифмических неравенств необходимо проверить, входит ли полученное решение в область определения неравенства.

Пример Решить неравенство $\lg(x+1) \le 2$

Решение

$\lg(x+1) \le 2 \qquad 2 = \lg 100$

$\lg(x+1) \le \lg 100$

$a = 10, \quad a \succ 1 \quad \Rightarrow \quad x+1 \le 100$

$x \le 99$

Область определения: $x + 1 > 0$

$x > -1$

Общее решение: $\begin{cases} x \le 99, \\ x \succ -1 \end{cases} \Rightarrow -1 \prec x \le 99$ *Ответ:* $-1 \prec x \le 99$

1 вариант.

Тема: Решение показательных уравнений и неравенств.

2. Решить уравнение:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$; б) $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63$; в) $0{,}2^{\,x^2+4x-5} = 1$

г) $4^x + 2^x - 20 = 0$; д) $\left(\sqrt{10}\right)^x = 10^{x^2-x}$

2. Решить неравенство:

а) $7^{x-2} > 49$; б) $\left(\frac{3}{4}\right)^x > 1\frac{1}{3}$; в) $9^x - 3^x - 6 > 0$; г) $\left(\sqrt{5}\right)^{x-6} < \frac{1}{5}$; д) $\left(\frac{2}{13}\right)^{x^2-1} \ge 1.$

---

2 вариант

Тема: Решение показательных уравнений и неравенств.

Цель: Применение знаний при решении задач.

1. Решить уравнение:

а) $0{,}1^{\,2x-3} = 10$; б) $2^{x+3} - 2^{x+1} + \ = 12$; в) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-x^2-2x+3} = 1$

г) $9^x + 3^x - 6 = 0$; д) $100^{\,x^2-1} = 10^{\,1-5x}$

2. Решить неравенство:

а) $3^{x-2} > 9$; б) $\left(1\frac{1}{5}\right)^x > \frac{5}{6}$; в) $4^x - 2^x < 12$; г) $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{x+6} > \frac{1}{9}$;

д) $\left(1\frac{2}{7}\right)^{x^2-4} \le 1.$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №33
Контрольная работа по теме «Объем и площадь поверхности».

Вариант 1

В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро образует с плоскостью основания угол 45^0. Сторона основания пирамиды равна 6 см. Найдите объем пирамиды.

Найдите объем и площадь поверхности тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 6 см и гипотенузой 10 см вокруг большего катета.

Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда, в основании которого прямоугольник со сторонами 9 см и 6 см, равна 408 $см^2$. Найдите объем параллелепипеда.

Три одинаковых металлических куба с ребрами по 4 см сплавлены в один куб. Определите полную поверхность этого куба и его массу, если плотность металла равна 8,4 $г/см^3$.

Сколько шариков диаметром 2 см можно отлить из металлического куба с ребром 4 см?

Вариант 2

В правильной четырехугольной пирамиде боковое ребро образует с плоскостью основания угол 60^0. Высота пирамиды равна 3 см. Найдите площадь поверхности пирамиды.

Найдите объем и площадь поверхности тела, полученного при вращении равнобедренного прямоугольного треугольника с катетом 6 см вокруг его оси симметрии.

Площадь полной поверхности прямоугольного параллелепипеда равна 136 $см^2$, стороны основания 4 см и 6 см,. Найдите объем параллелепипеда.

Два металлических куба с ребрами 1 см и 2 см сплавлены в один куб. Определите полную поверхность этого куба и его массу, если плотность металла равна 8,4 $г/см^3$.

Сколько кубиков с ребром 2 см можно отлить из металлического шара диаметром 4 см?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №34.
Самостоятельная работа по теме «Элементы теории вероятности».

Вариант 1

В коробке лежат 6 яблок и 14 груш. Какова вероятность того, что взятый наудачу оттуда фрукт окажется яблоком?

В партии из 23 деталей находятся 10 бракованных. Вынимают из партии наудачу две детали. Определить, какова вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окажется бракованной.

Из 60 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент подготовил

50. Какова вероятность того, что взятый наудачу студентом билет, содержащий 2 вопроса, будет состоять из подготовленных им вопросов?
В ящике 5 апельсинов и 4 яблока. Наудачу выбираются один за другим 2 фрукта. Какова вероятность, что оба фрукта – апельсины?

Вариант 2

Пишется наудачу некоторое двузначное число. Какова вероятность того, что в этом числе на последнем месте окажется цифра 0?
На складе находятся 26 деталей из которых 13 стандартные. Рабочий берет наугад три детали. Определить вероятность того, что хотя бы одна из взятых деталей окажется стандартной.
В ящике 5 апельсинов и 4 яблока. Наудачу выбираются 3 фрукта. Какова вероятность, что все три фрукта – апельсины?
В коробке лежат 6 яблок и 14 груш. Наудачу выбираются один за другим 2 фрукта. Какова вероятность, что оба фрукта – груши?

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №35
Тема: Элементы комбинаторики
Вариант 1

№ 1. Вычислите: A_7^3; P_5; C_{16}^4; $\frac{12!-7!}{5!}$.

№ 2. Сколькими способами можно составить четырёхцветные ленты из семи лент различных цветов?
№ 3. Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг?
№ 4. Возведите в степень алгебраическую сумму:

а) $(x + y)^{12}$; *б)* $(2x - 5)^4$.

Вариант 2

№ 1. Вычислите: A_{13}^7; P_8; C_{21}^6; $\frac{15!-9!}{6!}$.

№ 2. Сколькими способами можно выбрать четырех лиц на четыре различные должности из девяти кандидатов?
№ 3. Сколькими способами можно выбрать три из шести открыток?
№ 4. Возведите в степень алгебраическую сумму:

а) $(a + b)^{14}$; *б)* $(3 - 4c)^4$.

Список литературы:

1.Алимов,Ш.А.,Алгебраиначалаанализа.Учебникдля10-11кл.среднейшколы.–М.:Просвещение,2010.-384с..

2.Атанасян,Л.С.,Геометрия.Учебникдля10-11кл.среднейшколы.–М.:Просвещение,2009-255с..

3.Богомолов,Н.Б.,Практическиезанятияпоматематике.– М.:Высшаяшкола,2010.-400с.

4. Башмаков,М.И.Математика:учебникдляучрежденийначальногоисреднегопрофессионального образования-М.: Издательский центр «Академия»-2012.-256с.5.Веселовский,С.Б.,Дидактическиематериалыпогеометриидля10класса.–М.:Просвещение,2013.-214с..

6.Веселовский,С.Б.,Дидактическиематериалыпогеометриидля11класса.–М.:Просвещение,2013.-225с.

7. Дадаян,А.А.Математика:Учебник.-М.:ФОРУМ.:ИНФРАМ,2013,-552с..

8. Зив,Б.Г.,Дидактическиематериалыпогеометриидля10классов.–М.:Просвещение,2014.-248с.

9. Киселев,А.П.,«Элементарнаягеометрия».–М.:Просвещение,АО«Учебнаялитература»,2009.-278с.

10. Колмогоров,А.Н.,Абрамов,А.М.идр.Алгебраиначалаанализа10-11кл.М.,Просвещение,2011.-365с.

11. Кузнецова,Н.И.,Сборникзаданийдляпроведенияписьменногоэкзаменапоматематикеза11 класс.– М.: Просвещение, 2001.-545с.

12. Погорелов,А.В.,Геометрия7-11кл.–М.,Просвещение,2011.-383с.

13. Самойлова, Т. Н. ,Сборникзадач по математике. – М.:Негосударственноеобразовательноеучреждение«Бизнес-школа»,2009.-526с.

Интернет-ресурсы:

1.Информационно-справочная система «В помощь студентам». Форма доступа: http://window.edu.ru

2. Информационно-справочная система Форма доступа: http://dit.isuct.ru.

3. Информационно-справочная система Форма доступа: http://www.resolventa.ru

4. http://www.bymath.net/ Математическая школа в Интернете.

5. www.aonb.ru/depart/is/mat.pdf Для учителей математики.

6 .www.imc-new.com/index.php/teaching…/210-2011-04-19-06-23-55

7. www.znanio.ru Методические рекомендации.

8.uztest.net/course/view.php?id=11 Олимпиады по математике

УЗДЕНОВА Клара Магометовна

МАТЕМАТИКА

Практикум для обучающихся 1 курса по специальности 09.02.07
Информационные системы и программирование

Корректор Чагова О.Х.
Редактор Чагова О.Х.

Сдано в набор 25.10.2024 г.
Формат 60х84/16
Бумага офсетная.
Печать офсетная.
Усл. печ. л. 5,11
Заказ № 5011
Тираж 100 экз.

Оригинал-макет подготовлен
в Библиотечно-издательском центре СКГА
369000, г. Черкесск, ул. Ставропольская, 36