

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ  
ГУМАНИТАРНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ**

С.К. Шардан  
Г.Р. Темижева  
Л.А. Хутова

## **ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

Методические рекомендации по решению задач для обучающихся  
направления подготовки 38.04.01 Экономика, направленность  
(профиль) «Экономика и финансы»

Черкесск  
2017

УДК 330  
ББК 65.053  
Ш 25

Рассмотрено на заседании кафедры «Финансы и кредит».

Протокол № 3 от «22» 11 2017г.

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом СевКавГГТА.

Протокол № 14 от «29» 12 2017г

**Рецензенты:**

**Батов Г.Х.** – д.э.н., профессор Института информатики и проблем регионального управления КБНУ РАН

**Топсахалова Ф. М-Г.** – д.э.н., профессор кафедры «Финансы и кредит» ФГБОУ ВО СевКавГГТА

**Ш25 Шардан, С.К.** Инструментальные методы экономического анализа: методические рекомендации по решению задач для обучающихся направления подготовки 38.04.01. Экономика направленность (профиль) «Экономика и финансы» / С.К. Шардан, Г.Р. Темижева, Л.А. Хутова. – Черкесск: БиЦ СевКавГГТА, 2017. – 28 с.

Настоящее пособие по дисциплине «Инструментальные методы экономического анализа» предназначено для обучающихся направления подготовки 38.04.01 Экономика, направленность (профиль) «Экономика и финансы».

**УДК 330  
ББК 65.053**

© Шардан С.К., Темижева Г.Р., Хутова Л.А., 2017  
© ФГБОУ ВО СевКавГГТА, 2017

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Моделирование в детерминированном анализе.....	5
1.1. Методы расчета влияния факторов в детерминированном анализе.....	7
1.1.1. Метод цепных подстановок.....	7
1.1.2. Индексный метод.....	9
1.1.3. Метод абсолютных разниц.....	10
1.1.4. Метод относительных разниц.....	12
1.1.5. Интегральный метод.....	13
2. Корреляционный анализ.....	17
2.1. Оценка связи между количественно заданными признаками....	18
2.2. Оценка связи между качественно заданными признаками.....	22
2.3. Ранговые методы оценки тесноты связи.....	25
Список рекомендуемой литературы .....	27

## **ВВЕДЕНИЕ**

Методические рекомендации предназначены для оказания практической помощи обучающимся в усвоении и закреплении теоретического материала по курсу «Инструментальные методы экономического анализа».

Методические рекомендации предназначены для использования в ходе проведения практических занятий по указанному выше курсу.

Предусмотрены теоретические основы факторного анализа, которые должны помочь обучающимся овладеть основными методами детерминированного и стохастического анализа, результаты которого позволят обучающемуся подобрать методы анализа и объективно оценить деятельность предприятия за исследуемый период, выявить недостатки, причины их возникновения и следствия, определить и количественно подсчитать резервы по улучшению и повышению эффективности деятельности.

Краткость и сжатая форма изложения позволят интенсивно охватить основные положения обширного учебного материала и помочь обучающимся подготовиться к сдаче экзамена по дисциплине «Инструментальные методы экономического анализа».

## Тема 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ В ДЕТЕРМИНИРОВАННОМ АНАЛИЗЕ

Детерминированный анализ воздействия факторов на результирующий показатель требует построения факторной модели. Через построение функции она должна описывать причинно-следственные связи между показателями.

Факторная модель в детерминированном анализе строится на следующих принципах.

1. Включаемые в модель факторы и результирующий признак должны быть реально существующими, а не абстрактными величинами.

2. Все показатели факторной модели должны быть количественно измеримыми.

3. Факторная модель должна отражать причинно-следственные связи между показателями. Например, выручка от продажи продукции (В) может быть представлена как произведение объема продаж в натуральном выражении (V) на цену проданной продукции (Ц):

$$B = V \times C \quad (1)$$

Это выражение отражает причинно-следственные связи и может рассматриваться как факторная модель.

Преобразуем выражение (1) следующим образом:

$$C = B : V.$$

Получим, что цена продукции есть выручка, деленная на объем продаж в натуральном выражении. Подобная запись математически возможна, однако не имеет никакого экономического смысла.

4. Факторная модель должна отражать степень влияния факторов на результирующий показатель. Сумма влияния отдельных факторов должна быть равной общему приросту результирующего показателя.

В детерминированном анализе используются модели:

- \* аддитивные;
- \* мультипликативные;
- \* кратные;
- \* комбинированные.

Аддитивные модели представляют результирующий признак как сумму нескольких факторных показателей и имеют вид:

$$Y = \sum_{i=1}^n X_i = X_1 + X_2 + \dots + X_n \quad (2)$$

Например, общая сумма затрат на производство продукции может быть представлена как сумма материальных затрат (М), амортизации основных средств (А), затрат на оплату труда (Зп) и накладных расходов (Н):

$$Z = M + A + Z_{п} + H$$

Мультипликативные модели предполагают, что результирующий признак есть произведение нескольких факторов:

$$Y = \prod_{i=1}^n X_i = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n \quad (3)$$

Примером мультипликативной модели является рассмотренная выше формула выручки (1):

$$B = V \times Ц.$$

Кратные модели используются в том случае, если результативный показатель получается делением одного факторного показателя на другой:

$$Y = X_1 : X_2. \quad (4)$$

Кратной моделью является формула для расчета эффективности (Эф), рассматриваемой как отношение полученного эффекта (Э) к затратам (З) на его получение:

$$\text{Эф} = \text{Э} : \text{З}.$$

Комбинированные модели различным разом объединяют аддитивные, мультипликативные и кратные модели, например:

$$Y = (X_1 + X_2) : X_3 \text{ или } Y = X_1 \times (X_2 + X_3). \quad (5)$$

Построение модели ведется путем представления результативного показателя через несколько факторов первого уровня (как правило, комплексных), которые затем расчлняются вплоть до элементарных. Степень детализации определяется целями исследования и принципами, заложенными в основу детерминированного факторного анализа.

Кроме методов разложения фактора на сумму или произведение составляющих его факторов, для преобразования кратных моделей также используются методы расширения и сокращения.

Метод расширения представляет собой расширение исходной модели за счет умножения числителя и знаменателя дроби на какой-либо показатель, в результате чего можно получить произведение новых факторов:

$$Y = \frac{a}{b} = \frac{axc}{bxc} = \frac{a}{c} \times \frac{c}{b} = X_1 \times X_2 \quad (6 \text{ а})$$

Среднегодовая выработка рабочего, то есть объем произведенной им продукции (ГВ), представляет собой частное от деления объема производства в денежном выражении (V) на численность рабочих (Ч):

$$\text{ГВ} = V : \text{Ч}.$$

Домножив числитель и знаменатель дроби на количество дней, отработанных всеми рабочими ( $\sum D$ ), получим:

$$\text{ГВ} = \frac{V \times \sum D}{\text{Ч} \times \sum D} = \frac{V}{\sum D} \times \frac{\sum D}{\text{Ч}} = \text{ДВ} \times \text{Д} \text{ где ДВ - среднедневная выработка;}$$

Д - количество дней, отработанных одним работником.

Метод сокращения заключается в делении числителя и знаменателя исходной модели на какой-либо показатель, в результате чего можно получить

частное новых факторов:

$$Y = a : b = (a : c) : (b : c) = d \times e. \quad (6 б)$$

### **Пример**

Под рентабельностью совокупного капитала (РК) понимается отношение чистой прибыли (ЧП) к величине совокупного капитала организации (К):

$$РК = ЧП : К.$$

Разделим числитель и знаменатель дроби на объем продаж V:

$$РК = (ЧП : V) : (К : V) = РП : КП$$

и получим произведение новых показателей-

РП - рентабельность продукции,

КП - капиталоемкость продукции.

Отметим, что все эти преобразования не должны нарушать причинно-следственных связей в модели и подчиняться другим принципам моделирования.

В целом, результативные показатели могут быть представлены через различные факторные модели. Задача аналитика состоит в том, чтобы из имеющихся выбрать модель, наиболее соответствующую цели и объекту исследования.

## **1.1. Методы расчета влияния факторов в детерминированном анализе**

### **1.1.1. Метод цепных подстановок**

Одним из важнейших этапов факторного анализа является определение влияния каждого из факторов, входящих в модель, на результативный показатель. Большинство применяемых для этого методов основано на исключении воздействия на величину результативного показателя всех факторов, кроме одного. К таким методам и относится метод цепных подстановок. В соответствии с этим методом сначала изменяется один фактор, при неизменности остальных, затем изменяются два фактора при неизменности оставшихся, затем три и т.д. Рассчитываемые при этом условные величины позволяют определить влияние каждого показателя.

Метод цепных подстановок универсален. Его можно использовать в любых типах факторных моделей: аддитивных, мультипликативных, кратных и комбинированных.

При расчетах необходимо придерживаться следующих правил:

\* сначала учитывается влияние количественных, а затем качественных факторов;

\* в первую очередь изменяется фактор первого уровня, затем второго, третьего и т.д.

Например, если имеется модель:

$$Y = a \times b = a \times (c \times d),$$

то сначала необходимо изменить фактор a, затем факторы c и d. Алгоритм расчета факторов следующий:

1. Для мультипликативных моделей, например,  $Y = a \times b \times c$ :  $Y_{пл} = a_{пл} \times b_{пл} \times c_{пл}$ ,

$$Y_{усл1} = a_{ф} \times b_{пл} \times c_{пл}$$

$$Y_{усл2} = a_{ф} \times b_{ф} \times c_{пл}$$

$$Y_{ф} = a_{ф} \times b_{ф} \times c_{ф}$$

Показатель  $Y_{усл1}$  отличается от показателя  $Y_{пл}$  значением фактора  $a$ . Все остальные значения в формулах одинаковые. Значит, за счет изменения фактора  $a$  показатель  $Y$  изменился на  $\Delta Y_a = Y_{усл1} - Y_{пл}$ . Аналогичные выводы можно сделать для факторов  $b$  и  $c$ :

$$\Delta Y_b = Y_{усл2} - Y_{усл1},$$

$$\Delta Y_c = Y_{ф} - Y_{усл2}$$

Общий прирост результативного показателя представляет собой сумму влияния факторов:

$$\Delta Y_{общ} = Y_{ф} - Y_{пл} = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c \quad (7)$$

Если это равенство не выполняется, в расчетах допущена ошибка.

Отметим, что для мультипликативных моделей количество условных показателей на единицу меньше количества факторов.

2. Для аддитивных моделей, например,  $Y = a + b$ :

$$Y_{пл} = a_{пл} + b_{пл}; \quad Y_{усл} = a_{ф} + b_{пл}; \quad Y_{ф} = a_{ф} + b_{ф}$$

$$\Delta Y_a = Y_{усл} - Y_{пл} = a_{ф} - a_{пл}; \quad \Delta Y_b = Y_{ф} - Y_{усл} = b_{ф} - b_{пл};$$

$$\Delta Y_{общ} = Y_{ф} - Y_{пл} = \Delta Y_a + \Delta Y_b.$$

3. Для кратных моделей, например,  $Y = a : b$ :

$$Y_{пл} = a_{пл} : b_{пл}; \quad Y_{усл} = a_{ф} : b_{пл}; \quad Y_{ф} = a_{ф} : b_{ф}.$$

$$\Delta Y_a = Y_{усл} - Y_{пл}; \quad \Delta Y_b = Y_{ф} - Y_{усл};$$

$$\Delta Y_{общ} = Y_{ф} - Y_{пл} = \Delta Y_a + \Delta Y_b.$$

4. Для комбинированных моделей, например:

а) типа  $Y = a : (b + c)$ :

$$Y_{пл} = a_{пл} : (b_{пл} + c_{пл}); \quad Y_{усл1} = a_{ф} : (b_{пл} + c_{пл});$$

$$Y_{усл2} = a_{ф} : (b_{ф} + c_{пл}); \quad Y_{ф} = a_{ф} : (b_{ф} + c_{ф});$$

$$\Delta Y_a = Y_{усл1} - Y_{пл}; \quad \Delta Y_b = Y_{усл2} - Y_{усл1}; \quad \Delta Y_c = Y_{ф} - Y_{усл2};$$

$$\Delta Y_{общ} = Y_{ф} - Y_{пл} = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c;$$

б) типа  $Y = (a+b):c$ :

$$Y_{пл} = (a_{пл} + b_{пл}) : c_{пл}; \quad Y_{усл1} = (a_{пл} + b_{пл}) : c_{ф};$$

$$Y_{усл2} = (a_{ф} + b_{пл}) : c_{ф}; \quad Y_{ф} = (a_{ф} + b_{ф}) : c_{ф};$$

$$\Delta Y_c = Y_{усл1} - Y_{пл};$$

$$\Delta Y_a = Y_{усл2} - Y_{усл1} = (a_{ф} - a_{пл}) : c_{ф};$$

$$\Delta Y_b = Y_{ф} - Y_{усл2} = (b_{ф} - b_{пл}) : c_{ф};$$

$$\Delta Y_{общ} = Y_{ф} - Y_{пл} = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c.$$

### Пример

Проиллюстрируем применение метода цепных подстановок, воспользовавшись исходными данными таблицы 1.

Таблица 1- Результаты факторного анализа выручки от реализации (метод цепных подстановок)

Показатели	Расчеты по видам продукции			
	А	С	Д	Итого
Объем продаж:				
Плановый ( $V_{пл}$ ), шт.	12	20	20	52
Фактический ( $V_{ф}$ ), шт.	10	25	15	50
Цена единицы продукции:				
плановая ( $Ц_{пл}$ ), денежные ед.	10	10	15	-
фактическая ( $Ц_{ф}$ ), денежные ед.	15	8	10	-
Плановый объем по плановым ценам ( $V_{пл} \times Ц_{пл}$ ), денежные ед.	120	200	300	620
Фактический объем по плановым ценам ( $V_{ф} \times Ц_{пл}$ ), денежные ед.	100	250	225	575
Фактический объем по фактическим ценам ( $V_{ф} \times Ц_{ф}$ ), денежные ед.	150	200	150	500
Отклонение от плана:				
Всего, денежные ед.	+30	0	-150	-120
В том числе за счет				
Объемного фактора ( $V$ ), денежные ед.	-20	+50	-75	-45
Ценового фактора ( $Ц$ ), денежные ед.	+50	-50	-75	-75

Оценим влияние объемного ( $V$ ) и ценового ( $Ц$ ) факторов на выручку от реализации продукции. Факторная модель выручки выглядит:

$$\sum V_i \times Ц_i$$

Результаты расчетов представлены в таблице 1.

Влияние объемного фактора на выручку от реализации составило:

$$(V_{ф} \times Ц_{пл} - V_{пл} \times Ц_{пл}) = 575 - 620 = -45 \text{ денежных ед.},$$

а влияние ценового фактора —

$$(V_{ф} \times Ц_{ф} - V_{ф} \times Ц_{пл}) = 500 - 575 = -75 \text{ денежных ед.}$$

Общее изменение выручки от реализации составило:

$$(V_{ф} \times Ц_{ф} - V_{пл} \times Ц_{пл}) = 500 - 620 = -120 \text{ денежных ед.}$$

Это изменение выручки представляет собой суммарное влияние ценового и объемного факторов:

$$(V_{ф} \times Ц_{пл} - V_{пл} \times Ц_{пл}) + (V_{ф} \times Ц_{ф} - V_{ф} \times Ц_{пл}) = -45 - 75 = -120 \text{ денежных ед.}$$

### 1.1.2. Индексный метод

Индексный метод основан на сопоставлении фактического уровня изучаемого объекта в отчетном периоде к его уровню в базисном периоде. Вместо значения в базисном периоде могут использоваться плановые величины или значения показателя для другого объекта.

Индексный метод используется для расчета влияния факторов в мультипликативных и кратных моделях.

Рассмотрим его применение для кратной модели:

$$Y = a \times b.$$

Индекс результативного показателя:

$$I_Y = (a_{\phi} \times b_{\phi}) : (a_{пл} \times b_{пл}). \quad (9)$$

Этот индекс отражает изменение факторов а и b и равен произведению соответствующих индексов:

$$I_Y = I_a \times I_b, \quad (10)$$

где

$$I_a = (a_{\phi} \times b_{пл}) : (a_{пл} \times b_{пл});$$

$$I_b = (a_{\phi} \times b_{\phi}) : (a_{\phi} \times b_{пл}).$$

### Пример

Таблица 2 - Результаты факторного анализа выручки от реализации (индексный метод)

Показатели	Данные по видам продукции			
	А	С	Д	Итого
Плановый объем по плановым ценам ( $V_{пл} \times Ц_{пл}$ ), денежные ед.	120	200	300	620
Фактический объем по плановым ценам ( $V_{\phi} \times Ц_{\phi}$ ), денежные ед.	100	250	225	575
Фактический объем по фактическим ценам ( $V_{\phi} \times Ц_{\phi}$ ), денежные ед.	150	200	150	500
Индекс выручки $I_b$	$150:120=1,25$	$200:200=1$	$150:300=0,5$	$500:620=0,81$
Индекс объема $I_v$	$100:120=0,83$	$250:200=1,25$	$225:300=0,75$	$575:620=0,93$
Индекс цен $I_{ц}$	$150:100=1,5$	$200:250=0,8$	$150:225=0,67$	$500:575=0,87$

На основе данных таблицы 1 произведем расчеты индексным методом. Полученные результаты приведены в таблице 2.

Индекс выручки  $I_b$  равен произведению индекса объема  $I_v$  и индекса цен  $I_{ц}$ :

$$I_b = I_v \times I_{ц} = 0,93 \times 0,87 = 0,81.$$

Если из числителя формул индексов вычесть знаменатель, то получим абсолютные приросты выручки в целом и за счет каждого фактора в отдельности, то, что было получено методом цепных подстановок.

#### 1.1.3. Метод абсолютных разниц

Применяется для расчета влияния факторов на результативный показатель в мультипликативных моделях и комбинированных моделях типа:

$$Y = (a - b) \times c \quad \text{и} \quad Y = a \times (b - c).$$

В соответствии с методом абсолютных разниц, необходимо рассчитать абсолютный прирост каждого фактора. Затем величина влияния того или иного фактора определяется умножением его прироста на плановую величину факторов, находящихся в модели справа от него, и на фактическую

величину факторов, находящихся слева.

Алгоритм расчета имеет вид:

1. Для мультипликативной модели типа  $Y = a \times b \times c$ :

$$\Delta Y_a = (a_{\phi} - a_{пл}) \times b_{пл} \times c_{пл};$$

$$\Delta Y_b = a_{\phi} \times (b_{\phi} - b_{пл}) \times c_{пл};$$

$$\Delta Y_c = a_{\phi} \times b_{\phi} \times (c_{\phi} - c_{пл});$$

$$\Delta Y_{общ} = Y_{\phi} - Y_{пл} = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c.$$

2. Для комбинированной модели типа  $Y = a \times (b + c)$ :

$$\Delta Y_a = (a_{\phi} - a_{пл}) (b_{пл} + c_{пл});$$

$$\Delta Y_b = a_{\phi} \times (b_{\phi} - b_{пл});$$

$$\Delta Y_c = a_{\phi} \times (c_{\phi} - c_{пл});$$

$$\Delta Y_{общ} = Y_{\phi} - Y_{пл} = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c.$$

### Пример

Воспользовавшись исходными данными, представленными в таблицах 1 и 2, рассмотрим применение метода абсолютных разниц. Результаты расчетов приведены в таблице 3.

Таблица 3 - Результаты факторного анализа прибыли от реализации (метод абсолютных разниц)

Оценим влияние на прибыль от реализации продукции П следующих факторов: объема реализации (V), цены (Ц), себестоимости реализации (С). В этом случае модель имеет вид:

$$П = V(Ц - С).$$

Нетрудно заметить, что метод абсолютных разниц дает те же результаты, что и метод цепных подстановок. Это можно проверить и на примере, рассмотренном в таблице 1. При использовании метода цепных подстановок сумма прироста результативного показателя за счет каждого из анализируемых факторов должна быть равна их общему приросту.

Показатели	Данные по видам продукции			
	А	С	Д	Итого
Объем продаж:				
Плановый ( $V_{пл}$ ), шт.	12	20	20	52
Фактический ( $V_{\phi}$ ), шт.	10	25	15	50
Цена единицы продукции:				
Плановая ( $Ц_{пл}$ ), денежные ед.	10	10	15	-
Фактическая ( $Ц_{\phi}$ ), денежные ед.	15	8	10	-
Себестоимость единицы продукции:				
Плановая ( $С_{пл}$ ), денежные ед.	5	5	6	-
Фактическая ( $С_{\phi}$ ), денежные ед.	6	4	5	-
Прибыль от реализации:				
Плановая ( $П_{пл}$ ), денежная ед.	60	100	180	340
Фактическая ( $П_{\phi}$ ), денежные ед.	90	100	75	265
Отклонение от плана, Всего денежных ед.,	+30	0	-105	-75
В том числе за счет изменения				
Объема $\Delta P_V = (V_{\phi} - V_{пл}) (Ц_{пл} - С_{пл})$ , денежные ед.	-10	+25	-45	-30
Цены $\Delta P_C = V_{\phi} (Ц_{\phi} - Ц_{пл})$ , денежные ед.	+50	-50	-75	-75
Себестоимости $\Delta P_S = V_{\phi} (С_{\phi} - С_{пл})$ , денежные ед.	-10	+25	+15	+30

### 1.1.4. Метод относительных разниц

Наряду с методом абсолютных разниц, в мультипликативных и комбинированных моделях типа  $Y = (a - b) \times c$  может быть использован и метод относительных разниц. В этом случае сначала следует рассчитать относительный прирост каждого фактора. Далее величина влияния фактора на результативный показатель определяется умножением его относительного прироста на плановую величину результативного показателя.

Так, для мультипликативной модели типа  $Y = a \times b \times c$  относительные отклонения факторных показателей имеют вид:

$$\Delta a = (a_{\phi} - a_{пл}): a_{пл}; \quad \Delta b = (b_{\phi} - b_{пл}): b_{пл}; \quad \Delta c = (c_{\phi} - c_{пл}): c_{пл};$$

Отклонение результативного показателя за счет влияния каждого фактора рассчитывается по формулам:

$$\Delta Y_a = Y_{пл} \Delta a; \quad \Delta Y_b = (Y_{пл} + Y_a) \times \Delta b; \quad \Delta Y_c = (Y_{пл} + Y_a + Y_b) \Delta c;$$

$$\Delta Y_{общ} = Y_{\phi} - Y_{пл} = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c.$$

Для оценки влияния на выручку от реализации  $B$  объемного ( $V$ ) и ценового ( $\Pi$ ) факторов. В этом случае факторная модель имеет вид:  $B = \sum V_i \times \Pi_i$

### Пример

Воспользуемся данными таблицы 4.

Таблица 4 - Результаты факторного анализа выручки от реализации (метод относительных разниц)

Показатели	Данные по видам продукции			
	А	С	Д	Итого
Объем продаж:				
Плановый ( $V_{пл}$ ), шт.	12	20	20	52
Фактический ( $V_{\phi}$ ), шт.	10	25	15	50
Цена единицы продукции				
Плановая ( $\Pi_{пл}$ ), денежные ед.	10	10	15	-
Фактическая ( $\Pi_{\phi}$ ), денежные ед.	15	8	10	-
Плановый объем по плановым ценам $V_{пл} = V_{пл} \times \Pi_{пл}$ , денежные ед.	120	200	300	620
Фактический объем по фактическим ценам $V_{\phi} = V_{\phi} \times \Pi_{\phi}$ , денежные ед.	150	200	150	500
Относительный прирост:				
Объемного фактора ( $\Delta V$ ), денежные ед.	-0,17	+0,25	-0,25	
Ценового фактора ( $\Delta \Pi$ ), денежные ед.	0,5	-0,2	-0,33	
Отклонение от плана, Всего денежных ед., В том числе за счет				
Объемного фактора ( $V$ ) $\Delta B_v = B_{пл} \times \Delta V$ , денежные ед.	-20	+50	-75	-45
Ценового фактора ( $\Pi$ ) $\Delta B_{\pi} = (B_{пл} + \Delta B_v) \Delta \Pi$ , денежные ед.	+50	-50	-75	-75

Проведя расчеты методом относительных разниц (табл. 4), получаем те же результаты, что и в случае использования метода цепных подстановок (табл. 1).

Вследствие сравнительно простого алгоритма, требующего меньшего объема вычислений, метод относительных разниц целесообразно применять при наличии в модели большого числа факторов - от семи - десяти и более.

### 1.1.5. Интегральный метод

Все рассмотренные выше методы (цепных подстановок, индексный, абсолютных и относительных разниц) основаны на допущении, что рассматриваемые факторы изменяются независимо друг от друга и так же независимо воздействуют на результативный показатель. В действительности же факторы взаимодействуют между собой, отчего появляется дополнительный синергетический эффект. При рассмотрении же всех факторов по отдельности этот эффект, также влияющий на рост результативного показателя, не учитывается, а прирост результата приписывается, как правило, последнему фактору модели. В результате величина влияния фактора на результативный показатель зависит от его места в модели.

#### Пример

Рассмотрим случай (табл. 5), в котором расчеты проводились исходя из факторной модели:

$$B = \sum V_i \times C_i$$

Поменяв факторы в формуле местами, получим:

$$B = \sum C_i \times V_i$$

В этом случае степень влияния каждого из факторов будет другой (табл. 5).

Для того, чтобы учесть взаимодействие факторов, используется интегральный метод. В общем виде он был разработан для моделей любого вида, но для упрощения расчетов его рекомендуется использовать в мультипликативных, кратных и комбинированных моделях вида:

$$Y = a(b + c + d)$$

Таблица 5 - Сравнение двух вариантов факторного анализа зависимости выручки от реализации (метод цепных подставок)

Показатели	Данные по видам продукции			
	А	С	Д	Итого
Объем продаж:				
Плановый ( $V_{пл}$ ), шт.	12	20	20	52
Фактический ( $V_{ф}$ ), шт.	10	25	15	50
Цена единицы продукции:				

Плановая ( $\Pi_{пл}$ ), денежные ед.	10	10	15	-
Фактическая ( $\Pi_{ф}$ ), денежные ед.	15	8	10	-
Плановый объем по плановым ценам ( $V_{пл} \times \Pi_{пл}$ ), денежные ед.	120	200	300	600
Плановый объем по фактическим ценам ( $V_{пл} \times \Pi_{ф}$ ), денежные ед.	180	160	200	540
Фактический объем по фактическим ценам ( $V_{ф} \times \Pi_{ф}$ ), денежные ед.	150	200	150	500
Отклонение от плана По варианту факторной модели $B = \sum \Pi_i \times V_i$ Всего денежных ед., В том числе за счет	+30	0	-150	-120
Ценового фактора $\Pi$ , денежные ед.	+60	-40	-100	-80
Объемного фактора $V$ , денежные ед.	-30	+40	-50	-40
Отклонение от плана По другому варианту факторной модели вида $B = \sum V_i \times \Pi_i$ Всего денежных ед., В том числе за счет				
Ценового фактора $\Pi$ , денежные ед.	+50	-50	-75	-75
Объемного фактора $V$ , денежные ед.	-20	+50	-75	-45

Согласно интегральному методу прирост результативного показателя, вызванный взаимодействием факторов, распределяется между ними пропорционально изолированному взаимодействию каждого на результативный показатель, хотя задача усложняется тем, что воздействие факторов разнонаправленно. В практике экономического анализа большое распространение получили специальные рабочие формулы. Они заменяют процесс интегрирования и существенно упрощают расчеты (табл. 6,7).

Результаты использования интегрального метода в примере, рассмотренном ранее (табл. 1), представлены в таблице 8.

Нетрудно заметить, что интегральный метод дает более точный результат, чем методы цепных подстановок или абсолютных и относительных разниц. Таким образом, выбор метода расчета влияния факторов на результативный показатель определяется целями исследования, исходными данными, имеющимися в распоряжении аналитика, и характером факторной модели.

Таблица 6 - Рабочие формулы расчета влияния факторов для кратных и комбинированных моделей

Тип факторной модели	$Y=a \times b^{-1}$	$Y=a \times (b+c)^{-1}$	$Y=a \times (b+c+d)^{-1}$	$Y=a \times (b+c+d+g)^{-1}$
Структура факторной модели	$\Delta Y=a_1 \times [b_1]^{-1}-a_0:b_0 = \Delta Y_a+\Delta Y_b$	$\Delta Y=a_1 \times [b_1+c_1]^{-1}-a_0 \times [b_0+c_0]^{-1} = \Delta Y_a+\Delta Y_b+\Delta Y_c$	$\Delta Y =a_1 \times [b_1+c_1+d_1]^{-1} \times [b_0+c_0+d_0]^{-1} = \Delta Y_a+\Delta Y_b+\Delta Y_d$	$\Delta Y =a_1 \times [b_1+c_1+d_1+g_1]^{-1} \times [b_0+c_0+d_0+g_0]^{-1} = \Delta Y_a+\Delta Y_b+\Delta Y_d+\Delta Y_g$
Формулы для расчета влияния факторов на результативный показатель				
$\Delta Y_a$	$\Delta a \times (\Delta b)^{-1} \times \ln \left  \frac{b_1}{b_0} \right $	$\Delta a \times (\Delta b + \Delta c)^{-1} \times \ln \left  \frac{(b_1+c_1)}{(b_0+c_0)} \right $	$\Delta a \times (\Delta b + \Delta c + \Delta d)^{-1} \times \ln \left  \frac{(b_1+c_1+d_1)}{(b_0+c_0+d_0)} \right $	$\Delta a \times (\Delta b + \Delta c + \Delta d + \Delta g)^{-1} \times \ln \left  \frac{(b_1+c_1+d_1+g_1)}{(b_0+c_0+d_0+g_0)} \right $
$\Delta Y_b$	$\Delta Y - \Delta Y_a$	$(\Delta Y - \Delta Y_a) \times [(\Delta b + \Delta c)]^{-1} \times \Delta b$	$(\Delta Y - \Delta Y_a) \times [(\Delta b + \Delta c + \Delta d)]^{-1} \times \Delta b$	$(\Delta Y - \Delta Y_a) \times [(\Delta b + \Delta c + \Delta d + \Delta g)]^{-1} \times \Delta b$
$\Delta Y_c$	-	$(\Delta Y - \Delta Y_a) \times [(\Delta b + \Delta c)]^{-1} \times \Delta c$	$(\Delta Y - \Delta Y_a) \times [(\Delta b + \Delta c + \Delta d)]^{-1} \times \Delta c$	$(\Delta Y - \Delta Y_a) \times [(\Delta b + \Delta c + \Delta d + \Delta g)]^{-1} \times \Delta c$
$\Delta Y_d$	-	-	$(\Delta Y - \Delta Y_a) \times [(\Delta b + \Delta c + \Delta d)]^{-1} \times \Delta d$	$(\Delta Y - \Delta Y_a) \times [(\Delta b + \Delta c + \Delta d + \Delta g)]^{-1} \times \Delta d$
$\Delta Y_g$	-	-	-	$(\Delta Y - \Delta Y_a) \times [(\Delta b + \Delta c + \Delta d + \Delta g)]^{-1} \times \Delta g$

Таблица 7 - Рабочие формулы расчета влияния факторов для мультипликативных моделей

Тип факторной модели	Y=ab	Y=abc	Y=abcd	Y=abcdg
Структура факторной модели	$\Delta Y = a_i b_i - a_0 b_0 = \Delta Y_a + \Delta Y_b$	$\Delta Y = a_i b_i c_i - a_0 b_0 c_0 = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c$	$\Delta Y = a_i b_i c_i d_i - a_0 b_0 c_0 d_0 = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c + \Delta Y_d$	$\Delta Y = a_i b_i c_i d_i g_i - a_0 b_0 c_0 d_0 g_0 = \Delta Y_a + \Delta Y_b + \Delta Y_c + \Delta Y_d + \Delta Y_g$
Формулы для расчета влияния факторов на результирующий показатель				
$\Delta Y_a$	1:2 $\Delta a(b_0 + b_1)$	$[2 \Delta a(b_0 c_0 + b_1 c_0)]^{-1} + [3 \Delta a \Delta b \Delta c]^{-1}$	$[6 \Delta a \{3 d_0 b_0 c_0 + b_1 d_0 (c_1 + \Delta c) + d_1 c_0 (b_1 + \Delta b) + c_1 b_0 (d_1 + \Delta d)\}]^{-1} + [4 \Delta a \Delta b \Delta c \Delta d]^{-1}$	$[12 \Delta a \{4 c_0 d_0 b_0 g_0 + 2 g_1 c_1 (d_1 b_0 + b_1 d_0) + d_1 b_1 (g_1 c_0 + c_1 g_0) + b_1 g_0 (d_1 c_0 + d_0 \Delta c) + d_1 c_0 (g_1 b_0 + g_0 \Delta b) + \Delta d \Delta c (2 g_0 \Delta b + g_1 b_0) + \Delta g \Delta b (2 c_0 \Delta d + c_1 d_0)\}]^{-1} [5 \Delta a \Delta b \Delta c \Delta d \Delta g]^{-1}$
$\Delta Y_b$	1:2 $\Delta b(a_0 + a_1)$	$[2 \Delta b(a_0 c_1 + a_1 c_0)]^{-1} + [3 \Delta a \Delta b \Delta c]^{-1}$	$[6 \Delta b \{3 d_0 a_0 c_0 + a_1 d_0 (c_1 + \Delta c) + d_1 c_0 (a_1 + \Delta a) + c_1 a_0 (d_1 + \Delta d)\}]^{-1} + [4 \Delta a \Delta b \Delta c \Delta d]^{-1}$	$[12 \Delta b \{4 c_0 g_0 d_0 a_0 + 2 g_1 a_1 (c_1 d_0 + d_1 c_0) + d_1 c_1 (g_1 a_0 + g_0 a_1) + c_1 a_0 (g_1 d_0 + g_0 \Delta d) + d_1 g_0 (c_1 a_0 + c_0 \Delta a) + \Delta c \Delta a (2 g_0 \Delta d + g_1 d_0) + \Delta g \Delta d (2 a_0 \Delta c + a_1 c_0)\}]^{-1} + [5 \Delta a \Delta b \Delta c \Delta d \Delta g]^{-1}$
$\Delta Y_c$	-	$[2 \Delta a(a_0 b_1 + a_1 b_0)]^{-1} + [3 \Delta a \Delta b \Delta c]^{-1}$	$[6 \Delta c \{3 d_0 a_0 c_0 + d_1 a_0 (b_1 + \Delta b) + b_1 d_0 (a_1 + \Delta a) + a_1 b_0 (d_1 + \Delta d)\}]^{-1} + [4 \Delta a \Delta b \Delta c \Delta d]^{-1}$	$[12 \Delta c \{4 b_0 g_0 d_0 a_0 + 2 g_1 b_1 (a_1 d_0 + d_1 a_0) + a_1 d_1 (g_1 b_0 + b_1 g_0) + d_1 b_0 (a_1 g_0 + a_0 \Delta g) + a_1 g_0 (b_1 d_0 + b_0 \Delta d) + \Delta b \Delta d (2 g_0 \Delta a + g_1 b_0) + \Delta a \Delta g (2 b_0 \Delta d + b_1 d_0)\}]^{-1} + [5 \Delta a \Delta b \Delta c \Delta d \Delta g]^{-1}$
$\Delta Y_d$	-	-	$[6 \Delta d \{3 c_0 a_0 b_0 + c_1 a_0 (b_1 + \Delta b) + b_1 c_0 (a_1 + \Delta a) + a_1 b_0 (c_1 + \Delta c)\}]^{-1} + [4 \Delta a \Delta b \Delta c \Delta d]^{-1}$	$[12 \Delta b \{4 b_0 c_0 g_0 a_0 + 2 g_1 a_1 (b_1 c_0 + c_1 b_0) + c_1 b_1 (a_1 g_0 + g_1 a_0) + b_1 g_0 (c_1 a_0 + c_0 \Delta a) + c_1 a_0 (g_1 b_0 + g_0 \Delta b) + \Delta g \Delta b (2 a_0 \Delta c + a_1 c_0) + \Delta c \Delta a (2 g_0 \Delta b + g_1 b_0)\}]^{-1} + [5 \Delta a \Delta b \Delta c \Delta d \Delta g]^{-1}$
$\Delta Y_g$	-	-	-	$[12 \Delta g \{4 b_0 c_0 g_0 a_0 + 2 a_1 c_1 (b_1 d_0 + d_1 b_0) + d_1 b_1 (c_1 a_0 + a_1 c_0) + d_1 a_0 (c_1 b_0 + c_0 \Delta b) + b_1 c_0 (d_1 a_0 + d_0 \Delta a) + \Delta c \Delta b (2 a_0 \Delta d + a_1 d_0) + \Delta d \Delta a (2 c_0 \Delta b + c_1 b_0)\}]^{-1} + [5 \Delta a \Delta b \Delta c \Delta d \Delta g]^{-1}$

Таблица 8 - Результаты факторного анализа выручки от реализации (интегральный метод)

Показатели	Данные по видам продукции			
	А	С	Д	Итого
Объем продаж:				
Плановый ( $V_{пл}$ ), шт.	12	20	20	52
Фактический ( $V_{ф}$ ), шт.	10	25	15	50
Цена единицы продукции, денежные ед.				
Плановая ( $Ц_{пл}$ ), денежные ед.	10	10	15	-
Фактическая ( $Ц_{ф}$ ), денежные ед.	15	8	10	-
Изменение:				
Объема ( $\Delta V$ ), шт.	-2	5	-5	-2
Цены ( $\Delta Ц$ ), денежные ед.	5	-2	-5	-
Плановый объем по плановым ценам ( $V_{пл} \times Ц_{пл}$ ), денежные ед.	120	200	300	620
Фактический объем по фактическим ценам ( $V_{ф} \times Ц_{ф}$ ), денежные ед.	150	200	150	500
Отклонение от плана, Всего денежных ед.,	+30	0	-150	-120
В том числе за счет				
Ценового фактора $\Delta B_{ц}=1:2\Delta Ц(V_{пл}+V_{ф})$ , денежные ед.	+55	-45	-87,5	-77,5
Объемного фактора $\Delta B_{v}=1:2\Delta V(Ц_{пл}+Ц_{ф})$ , денежные ед.	-25	+45	-62,5	-42,5

## Тема 2. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ

Для ряда экономических явлений и процессов невозможно установить функциональную зависимость результативного показателя от изменения факторов. В этом случае говорят о наличии стохастической, вероятностной зависимости. Для ее изучения используются методы корреляционного анализа.

Корреляционный анализ – это метод многомерного статистического анализа зависимости между случайными величинами или признаками. Именно он позволяет определить, насколько тесной является связь между факторными и результативным показателями.

Следует отметить, что для изучения стохастических связей оценить, насколько они тесны, более важно, чем построить факторную модель с помощью регрессионного анализа, так как подобная модель, хотя и выражает математическую зависимость результативного признака от факторов, но экономического смысла не имеет.

При изучении корреляционных связей различают парную и множественную корреляцию. Парная корреляция – это наличие вероятностной зависимости результативного показателя от одного

факторного показателя, а множественная – от нескольких. Выбор метода оценки тесноты связи во многом определяется тем, как заданы факторные и результативный признаки – количественно или качественно.

### 2.1. Оценка связи между количественно заданными признаками

Перед определением связи между количественно заданными признаками необходимо выявить, какого рода зависимость их связывает. Если эта зависимость линейная, то можно использовать линейный и множественный коэффициенты корреляции, а если не линейна – то корреляционное отношение.

Простейшим способом обоснования уравнения связи является построение графика зависимости между признаками.

Линейный коэффициент корреляции характеризует тесноту и направление связи между двумя признаками при наличии между ними линейной зависимости и рассчитывается по формуле:

$$r = \frac{\sum_{ch} (X - X_{cp})(Y - Y_{cp})}{\sigma_x \sigma_y},$$

где  $x$ - факторный признак,

$y$ - результативный признак,

$x_{cp}$ ,  $y_{cp}$  – средние значения факторного и результативного признаков соответственно,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  – средние квадратичные отклонения факторного и результативного признаков, вычисляемые по формулам –

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2}{n}}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - y_{cp})^2}{n}}$$

Линейный коэффициент корреляции  $r$  может принимать значения от -1 до +1:

если  $r = 0$ , то связь отсутствует;

если  $r = \pm 1$ , то связь функциональна - каждому значению факторного признака соответствует только одно значение результативного признака;

если  $0 < r < 1$ , то связь прямая - с увеличением значений факторного признака увеличиваются значения результативного;

если  $1 < r < 0$ , то связь обратная - с увеличением значений, факторного признака значения результативного признака уменьшаются.

Значимость линейного коэффициента корреляции оценивается с помощью  $t$ -критерия Стьюдента. При этом проверяется гипотеза о равенстве коэффициента корреляции нулю. Для проверки этой гипотезы вычисляется расчетное значение  $t_f$ :

$$t_{\phi} = \frac{|r|}{\sqrt{1-r^2}} x \sqrt{n-2}$$

$$t_{\phi} = \frac{|r|}{\sqrt{1-r^2}} x \sqrt{n},$$

если  $n > 100$ .

Затем  $t_{\phi}$  сравнивается с табличным значением  $t_{\text{табл}}$ , найденным для некоторого уровня значимости  $\alpha$  и числа степеней свободы ( $n - 2$ ). Уровень значимости  $\alpha$ , то есть вероятность отвергнуть верную гипотезу, чаще всего принимается равным 0,05 (риск ошибиться существует в 5 случаях из 100).

Если  $t_{\phi} > t_{\text{табл}}$ , то первоначально принятая гипотеза отвергается, а зависимость результативного показателя от факторного признака признается существенной.

Для характеристики тесноты связи между факторным и результативным признаком может быть использована шкала Чеддока (табл. 9)

Таблица 9 - Шкала Чеддока

Показания тесноты связи	Характеристика силы связи
0,1-0,3	Слабая
0,3-0,5	Умеренная
0,5-0,7	Заметная
0,7-0,9	Высокая
0,9-0,99	Весьма высокая

### Пример

Проиллюстрируем применение линейного коэффициента корреляции. Пусть необходимо определить тесноту связи между прибылью от реализации продукции и затратами на одну денежную единицу произведенной продукции. В данном случае (табл. 10) затраты на производство являются факторным признаком (X, денежные ед.), а прибыль - результативным (Y, тыс. денежных ед.). При расчете по формулам (1 - 3) имеем:

$$\sigma_x = \sqrt{0,0036} = 0,06;$$

$$\sigma_y = \sqrt{4137,32} = 64,32;$$

$$r = \frac{-3,71}{0,06 \times 64,32} = 0,96.$$

Полученные результаты показывают, что между исследуемыми признаками существует весьма высокая обратная связь.

Для проверки значимости полученного значения линейного коэффициента корреляции рассчитаем  $t_{\phi}$ :

$$t_{\phi} = \frac{1-0,961}{\sqrt{1-(-0,96)^2}} x \sqrt{10-2} = 9,70$$

Таблица 10 - Расчет линейного коэффициента корреляции

	x	y	x-x <sub>ср</sub>	y-y <sub>ср</sub>	(x-x <sub>ср</sub> ) <sup>2</sup>	(y-y <sub>ср</sub> ) <sup>2</sup>	(x-x <sub>ср</sub> )(y-y <sub>ср</sub> )
1	0.95	327.1	0.11	-91.1	0.0121	8299.21	-10.02
2	0.83	434.5	-0.01	16.3	0.0001	265.69	-0.16
3	0.76	506.2	-0.08	88.0	0.0064	7744.0	-7.04
4	0.80	453.8	-0.04	35.6	0.0016	1267.36	-1.42
5	0.82	443.7	-0.02	25.5	0.0004	650.25	-0.51
6	0.78	497.4	-0.06	79.2	0.0036	6272.64	-4.75
7	0.92	332.4	0.08	-85.8	0.0064	7361.64	-6.86
8	0.90	344.3	0.06	-73.9	0.0036	5461.21	-4.43
9	0.84	376.4	0	-41.8	0	1747.24	0
10	0.80	466.2	-0.04	48.0	0.0016	2304	-1.92
Сумма	8.4	4182.0	0	0	0.0358	41373.24	-37.11
Среднее значение	0.84	418.2	-	-	0.0036	4137.32	-3.71

При уровне значимости  $\alpha=0,05$  и числе степеней свободы  $(n-2) = 8t_{кр}= 2,306$ . Таким образом, наблюдаемая зависимость статистически существенна.

Если зависимость результативного признака от фактора нелинейна, то для измерения тесноты связи может быть использовано корреляционное отношение:

$$\rho = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{\sigma^2}}$$

где  $\sigma_x^2$  - дисперсия результативного показателя, связанная с воздействием фактора;

$\sigma^2$  - общая дисперсия.

Корреляционное отношение более универсально, чем линейный коэффициент корреляции, так как может применяться как при линейной, так и при нелинейной зависимости результативного показателя от фактора.

Изменяется корреляционное отношение в пределах от нуля до единицы, и анализ степени тесноты связи ведется так же, как для линейного коэффициента корреляции.

Для расчета корреляционного отношения данные сводятся в комбинационную таблицу (табл. 11), где:

$F_{ij}$  - частота сопоставляемых признаков;

$k$  - число групп признаков А;

$i$  - номер группы признака X;

$s$  - число групп признаков В;

$j$  - номер группы признака Y;

$$n_j = \sum_{i=1}^k f_{ij}, \quad n = \sum_{j=1}^s n_j.$$

Таблица 11 - Форма комбинационной таблицы для расчета корреляционного отношения

Группы признака Y	Группы фактора X					
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	...	X <sub>j</sub>	...	X <sub>s</sub>
Y <sub>1</sub>	f <sub>11</sub>	f <sub>12</sub>		f <sub>1j</sub>		f <sub>1s</sub>
Y <sub>2</sub>	f <sub>21</sub>	f <sub>22</sub>		f <sub>2j</sub>		f <sub>2s</sub>
...	...	...		...		...
Y <sub>i</sub>	f <sub>i1</sub>	f <sub>i2</sub>		f <sub>ij</sub>		f <sub>is</sub>
...	...	...		...		...
Y <sub>k</sub>	f <sub>k1</sub>	f <sub>k2</sub>		f <sub>kj</sub>		f <sub>ks</sub>
Итого	n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>		n <sub>j</sub>		n <sub>s</sub>

Алгоритм расчета следующий:

1. Определение групповых средних значений Y:

$$Y_{\text{occ}} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i x f_{ij}}{n_j}$$

2. Расчет групповых дисперсий:

$$\sigma_j = \frac{\sum_{i=1}^k (Y - Y_{jcc})^2 x f_{ij}}{n_j}$$

3. Расчет межгруппового среднего:

$$Y_{\text{cp}} = \frac{\sum_{j=1}^s Y_{jcc}}{n}$$

4. Расчет дисперсии, связанной с воздействием фактора (межгрупповой дисперсии):

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{j=1}^s (Y_{jcc} - Y_{\text{cp}})^2 x n_j}{n}$$

5. Расчет дисперсии, связанной с воздействием неучтенных факторов:

$$\sigma_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^s \sigma_j^2 n_j}{n}$$

6. Расчет корреляционного отношения:

$$\rho = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{\sigma^2}}$$

Если на результативный показатель воздействует несколько факторов, то для измерения тесноты связи используется множественный коэффициент корреляции. Он может быть использован в случае, если:

- исследуемая информация достаточно однородна - в ней отсутствуют значения, существенно отличающиеся от среднего;

- количество наблюдений достаточно велико;
- информация об изменении результативного и факторных признаков соответствует нормальному закону распределения;
- исследуемые факторы количественно измеримы;
- исследуемые факторы не взаимосвязаны между собой (величина парного коэффициента корреляции между ними не превышает 0.85);
- фактор не связан функциональной зависимостью с результативным показателем.

Прежде, чем рассчитать множественный коэффициент корреляции, необходимо построить факторную модель связи между результативным показателем и факторными признаками (уравнение множественной регрессии).

Множественный коэффициент корреляции вычисляется по формуле:

$$R = \sqrt{\frac{\delta^2}{\sigma^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{ост}^2}{\sigma^2}}$$

где  $\delta^2$  - дисперсия теоретических значений результативного признака, рассчитанная по уравнению множественной регрессии;

$\sigma_{ост}^2$  - остаточная дисперсия (связанная с воздействием не учтенных в модели факторов);

$\sigma^2$  - общая дисперсия результативного признака.

Множественный коэффициент корреляции изменяется от нуля до единицы.

В целом проведение множественного корреляционного анализа требует достаточно трудоемких вычислений, поэтому для изучения зависимости результативного показателя от нескольких факторных признаков рекомендуется использовать специальные статистические пакеты программ.

## 2.2. Оценка связи между качественно заданными признаками

Если факторный и результативный показатели являются атрибутивными, то есть заданы качественно, то для измерения связи между ними используются коэффициенты ассоциации, контингенции и взаимной сопряженности.

Измерение тесноты связи между атрибутивными (качественными) признаками основывается на наблюдении частоты совместного появления атрибутивных признаков. Связь между ними считается тем сильнее, чем выше частота такого появления.

Коэффициенты ассоциации и контингенции применяются, если изучаемые признаки могут иметь только два альтернативных значения («да» / «нет»; «высокий» / «низкий» и т.д.).

Исходные данные располагают в таблице, которая носит название таблицы сопряженности (табл. 12).

Таблица 12 - Таблица сопряженности для расчета коэффициентов ассоциации и контингенции

Группы признака Y	Группы фактора X		Итого
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	
Y <sub>1</sub>	a	b	a+b
Y <sub>2</sub>	c	d	c+d
Итого	a+c	b+d	a+b+ c+d

Коэффициент ассоциации рассчитывается по формуле:

$$K_a = (ad - bc) : (ad+bc) \quad (18)$$

Коэффициент контингенции определяют:

$$K_{\text{конт}} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(b+c)(c+d)(b+d)}} \quad (19)$$

Для одной и той же совокупности данных значения коэффициента контингенции всегда меньше значений коэффициента ассоциации. Связь считается существенной, если  $K_a > 0,5$  либо  $K_k > 0,3$ .

### Пример

Рассмотрим применение коэффициента ассоциации и контингенции на следующем примере. Пусть необходимо определить, какова степень связи между проведением мероприятий по повышению квалификации рабочих и показателями производительности труда (табл. 13).

Таблица 13 - Зависимость производительности труда от проведения мероприятий по повышению квалификации персонала

Производительность труда	Число работников, которые свою квалификацию		Итого
	повышали	не повышали	
Высокая	6	3	9
Низкая	3	8	11
Итого	9	11	20

Числовые значения в таблице 13 отражают количество человек, которые сочетают соответствующую производительность труда и при этом повысили (не повысили) свою квалификацию.

Рассчитаем по данным, приведенным в таблице 13:

- коэффициент ассоциации

$$K_a = \frac{6 \times 8 - 3 \times 3}{6 \times 8 + 3 \times 3} = 0,68$$

- коэффициент контингенции

$$K_{\text{конт}} = \frac{6 \times 8 - 3 \times 3}{\sqrt{9 \times 11 \times 9 \times 11}} = 0,39$$

Согласно полученным результатам связь между проведением мероприятий по повышению квалификации рабочих и их производительностью труда может быть охарактеризована как существенная.

Если хотя бы один из атрибутивных признаков состоит более чем из двух групп, то для определения тесноты связи между ними используется коэффициент взаимной сопряженности Пирсона и А.А. Чупрова.

Коэффициент взаимной сопряженности Пирсона вычисляется по формуле:

$$C = \sqrt{\frac{\varphi^2}{1 + \varphi^2}} \quad (20)$$

Где  $\varphi^2$  – показатель взаимной сопряженности.

Более точным считается определение тесноты связи с помощью коэффициента взаимной сопряженности А.А. Чупрова:

$$K_n = \sqrt{\frac{\varphi^2}{\sqrt{(K_1 - 1)(K_2 - 1)}}$$

где  $K_1, K_2$  - число групп показателей в комбинационной таблице, аналогичной таблице 11 (расчет корреляционного отношения).

Для расчета коэффициентов взаимной сопряженности  $\varphi^2$  данные также сводятся в комбинационную таблицу, построенную наподобие таблицы 11, используемой для расчета корреляционного отношения. Расчет  $\varphi^2$  производится в следующей последовательности:

1. Определяется величина  $z_i$  по каждой строке:

$$Z_i = \frac{\sum_{j=1}^s \left( \frac{f_{ij}^2}{n_j} \right)}{\sum_{j=1}^s f_{ij}}$$

2. Вычисляется величина  $\varphi^2$ :

$$\varphi^2 = \left( \sum_{i=1}^n Z_i \right) - 1$$

Коэффициенты взаимной сопряженности принимают значения от нуля до единицы. Оценка степени тесноты связи осуществляется с помощью шкалы Чеддока.

### Пример

Пусть данные по зависимости производительности труда от проведения мероприятий, связанных с повышением квалификации работников, имеют следующий вид (табл. 14).

Таблица 14 - Зависимость производительности труда от проведения мероприятий по повышению квалификации персонала

Производительность труда	Повышение квалификации		Итого
	проводилось	не проводилось	
Высокая	6	1	7
Средняя	1	2	3
Низкая	2	8	10
Итого	9	11	20

Числовые значения в таблице 14 показывают количество человек, которые имеют соответствующую производительность труда и прошли (не прошли) повышение квалификации.

Расчет коэффициентов взаимной сопряженности удобно производить в табличном виде (табл. 15).

Величина ( $\phi^2 = 1.34 - 1.00 = 0.34$ , следовательно, коэффициент взаимной сопряженности Пирсона будет равен:

$$I = \sqrt{\frac{0,34}{1+0,34}} = 0,504$$

Таблица 15 - Расчет коэффициентов взаимной сопряженности

Производительность труда	Мероприятия по повышению квалификации						$\frac{\sum (f_{ij})^2}{n_j}$	$\sum f_{ij}$	$z_i$
	$f_{i1}$	$(f_{i1})^2$	$(f_{i1})^2/n_{11}$	$f_{i2}$	$(f_{i2})^2$	$(f_{i2})^2/n_{12}$			
Высокая	6	36	4,0	1	1	0,09	4,09	7	0,584
Средняя	1	1	0,11	2	4	0,36	0,47	3	0,157
Низкая	2	4	0,44	8	64	5,55	5,99	10	0,599
Итого	9			11				20	1,34

Величина коэффициента взаимной сопряженности А.А. Чупрова составит:

$$K_n = \sqrt{\frac{0,34}{(2-1)(3-1)}} = 0,49$$

Таким образом, наблюдаемая связь существенна.

### 2.3. Ранговые методы оценки тесноты связи

Ранговые методы оценки тесноты связи между результативным показателем и факторными признаками используются и в случае, если они заданы количественно, и в случае, если они заданы качественно, причем их значения можно упорядочить по возрастанию или убыванию (проранжировать). Кроме того, ранговые методы применимы для оценки признаков, подчиняющихся различным законам распределения.

Для оценки связи между результативным показателем и одним факторным признаком наиболее часто используется ранговый коэффициент Спирмена, рассчитываемый по формуле:

$$K_{сп} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (22)$$

Где  $d_i^2 = (R_{xi} - R_{yi})^2$  - квадрат разности рангов показателей X и для Y<sub>i</sub> наблюдения;

n- число наблюдений (пар рангов).

Коэффициент Спирмена может изменяться в пределах от 1 до +1:

Если  $-1 < K_c < 0$ , то связь обратная;

Если  $0 < K_c < 1$ , то связь прямая.

Степень тесноты связи может быть оценена с помощью шкалы Чеддока.

### Пример

Воспользовавшись данными таблицы 10, рассчитаем коэффициент Спирмена (табл. 16)

Таблица 16 - Расчет коэффициента Спирмена

	x	y	R <sub>x</sub>	R <sub>y</sub>	R <sub>x</sub> ·R <sub>y</sub>	(R <sub>x</sub> ·R <sub>y</sub> ) <sup>2</sup>
1	0.95	327.1	10	1	9	81
2	0.83	434.5	6	5	1	1
3	0.76	506.2	1	10	-9	81
4	0.80	453.8	3.5	7	-3.5	12.25
5	0.82	443.7	5	6	-1	1
6	0.78	497.4	2	9	-7	49
7	0.92	332.4	9	2	7	49
8	0.90	344.3	8	3	5	25
9	0.84	376.4	7	4	3	9
10	0.80	466.2	3.5	8	-4.5	20.25
Сумма	-	-	-	-	0	328.5

По данным таблицы 16 коэффициент Спирмена равен:

$$K_{сп} = 1 - \frac{6 \times 328,5}{10 \times (10^2 - 1)} = -0,99$$

Результаты расчета подтверждают, что между прибылью от реализации продукции и затратами на производство существует весьма высокая обратная связь.

## Список рекомендуемой литературы

### Список основной литературы

1. Артёменко, В.Г. Экономический анализ [Текст]: учеб. пособие/ В.Г. Артёменко, Н.В. Анисименко- М.: КНОРУС, 2014.- 288 с.
2. Гальчина, О.Н. Теория экономического анализа [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Гальчина О.Н., Пожидаева Т.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, Ай Пи Эр Медиа, 2012.— 185 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/5987>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
3. Захаров, И.В. Теория экономического анализа [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Захаров И.В.— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2015.— 176 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/54667>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
4. Ильина, Г.Г. Теория экономического анализа [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Ильина Г.Г.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский новый университет, 2012.— 184 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/21323>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

### Список дополнительной литературы

1. Гинзбург, А.И. Экономический анализ [Текст]: учебник для вузов/ А.И. Гинзбург- 3-е изд., доп.- СПб.: Питер, 2011.- 448 с.
2. Савицкая, Г.В. Экономический анализ [Текст]: учебник/ Г.В. Савицкая.- 13-е изд., испр.- М.: Новое знание, 2007.- 675 с.
3. Чуев, И.И. Комплексный экономический анализ финансово-хозяйственной деятельности [Текст]: учебник/ И.И. Чуев, Л.Н. Чуева.- 3-е изд., перераб. и доп.- М.: Дашков и К.- 2010.- 384 с.
4. Янова, П.Г. Теория экономического анализа [Электронный ресурс]: учебно-методический комплекс/ Янова П.Г.— Электрон. текстовые данные.— Саратов: Вузовское образование, 2013.— 201 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/13441>.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

ШАРДАН Саида Кемаловна  
ТЕМИЖЕВА Галимат Рауфовна  
ХУТОВА Людмила Алиевна

## **ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ЭКОНОМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

Методические рекомендации по решению задач для обучающихся  
направления подготовки 38.04.01 Экономика, направленность  
(профиль) «Экономика и финансы»

Корректор Темирлиева Р.М.  
Редактор Темирлиева Р.М.

Сдано в набор 19.01.2018 г.  
Формат 60x84/16  
Бумага офсетная.  
Печать офсетная.  
Усл. печ. 1,6  
Заказ № 3675  
Тираж 100 экз.

Оригинал макет подготовлен  
в Библиотечно-издательском центре СевКавГГТА  
369000, г. Черкесск, ул. Ставропольская, 36