

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
АКАДЕМИЯ»

«УТВЕРЖДАЮ»

И. о. проректора по учебной работе

« 28 » 03



Г.Ю. Нагорная

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Теория графов и комбинаторика

Уровень образовательной программы бакалавриат

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Направленность (профиль) Прикладная математика

Форма обучения очная

Срок освоения ОП 4 года

Институт Цифровых технологий

Кафедра разработчик РПД Математика

Выпускающая кафедра Математика

Начальник
учебно-методического управления

Семенова Л.У.

Директор института ЦТ

Тебуев Д.Б.

Заведующий выпускающей кафедрой

Кочкаров А.М.

г. Черкесск, 2024 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цели освоения дисциплины.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Планируемые результаты обучения по дисциплине	5
4. Структура и содержание дисциплины.....	7
4.1. Объем дисциплины и виды учебной работы.....	7
4.2. Содержание дисциплины	8
4.2.1. Разделы (темы) дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля.....	8
4.2.2. Лекционный курс.....	9
4.2.3. Лабораторный практикум	10
4.2.4. Практические занятия	10
4.3. Самостоятельная работа обучающегося.....	12
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	14
6. Образовательные технологии.....	17
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....	18
7.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы.....	18
7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....	19
7.3. Информационные технологии, лицензионное программное обеспечение	19
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины	20
8.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий	20
8.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся.....	20
8.3. Требования к специализированному оборудованию.....	20
9. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	21
Приложение 1. Фонд оценочных средств	
Приложение 2. Аннотация рабочей программы.....	44
Рецензия на рабочую программу.....	45
Лист переутверждения рабочей программы дисциплины.....	46

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель освоения дисциплины «Теория графов и комбинаторика» это формирование у обучающихся знаний по основам теории графов, которая широко используется в современной практике моделирования, как в управлении, так и в других областях человеческой деятельности; ознакомление с основными комбинаторными конфигурациями и формулами пригодными для описания ситуаций, не поддающихся описанию традиционными средствами классической математики. Все это позволяют при необходимости активно использовать современную вычислительную технику, новые информационные технологии.

При этом **задачами** дисциплины являются:

- умение пользоваться комбинаторными формулами;
- задавать граф с помощью матриц смежности и инцидентности;
- вычислять инварианты графа;
- применять алгоритмы для нахождения остовного дерева минимального веса.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

2.1. Дисциплина «Теория графов и комбинаторика» относится к обязательной части Блока 1 Дисциплины (модули), имеет тесную связь с другими дисциплинами.

2.2. В таблице приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП.

Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины
1.	Знания, полученные на предыдущем уровне образования	Математическая логика Методы оптимизации Дискретная математика Синергетика и фракталы Теория вероятностей и математическая статистика

3. ИНДИКАТОРЫ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИИ

Планируемые результаты освоения образовательной программы (ОП) – компетенции обучающихся определяются требованиями стандарта по направлению подготовки 01.03.04 и формируются в соответствии с матрицей компетенций ОП

№ п/п	Номер/индекс компетенции	Наименование компетенции (или ее части)	В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:
1	2	3	4
1.	ОПК-2	Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ОПК-2.1 Выбирает, дорабатывает математические методы и модели для решения исследовательских и проектных задач ОПК-2.2 Осуществляет проверку адекватности моделей, анализирует результаты моделирования, оценивает надежность и качество функционирования систем ОПК-2.3 Систематизирует математические методы и осуществляет выбор использования их при решении различных оптимизационных задач

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Очная форма обучения

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры *
			№ 2
1		2	3
Аудиторная контактная работа (всего)		36	36
В том числе:			
Лекции		18	18
Практические занятия		18	18
Лабораторные работы			
Контактная внеаудиторная работа, в том числе: Индивидуальные и групповые консультации		1,7	1,7
Самостоятельная работа обучающегося (СРО)** (всего)		34	34
<i>Расчетно-графическая работа</i>		6	6
<i>Подготовка к занятиям</i>		8	8
<i>Подготовка к текущему контролю</i>		6	6
<i>Подготовка к промежуточному контролю</i>		8	8
<i>Самоподготовка</i>		6	6
Промежуточная аттестация	зачет (3), в том числе:	3	3
	Прием зачета с оценкой, час	0,3	0,3
ИТОГО: Общая трудоемкость			
часов		72	72
зач. ед.		2	2

4.2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.2.1. Разделы (темы) дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование раздела (темы) дисциплины	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу обучающихся (в часах)					Формы текущей и промежуточной аттестации
		Л	ЛР	ПЗ	СР О	все го	
1	3	4	5	6	7	8	9
Семестр 2							
1.	Раздел 1. Комбинаторика.	4		4	5	13	Контрольные вопросы, индивидуальные задания к практическим занятиям
2.	Раздел 2. Рекуррентные соотношения.	2		2	5	9	Контрольные вопросы, индивидуальные задания к практическим занятиям
3.	Раздел 3. Теория графов.	4		4	5	13	Контрольные вопросы, индивидуальные задания к практическим занятиям
4.	Раздел 4. Инварианты графа.	2		2	5	9	Контрольные вопросы, индивидуальные задания к практическим занятиям
5.	Раздел 5. Деревья и леса.	2		2	5	9	Контрольные вопросы, индивидуальные задания к практическим занятиям
6.	Раздел 6. Обходы графа.	2		2	5	9	Контрольные вопросы
7.	Раздел 7. Планарность	2		2	4	8	Контрольные вопросы, контрольная работа, тестирование
8.	Контактная внеаудиторная работа					1,7	Индивидуальные и групповые консультации

9.	Промежуточная аттестация					0,3	Зачет
Итого часов во 2 семестре:		18		18	34	72	
ВСЕГО:		18		18	34	72	

4.2.2. Лекционный курс

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы лекции	Содержание лекции	Всего часов
1	2	3	4	5
Семестр 2				
1.	Раздел 1. Комбинаторика	Тема 1.1 Выборки. Основные формулы комбинаторики	Выборки. Размещения, перестановки, сочетания и формулы подсчета их количества. Принцип суммы и произведения.	2
2.	Раздел 1. Комбинаторика	Тема 1.2 Бином Ньютона. Формулы включений-исключений	Бином Ньютона. Свойства. Основные тождества. Формулы включений-исключений	2
3.	Раздел 2. Рекуррентные соотношения	Тема 2.1 Линейные рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи	Решение линейные рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи: формулы	2
4.	Раздел 3. Теория графов.	Тема 4.1 Основные понятия теории графов	Понятие инцидентности и смежности. Определение полного, двудольного графов, звезды. Формулы подсчета числа помеченных и непомеченных графов. Маршруты, цепи, циклы, компоненты. Определение связности графа.	2
5.	Раздел 3. Теория графов.	Тема 4.2 Матрицы, ассоциированные с графом. Метрические характеристики графа	Матрицы, ассоциированные с графом: матрицы инцидентности и смежности. Определение расстояния, эксцентриситета, диаметра, радиуса и центра графа	2
6.	Раздел 4. Инварианты	Тема 5.1 Операции над	Раскраска графа	2

	графа	графами Инварианты графа	объединение, соединение, произведение графов, дополнение графа Инварианты графа: вектор степеней графа, плотность, неплотность, хроматическое число, число Хадвигера	
7.	Раздел 5. Деревья и леса.	Тема 6.1 Деревья, леса, паросочетания	Основные формулы для деревьев и лесов Формулы Кэли и Кирхгофа для нахождения остовных деревьев Алгоритмы Прима и Краскала для нахождения ОДМВ	2
8.	Раздел 6. Обходы графа.	Тема 6.1 Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы	Эйлеровы графы: определения, свойства, алгоритм Флери. Гамильтоновы графы: определения, достаточные условия	2
9.	Раздел 7. Планарность	Тема 7.1 Плоские и планарные графы	Плоские и планарные графы: определения, свойства, формулы	2
ВСЕГО часов в 2 семестре:				18
ИТОГО часов:				18

4.2.3. Лабораторный практикум (не предусмотрен)

4.2.4. Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование практического занятия	Содержание практического занятия	Всего часов
1	2	3	4	5
Семестр 2				
1.	Раздел 1. Комбинаторика	Выборки. Основные формулы комбинаторики	Выборки. Размещения, перестановки, сочетания и формулы подсчета их количества. Принцип суммы и произведения.	2
2.	Раздел 1. Комбинаторика	Бином Ньютона Формулы включений-исключений	Бином Ньютона. Свойства. Основные	2

			тождества Формулы включений-исключений	
4.	Раздел 2. Рекуррентные соотношения	Линейные рекуррентные соотношения Числа Фибоначчи	Решение линейные рекуррентные соотношения Числа Фибоначчи: формулы	2
8.	Раздел 3. Теория графов.	Основные понятия теории графов	Понятие инцидентности и смежности. Определение полного, двудольного графов, звезды. Формулы подсчета числа помеченных и непомеченных графов. Маршруты, цепи, циклы, компоненты. Определение связности графа	2
9.	Раздел 3. Теория графов.	Матрицы, ассоциированные с графом. Метрические характеристики графа	Матрицы, ассоциированные с графом: матрицы инцидентности и смежности для модели сети дорог Применение метрических характеристик графа для определения расстояния, эксцентриситета, диаметра, радиуса и центра графа сети дорог.	2
11.	Раздел 4. Инварианты графа	Операции над графами Инварианты графа	Раскраска графа объединение, соединение, произведение графов, дополнение графа Инварианты графа: вектор степеней графа, плотность, неплотность, хроматическое число, число Хадвигера.	2
13.	Раздел 5. Деревья и леса.	Деревья, леса, паросочетания	Основные формулы для деревьев и лесов Формулы Кэли и Кирхгофа для нахождения остовных деревьев Алгоритмы Прима и Краскала для нахождения ОДМВ	2
16.	Раздел 6. Обходы графа.	Эйлеровы графы Гамильтоновы графы	Эйлеровы графы: определения ,	2

			свойства, алгоритм Флери. Гамильтоновы графы: определения, достаточные условия	
18.	Раздел 7. Планарность	Плоские и планарные графы	Плоские и планарные графы: определения, свойства, формулы	2
ИТОГО часов в 2 семестре:				18
ВСЕГО часов:				18

4.3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

№ п/п	Наименование раздела (темы) дисциплины	№ п/п	Виды СРО	Всего часов
1	2	3	4	5
Семестр 2				
1.	Раздел 1. Комбинаторика	1.1.	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Подготовка к практическим занятиям.	5
2.	Раздел 2. Рекуррентные соотношения	2.1.	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Подготовка к практическим занятиям..	2
		2.2.	Изучение конспекта лекций для выполнения индивидуальных заданий по практическим занятиям.	3
3.	Раздел 3. Теория графов.	4.1	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Выполнение домашних заданий по практическим занятиям..	2
		4.2	Выполнение задания по подготовки к лекциям. Подготовка к практическим занятиям.	3
4.	Раздел 4. Инварианты графа	5.1	Подготовка к практическим занятиям.	2
		5.2	Изучение дополнительной литературы по разделу.	3
5.	Раздел 5. Деревья и леса.	6.1	Исследовательская работа и участие в научных студенческих конференциях. Подготовка к практическим занятиям.	2
		6.2	Поиск, анализ и презентация информации. Выполнение задания по индивидуальным заданиям.	3
6.	Раздел 6. Обходы графа.	7.1	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Подготовка к практическим занятиям.	2
		7.2	Подготовка к тестированию по всем	3

			разделам дисциплины. Изучение дополнительной литературы по разделу. Исследовательская работа.	
7.	Раздел 7. Планарность	8.1	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Подготовка к практическим занятиям.	4
ИТОГО часов в 2 семестре:				34
ВСЕГО часов				34

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Методические указания для подготовки обучающихся к лекционным занятиям

Основными формами обучения теории графов и комбинаторики являются лекции, практические и консультации, а также самостоятельная работа.

Ведущим методом в лекции выступает устное изложение учебного материала, сопровождающееся демонстрацией видеофильмов, схем, плакатов, показом моделей, приборов, макетов, использование мультимедиа аппаратуры.

Лекция является исходной формой всего учебного процесса, играет направляющую и организующую роль в самостоятельном изучении предмета. Важнейшая роль лекции заключается в личном воздействии лектора на аудиторию.

На лекциях раскрываются основные теоретические аспекты, приводятся примеры реализации на практике, освещается достигнутый уровень формализации деятельности по автоматизации экономических процессов.

Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работу над основной и дополнительной литературой;
- изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);
- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- самостоятельная работа студента при подготовке к экзамену;
- самостоятельная работа студента в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети «Интернет».

Требуется творческое отношение и к самой программе учебного курса. Вопросы, составляющие ее содержание, обладают разной степенью важности. Есть вопросы, выполняющие функцию логической связки содержания темы и всего курса, имеются вопросы описательного или разъяснительного характера. Все эти вопросы не составляют сути, понятийного, концептуального содержания темы, но необходимы для целостного восприятия изучаемых проблем. Проработка лекционного курса является одной из важных активных форм самостоятельной работы. Лекция преподавателя не является озвученным учебником, а представляет плод его индивидуального творчества. Он читает свой авторский курс со своей логикой со своими теоретическими и методическими подходами. Это делает лекционный курс конкретного преподавателя индивидуально-личностным событием, которым вряд ли обучающему стоит пренебрегать. Кроме того, в своих лекциях преподаватель стремится преодолеть многие недостатки, присущие опубликованным учебникам, учебным пособиям, лекционным курсам. Количество часов, отведенных для лекционного курса, не позволяет реализовать в лекциях всей учебной программы. Исходя из этого, каждый лектор создает свою тематику лекций, которую в устной или письменной форме представляет обучающимся при первой встрече. Важно понять, что лекция есть своеобразная творческая форма самостоятельной работы. Надо пытаться стать активным соучастником лекции: думать, сравнивать известное с вновь получаемыми знаниями, войти в логику изложения материала лектором, по возможности вступать с ним в мысленную полемику. Во время лекции можно задать лектору вопрос. Вопросы можно задать и во время перерыва (письменно или устно), а также после лекции или перед началом очередной. Лектор найдет формы и способы реагирования на вопросы обучающихся.

5.2. Методические указания для подготовки обучающихся к лабораторным занятиям (не предусмотрено)

5.3 Методические указания для подготовки обучающихся к практическим занятиям

В процессе подготовки и проведения практических занятий, обучающиеся закрепляют полученные ранее теоретические знания, приобретают навыки их практического применения, опыт рациональной организации учебной работы, готовятся к сдаче зачета, экзамена.

В начале семестра обучающиеся получают сводную информацию о формах проведения занятий и формах контроля знаний. Тогда же обучающимся предоставляется список тем лекционных и практических заданий, а также тематика рефератов. Каждое практическое занятие по соответствующей тематике теоретического курса состоит из вопросов для подготовки, на основе которых проводится устный опрос каждого обучающегося. Также после изучения каждого раздела для закрепления проеденного материала решают тесты, делают реферативные работы по дополнительным материалам курса.

Используя лекционный материал, учебники, дополнительную литературу, проявляя творческий подход, обучающийся готовится к практическим занятиям, рассматривая их как пополнение, углубление, систематизацию своих теоретических знаний. Обучающийся должен прийти в Академию с полным пониманием того, что самостоятельное овладение знаниями является главным, определяющим. Изучение каждой темы следует начинать с внимательного ознакомления с набором вопросов. Они ориентируют обучающегося, показывают, что он должен знать по данной теме. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие вопросы темы программы учебного курса, и с какой глубиной раскрыты в данном учебном материале, а какие вообще опущены

Типовой план практических занятий:

1. Изложение преподавателем темы занятия, его целей и задач.
2. Выдача преподавателем задания обучающимся, необходимые пояснения.
3. Выполнение задания обучающимися под наблюдением преподавателя.

Обсуждение результатов. Резюме преподавателя.

4. Общее подведение итогов занятия преподавателем и выдача домашнего задания.

Обучающийся при подготовке к практическому занятию может консультироваться с преподавателем и получать от него наводящие разъяснения.

Формы самостоятельной работы обучающегося по освоению дисциплины

1. Усвоение текущего учебного материала;
2. Конспектирование первоисточников;
3. Работа с конспектами лекций;
4. Подготовка по темам для самостоятельного изучения;
5. Написание докладов и реферативных работ по заданным темам;
6. Изучение специальной, методической литературы;
7. Подготовка к зачету с оценкой.

Дидактические цели практического занятия: углубление, систематизация и закрепление знаний, превращение их в убеждения; проверка знаний; привитие умений и навыков самостоятельной работы с книгой; развитие культуры речи, формирование умения аргументировано отстаивать свою точку зрения, отвечать на вопросы слушателей; умение слушать других, задавать вопросы.

Задачи: стимулировать регулярное изучение программного материала, первоисточников; закреплять знания, полученные на уроке и во время самостоятельной работы; обогащать знаниями благодаря выступлениям товарищей и учителя на занятии, корректировать ранее полученные знания.

5.4 Методические указания по самостоятельной работе обучающихся

Самостоятельная работа обучающегося предполагает различные формы индивидуальной учебной деятельности: конспектирование научной литературы, сбор и

анализ практического материала в СМИ, проектирование, выполнение тематических и творческих заданий и пр. Выбор форм и видов самостоятельной работы определяется индивидуально-личностным подходом к обучению совместно преподавателем и обучающимся.

Содержание внеаудиторной самостоятельной работы обучающегося по дисциплине «Теория графов и комбинаторика» включает в себя различные виды деятельности:

- чтение текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы);
- составление плана текста;
- конспектирование текста;
- работа со словарями и справочниками;
- ознакомление с нормативными документами;
- исследовательская работа;
- использование аудио- и видеозаписи;
- работа с электронными информационными ресурсами;
- выполнение тестовых заданий;
- ответы на контрольные вопросы;
- аннотирование, реферирование, рецензирование текста;
- составление глоссария, кроссворда или библиографии по конкретной теме;
- решение вариативных задач и упражнений.

По данной дисциплине по отдельным темам курса предлагается выполнить самостоятельные работы, а также индивидуальные задания. Индивидуальные задания выполняются после прохождения тем на практических занятиях, проверяются преподавателем и зачитываются после устранения студентом всех ошибок и замечаний. Изучение тем курса для практических занятий, самостоятельной работы, прохождения тестирования и сдачи зачета рекомендуется проводить в такой последовательности: 1) изучение теоретических фактов выбранной темы (включая определения, формулы и формулировки теорем, следствий и т.п.); 2) разбор примеров в тексте; 3) ответы на контрольные вопросы; 4) практические упражнения; 5) доказательства теорем, вывод формул; 6) теоретические упражнения. Предлагаемая схема носит лишь принципиальный характер, так как при выполнении ее очередного этапа нередко приходится возвращаться к одному или нескольким предшествующим. Возможны и отдельные разумные перестановки.

5.5 Методические указания по выполнению контрольной работы

Контрольная работа оформляется в распечатанном или рукописном варианте. Номер варианта выбирается по порядковому номеру списка обучающихся. Работа с другим номером варианта не зачитывается. Работа выполняется аккуратно, в случае рукописного оформления чтение ее не должно вызывать затруднений.

Работа должна состоять из титульного листа и основной части. Допускается включение в работу приложений, содержащих таблицы, рисунки, полученные на компьютере. На титульном листе обязательно указывается наименование дисциплины, ФИО обучающегося, группа, вариант задания, ФИО преподавателя. Выполненная и оформленная работа должна быть представлена преподавателю не позднее, чем за 10 дней до начала сессии.

В основной части работы до решения каждой задачи должны быть представлены собственные данные: вариант задания, формулировка задания, численные значения, соответствующие своему варианту. Далее должно быть представлено решение с расшифровкой формул и последовательности действий. Все вычисления сначала представляются в виде расчетных формул, затем в формулы подставляются численные значения и записывается ответ с указанием единиц измерений.

5.6 Методические указания к тестированию

Подготовку к тестированию необходимо осуществлять поэтапно.

На первом этапе необходимо повторить основные положения всех тем, детально разбирая наиболее сложные моменты. Непонятные вопросы необходимо выписывать, чтобы по ним можно было проконсультироваться с преподавателем перед прохождением итогового тестирования. Подготовку по темам каждой дидактической единицы целесообразно производить отдельно. На этом этапе необходимо использовать материалы лекционного курса, материалы семинарских занятий, тестовые задания для текущего контроля знаний, а также презентации лекционного курса.

На втором этапе подготовки предлагается без повторения теоретического материала дать ответы тестовые задания для рубежного контроля знаний. Если ответы на какие-то вопросы вызвали затруднение, необходимо еще раз повторить соответствующий теоретический материал.

Наконец, третий этап подготовки необходимо осуществить непосредственно накануне теста. На данном этапе необходимо аккуратно просмотреть весь лекционный курс.

В случае, если результаты выполнения тестового задания оказались неудовлетворительными, необходимо зафиксировать темы, на вопросы по которым были даны неверные ответы, и еще раз углубленно повторить соответствующие темы в соответствии с указанными выше тремя этапами подготовки к тестированию.

Промежуточная аттестация

По итогам семестра проводится зачет. При подготовке к сдаче зачета рекомендуется пользоваться материалами лекции и практических занятий, и материалами, изученными в ходе текущей самостоятельной работы. Зачет проводится в устной или письменной форме. К зачету допускаются обучающиеся, которые защитили контрольную работу.

6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

№ п/п	№ семестра	Виды учебной работы	Образовательные технологии	Всего часов
1	2	3	4	
1	2	<i>Лекция 1.1</i> Выборки. Основные формулы комбинаторики	Лекция с использованием слайдов в Power Point.	2
2	2	<i>Лекция 1.2</i> Бином Ньютона	Лекция с использованием слайдов в Power Point.	2
3	2	<i>Лекция 1.3</i> Формулы включений-исключений	Лекция как технология критического мышления.	2
4	2	<i>Лекция 1.4</i> Линейные рекуррентные соотношения	Лекция с использованием слайдов в Power Point.	2
5	2	<i>Практическое занятие №1.</i> Выборки. Основные формулы комбинаторики	Самостоятельная работа обучающихся по индивидуальным заданиям письменно в тетрадях	2
6	2	<i>Практическое занятие №2</i> Бином Ньютона.	Самостоятельная работа обучающихся по индивидуальным заданиям письменно в тетрадях	2
7	2	<i>Практическое занятие №8</i> Основные понятия теории графов	Самостоятельная работа обучающихся по индивидуальным заданиям письменно в тетрадях.	2
8	2	<i>Практическое занятие №12</i> Инварианты графа	Самостоятельная работа обучающихся по индивидуальным заданиям письменно в тетрадях	2
9	2	<i>Практическое занятие №15</i> Алгоритмы Прима и Краскала.	Самостоятельная работа обучающихся по индивидуальным заданиям письменно в тетрадях	2

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Сагадеева, М. А. Теория графов: учебное пособие / М. А. Сагадеева. — 2-е изд. — Челябинск, Саратов: Южно-Уральский институт управления и экономики, Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 143 с. — ISBN 978-5-4486-0679-3. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/81497.html>
2. Топунов, В. Л. Комбинаторика. Практикум по решению задач: учебное пособие / В. Л. Топунов ; под редакцией В. И. Нечаев, В. Г. Чирский. — 2-е изд. — Москва: Московский педагогический государственный университет, 2016. — 88 с. — ISBN 978-5-4263-0330-0. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/72497.html>
3. Князьков В.С. Введение в теорию графов: учебное пособие / Князьков В.С., Волченская Т.В.. — Москва: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2021. — 76 с. — ISBN 978-5-4497-0917-2. — Текст: электронный // IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/102006.html>
4. Полякова, О. Р. Элементы теория графов и комбинаторики: учебное пособие / О. Р. Полякова. — Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2017. — 84 с. — ISBN 978-5-9227-0750-3. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/74358.html>

Дополнительная литература

1. Калитин, Д. В. Основы дискретной математики. Теория графов: практикум / Д. В. Калитин, О. С. Калитина. — Москва: Издательский Дом МИСиС, 2017. — 67 с. — ISBN 978-5-906846-68-6. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/78551.html>
2. Алексеев В.Е. Графы и алгоритмы : учебное пособие / Алексеев В.Е., Таланов В.А.. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 153 с. — ISBN 978-5-4497-0366-8. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/89434.html>
3. Жуков, А. Е. Элементы комбинаторики: учебное пособие / А. Е. Жуков, Д. А. Жуков. — Москва: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2014. — 104 с. — ISBN 978-5-7038-3752-8. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/31658.html>
4. Костюкова Н.И. Комбинаторные алгоритмы для программистов : учебное пособие / Костюкова Н.И.. — Москва, Саратов : Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 216 с. — ISBN 978-5-4497-0368-2. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/89441.html>
5. Храмова, Т. В. Дискретная математика. Элементы теории графов: учебное пособие / Т. В. Храмова. — Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2014. — 43 с. — Текст: электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART: [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/454>

7.2 Интернет-ресурсы, справочные системы

[http:// fcior.edu.ru](http://fcior.edu.ru) - Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов;

<http://elibrary.ru> - Научная электронная библиотека.

7.3. Информационные технологии, лицензионное программное обеспечение

Лицензионное программное обеспечение	Реквизиты лицензий/ договоров
Microsoft Azure Dev Tools for Teaching 1. Windows 7, 8, 8.1, 10 2. Visual Studio 2008, 2010, 2013, 2019 5. Visio 2007, 2010, 2013 6. Project 2008, 2010, 2013 7. Access 2007, 2010, 2013 и т. д.	Идентификатор подписчика: 1203743421 Срок действия: 30.06.2022 (продление подписки)
MS Office 2003, 2007, 2010, 2013	Сведения об Open Office: 63143487, 63321452, 64026734, 6416302, 64344172, 64394739, 64468661, 64489816, 64537893, 64563149, 64990070, 65615073 Лицензия бессрочная
Антивирус Dr.Web Desktop Security Suite	Лицензионный сертификат Серийный № 8DVG-V96F-H8S7-NRBC договор №441 от 21.09.23 Срок действия: с 22.09.2023 до 22.09.2024
Цифровой образовательный ресурс IPRsmart	Лицензионный договор № 10423/23П от 30.06.2023 г. Срок действия: с 01.07.2023 г. до 01.07.2024г.

Свободное программное обеспечение: WinDjView, Sumatra PDF, 7-Zip

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

8.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа.

Специализированная мебель:

Кафедра настольная – 1 шт., стол преподавательский – 1 шт., стул мягкий – 1 шт., парты – 16 шт., стулья – 32 шт., доска меловая – 1 шт., шкаф двухдверный – 1 шт.

Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации:

Экран на штативе – 1 шт.

Проектор – 1 шт.

Ноутбук – 1 шт.

2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Специализированная мебель:

Кафедра настольная – 1 шт., доска меловая – 1 шт., стулья – 65 шт., парты – 34 шт.

Технические средства обучения, служащие для предоставления учебной информации большой аудитории:

Экран на штативе – 1 шт.

Проектор – 1 шт.

Ноутбук – 1 шт.

3. Помещение для самостоятельной работы.

Отдел обслуживания печатными изданиями

Специализированная мебель: Рабочие столы на 1 место – 21 шт. Стулья – 55 шт. Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации: экран настенный – 1 шт.

Проектор – 1шт. Ноутбук – 1 шт.

Информационно-библиографический отдел.

Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место - 6 шт. Стулья - 6 шт.

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «СевКавГА»:

Персональный компьютер – 1 шт. Сканер – 1 шт. МФУ – 1 шт. Отдел обслуживания электронными изданиями Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место – 24 шт. Стулья – 24 шт.

Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации:

Интерактивная система - 1 шт. Монитор – 21 шт. Сетевой терминал -18 шт. Персональный компьютер -3 шт. МФУ – 2 шт. Принтер –1 шт.

4. Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Специализированная мебель: Шкаф – 1 шт., стул - 2 шт., кресло компьютерное – 2 шт., стол угловой компьютерный – 2 шт., тумбочки с ключом – 2 шт. Учебное пособие (персональный компьютер в комплекте) – 2 шт.

8.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся

1. Рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.
2. Рабочие места обучающихся оснащенные компьютером с доступом в сеть «Интернет», предназначенные для работы в цифровом образовательном ресурсе.

8.3. Требования к специализированному оборудованию нет

9. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

Для обеспечения образования инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается (в случае необходимости) адаптированная образовательная программа, индивидуальный учебный план с учетом особенностей их психофизического развития и состояния здоровья, в частности применяется индивидуальный подход к освоению дисциплины, индивидуальные задания: рефераты, письменные работы и, наоборот, только устные ответы и диалоги, индивидуальные консультации, использование диктофона и других записывающих средств для воспроизведения лекционного и семинарского материала.

В целях обеспечения обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья комплектуется фонд основной учебной литературой, адаптированной к ограничению электронных образовательных ресурсов, доступ к которым организован в БИЦ Академии. В библиотеке проводятся индивидуальные консультации для данной категории пользователей, оказывается помощь в регистрации и использовании сетевых и локальных электронных образовательных ресурсов, предоставляются места в читальном зале.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине Теория графов и комбинаторика

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Теория графов и комбинаторика

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Индекс	Формулировка компетенции
ОПК - 2	Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем

2. Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий. Изучение каждого раздела (темы) предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций обучающимися.

Этапность формирования компетенций прямо связана с местом дисциплины в образовательной программе.

Разделы (темы) дисциплины	Формируемые компетенции (коды)
	ОПК-2
Раздел 1. Комбинаторика	
Тема 1.1 Выборки. Основные формулы комбинаторики	+
Тема 1.2 Бином Ньютона	+
Тема 1.3 Формулы включений-исключений	+
Раздел 2. Рекуррентные соотношения	
Тема 2.1 Линейные рекуррентные соотношения	+
Тема 2.2. Числа Фибоначчи	+
Раздел 3. Производящие функции	
Тема 3.1 Основные понятия производящих функций	+
Тема 3.2 Применение производящих функций при решении комбинаторных задач	+
Раздел 4. Теория графов	
Тема 4.1 Основные понятия теории графов	+
Тема 4.2 Матрицы, ассоциированные с графом.	+
Тема 4.3 Метрические характеристики графа.	+
Раздел 5. Инварианты графа	
Тема 5.1 Операции над графами	+
Тема 5.2 Инварианты графа	+
Раздел 6. Деревья и леса.	
Тема 6.1 Понятие дерева, леса, паросочетания	+
Тема 6.2 Формулы Кэли и Кирхгофа	+
Тема 6.3 Алгоритмы Прима и Краскала	+
Раздел 7. Обходы графа	

Тема 7.1 Эйлеровы графы	+
Тема 7.2 Гамильтоновы графы	+
Раздел 8. Планарность	
Тема 8.1 Плоские и планарные графы	+

3. Показатели, критерии и средства оценивания компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины

ОПК-2 Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем

Индикаторы компетенции	достижения	Критерии оценивания результатов обучения				Средства оценивания результатов обучения	
		неудовлетв	удовлетв	хорошо	отлично	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
ОПК-2.1	Выбирает, дорабатывает математические методы и модели для решения исследовательских и проектных задач	Допускает существенные ошибки в знаниях математических методов и моделей для решения исследовательских и проектных задач теории графов	Демонстрирует частичные знания математических методов и моделей для решения исследовательских и проектных задач теории графов	Демонстрирует сформированные, но имеющие отдельные пробелы знания математических методов и моделей для решения исследовательских и проектных задач теории графов	Демонстрирует сформированные знания математических методов и моделей для решения исследовательских и проектных задач теории графов	контрольные вопросы, тестирование, индивидуальные задания к практическим занятиям.	Зачет .
ОПК-2.2	Осуществляет проверку адекватности моделей, анализирует результаты моделирования, оценивает надежность и качество функционирования систем	Имеет частично освоенное умение применять правила и формулы комбинаторики; анализирует результаты моделирования, оценивает надежность и качество функционирования систем в теории графов .	Демонстрирует в целом удовлетворительные, но не систематизированные умения применять правила и формулы комбинаторики; анализирует результаты моделирования, оценивает надежность и качество функционирования систем в теории графов	Демонстрирует в целом хорошие, но содержащие отдельные пробелы умения применять правила и формулы комбинаторики анализирует результаты моделирования, оценивает надежность и качество функционирования систем в теории графов	Демонстрирует умения применять правила и формулы комбинаторики; анализирует результаты моделирования, оценивает надежность и качество функционирования систем в теории графов	контрольные вопросы, тестирование, индивидуальные задания к практическим занятиям	Зачет .
ОПК-2.3	Систематизирует математические методы и осуществляет выбор использования их при решении различных оптимизационных задач	Фрагментарно владеет навыками систематизации математических методов и осуществляет выбор использования их при решении различных оптимизационных задач теории графов	Владеет отдельными навыками систематизации математических методов и осуществляет выбор использования их при решении различных оптимизационных задач теории графов	Демонстрирует в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков систематизации математических методов и осуществляет выбор использования их при решении различных оптимизационных задач теории графов	Демонстрирует владение навыками систематизации математических методов и осуществляет выбор использования их при решении различных оптимизационных задач теории графов	контрольная работа, тестирование, индивидуальные задания к практическим занятиям .	Зачет

4. Комплект контрольно-оценочных средств по дисциплине

Вопросы к зачету

по дисциплине Теория графов и комбинаторика

1. Основные понятия комбинаторики. Выборки: упорядоченные и неупорядоченные, без повторений и с повторениями. Размещения, перестановки, сочетания и формулы подсчета их количества.
2. Бином Ньютона. Основные элементарные формулы подсчета числа различных комбинаций. Правило произведения, правило суммы и их обобщения. Свойства биномиальных коэффициентов.
3. Формулы включения-исключения. Рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи, числа Каталана.
4. Определение графа и его графическое представление. Понятие инцидентности и смежности. Определение графов: полного, двудольного, звезды. Изоморфизм графов. Формулы подсчета число помеченных и непомеченных графов.
5. Части графа: подграф, суграф. Маршруты, цепи, циклы, компоненты. Определение связности графа.
6. Степени вершин графа. Теорема о числе вершин нечетной степени. Лемма о рукопожатиях.
7. Ориентированные графы и мультиграфы. Определение основных понятий.
8. Матрицы, ассоциированные с графом. Определение изоморфизма в терминах матриц.
9. Метрические характеристики графов. Определение расстояния, эксцентриситета, диаметра, радиуса и центра графа.
10. Операции над графами. Дополнительный граф. Стягивание ребра. Расщепление вершин. Раскраска вершин.
11. Инварианты графа. Вектор степеней. Число внешней устойчивости (плотности) графа, число внутренней устойчивости (неплотности) графа. Хроматическое число. Число компонент связности. Клика и число Хадвигера.
12. Деревья и леса. Остов минимального веса. Алгоритм Прима и Краскала.
13. Реберные покрытия. Паросочетания.
14. Обходы. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера. Алгоритм Флери.
15. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости: теорема Хватала, теорема Оре, теорема Дирака, теорема Тата.

Контрольные вопросы

по дисциплине Теория графов и комбинаторика

Вопросы к разделу 1.

1. Основные понятия комбинаторики. Выборки: упорядоченные и неупорядоченные, без повторений и с повторениями. Размещения, перестановки, сочетания и формулы подсчета их количества.
2. Бином Ньютона. Основные элементарные формулы подсчета числа различных комбинаций. Правило произведения, правило суммы и их обобщения. Свойства биномиальных коэффициентов.

Вопросы к разделу 2.

1. Формулы включения-исключения. Рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи, числа Каталана.

Вопросы к разделу 3.

1. Определение графа и его графическое представление. Понятие инцидентности и смежности. Определение графов: полного, двудольного, звезды. Изоморфизм графов. Формулы подсчета число помеченных и непомеченных графов.
2. Части графа: подграф, суграф. Маршруты, цепи, циклы, компоненты. Определение связности графа.
3. Степени вершин графа. Теорема о числе вершин нечетной степени. Лемма о рукопожатиях.
4. Ориентированные графы и мультиграфы. Определение основных понятий.

Вопросы к разделу 4.

1. Ориентированные графы и мультиграфы. Определение основных понятий.
2. Матрицы, ассоциированные с графом. Определение изоморфизма в терминах матриц.
3. Метрические характеристики графов. Определение расстояния, эксцентриситета, диаметра, радиуса и центра графа.
4. Операции над графами. Дополнительный граф. Стягивание ребра. Расщепление вершин. Раскраска вершин.

Вопросы к разделу 5.

1. Инварианты графа. Вектор степеней. Число внешней устойчивости (плотности) графа, число внутренней устойчивости (неплотности) графа. Хроматическое число. Число компонент связности. Клика и число Хадвигера.

Вопросы к разделу 6.

1. Деревья и леса. Остов минимального веса. Алгоритм Прима и Краскала.
2. Реберные покрытия. Паросочетания.

Вопросы к разделу 7.

1. Обходы. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера. Алгоритм Флери.
2. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости: теорема Хватала, теорема Оре, теорема Дирака, теорема Тата.

Индивидуальные задания для практических занятий

по дисциплине «Теория графов и комбинаторика»

1. Решить задачу.

В-1. На школьный вечер танцев собрались ребята 9-х, 10-х и 11-х классов. Вести хоровод приглашаются 10 школьников. Сколькими способами можно составить хоровод при условии участия в нем хотя бы одного одиннадцатиклассника? (55)

В-2. На студенческий вечер собрались юноши и девушки 8 факультетов университета (в том числе математического и филологического). Для исполнения народных танцев приглашаются 10 обучающихся. Сколькими способами можно выбрать эту десятку при условии участия в ней хотя бы одного обучающегося математического и хотя бы одного обучающегося филологического факультета? (6435)

В-3. На Всемирный фестиваль молодежи прибыла молодежь пяти континентов мира. Возникла необходимость организовать делегацию из восьми представителей разных стран для оглашения клятвы борцов за мир. Сколькими способами можно было образовать делегацию при условии участия в ней представителей всех континентов? (35)

В-4. В гастрономе имеются конфеты трех наименований. Конфеты упакованы в коробки трех видов – для каждого наименования своя коробка. Сколькими способами можно заказать набор из пяти коробок? (21)

В-5. Сколько автомашин можно обеспечить 6-значными номерами? (10^6)

В-6. Сколько 5-значных чисел можно образовать из цифр 0 и 1? (16)

В-7. В одном государстве (сказочном) не найдется двух человек, у которых оказался бы одинаковый состав зубов: либо у них разное число зубов, либо зубов нет в разных местах. Оцените наибольшую численность населения в этом государстве, если максимальное число зубов у одного человека 32. (Не больше 2^{32})

В-8. Сколькими способами можно отослать 6 писем разным адресатам, если их будут разносить 3 курьера и заранее известно, какому курьеру какое достанется письмо? (729)

В-9. Четыре обучающихся сдают экзамен. Сколько может быть вариантов распределения оценок, если известно, что так или иначе все они экзамены сдали? (81)

В-10. Три парня и три девушки решили после окончания школы поступить на работу в своем родном городе. В городе имеются 3 завода, на которые берут только мужчин, 2 – где нужны женщины и 2 – которые принимают на работу и мужчин и женщин. Сколькими способами пять выпускников могут распределиться по заводам города? (2000)

В-11. Выпускнику средней школы, поступающему в вуз, нужно сдать экзамены и набрать на них не менее 17 баллов (двойки при этом получать нельзя). Сколько существует разных наборов экзаменационных оценок, дающих ему право поступления? (31)

В-12. Сколько разных по стоимости браслетов может составить ювелир из набора в 18 камней, если у него имеются 5 одинаковых по стоимости рубинов, 6 одинаковых по стоимости алмазов и 7 одинаковых по стоимости кусков янтаря? (30)

В-13. У мужа 12 сослуживцев: 5 женщин и 7 мужчин. У жены тоже 12: 7 женщин и 5 мужчин. За семейным столом помещаются 14 человек. Сколько разных компаний из 6 женщин и 6 мужчин могут они пригласить при условии участия 6 знакомых мужа и 6 знакомых жены? (267148)

В-14. Все участники туристической поездки владеют по крайней мере одним

иностранным языком. 6 из них владеют английским языком, 6 – немецким, 7 – французским, 4 – английским и немецким, 3 – немецким и французским, 2 – французским и английским. Один турист владеет английским, французским и немецким языками. Других туристов в группе нет. Сколько туристов владеет только английским языком, только французским? Сколько туристов в группе? (1; 3; 11)

В-15. Отряд из 92 школьников собрался в поход. Из них 47 приготовили бутерброды с колбасой, 38 – с сыром, 42 – с ветчиной, 28 – с колбасой и сыром, 31 – с колбасой и ветчиной, 26 – с сыром и ветчиной. Взяли с собой бутерброды всех сортов 25 школьников, а некоторые взяли только по бутылке молока. Сколько было таких, которые взяли только молоко? (25)

В-16. Найдите сумму всех четырехзначных чисел, которые получаются при перестановке цифр 1, 2, 3, 4. (66660)

В-17. Сколько чисел, меньших миллиона, можно записать с помощью цифр 8 и 9? (126)

В-18. Найдите сумму трехзначных чисел, которые можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4? (17760)

В-19. Города А и В соединяются двумя шоссейными дорогами, которые пересечены десятью проселочными. Сколькими разными способами можно добраться от А до В, чтобы ни разу не пересекать пройденный путь? (2048)

В-20. Имеется неограниченное количество монет по 10, 15 и 20 к. Сколькими способами можно образовать набор из 20 монет? (231)

В-21. На заседании научного студенческого общества присутствовали 52 обучающихся: по 13 обучающихся от 4 факультетов. Сколькими способами можно избрать правление общества в составе 4 лиц так, чтобы в состав правления вошли представители 3 факультетов? (316368)

В-22. По линейке расположено n предметов. Сколькими способами можно убрать 3 из них так, чтобы не были убраны рядом стоящие предметы? (C_{n-2}^3)

В-23. 5 белых шариков, 5 черных и 5 красных надо расположить по 3 ящикам так, чтобы в каждом ящике оказалось по 5 шариков. Сколькими способами это можно осуществить?

В-24. При закрытии пионерского фестиваля Прибалтийских республик в первый ряд президиума (из 9 мест) были приглашены 3 литовских, 3 латышских и 3 эстонских пионера. Сколькими способами их можно рассадить так, чтобы ни одна тройка представителей из одной республики не занимала трех соседних мест? (283824)

В-25. Сколько цифр понадобится для записи всех чисел от 1 до 999999 включительно? (888889)

2. В произвольном связном графе $G=(V, E)$, $|V|=10$, $|E|=20$ у которого ребра

$$e=(u, v) \text{ взвешены числами } w(e)=\frac{\deg u + \deg v}{\text{НОД}(\deg u, \deg v)}, \text{ найти:}$$

- минимальное остовное дерево с помощью алгоритма Краскала;
- минимальное остовное дерево с помощью алгоритма Прима;
- составить матрицу смежности и матрицу инцидентности;
- вычислить радиус и диаметр графа, указать центральные и периферийные вершины;
- построить дополнение для данного графа;
- найти все инварианты графа (вектор степеней графа, число внешней устойчивости, число внутренней устойчивости, хроматическое число, число компонент связности, число Хадвигера);
- найти не менее трех паросочетаний;
- проверить, является ли данный граф эйлеровым, если да, то найти эйлеров цикл;

и) является ли данный граф гамильтоновым, проверить одно из достаточных условий гамильтоновости графа.

Задания для контрольной работы

по дисциплине Теория графов и комбинаторика

«Комбинаторика»

Вариант №1.

1. Подсчитать и выписать все размещения без повторений из 4 по 3.
2. Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы в слове «математика»?
3. В пассажирском поезде 12 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что они поедут в различных вагонах?
4. Продаются 10 сортов открыток. Сколькими способами можно купить 8 открыток; 6 различных открыток?

Вариант №2.

1. Подсчитать и выписать все сочетания без повторений из 4 по 3.
2. Сколько различных расписаний при выборе из 11 дисциплин можно составить, если расписание одного дня включает 5 уроков?
3. Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы в слове «ручка»?
4. Продаются 8 видов книг. Сколькими способами можно купить 5 книг; 7 различных книг?

Вариант №3.

1. Подсчитать и выписать все размещения с повторений из 4 по 3.
2. Сколькими способами можно составить 3-цветный полосатый флаг, если имеется материал пяти различных цветов?
3. Четверо студентов сдают экзамен. Сколькими способами могут быть поставлены им оценки, если «неуд» не получил никто из них?
4. В группе из 12 человек нужно выбрать 2-х дежурных на 6 дней, причем каждый должен дежурить 1 раз.

Вариант №4.

1. Подсчитать и выписать все сочетания с повторений из 4 по 3.
2. Сколькими способами можно составить 3-цветный полосатый флаг, если имеется материал пяти различных цветов и одна полоса должна быть красной?
3. Сколько различных комбинаций появления герба или цифры может быть при n -кратном бросании монеты?
4. Рота состоит из 3-х офицеров, 6 сержантов и 60 рядовых. Сколькими способами можно выделить отряд из 2-х офицеров, 2-х сержантов и 20 рядовых

Вариант №5.

1. Подсчитать и выписать все перестановки по 4.
2. Сколько различных слов, каждое из которых содержит 4 буквы, можно составить из слова «выборы»?
3. Имеется 12 сортов газет. Сколькими способами можно выбрать 20 газет; 9 различных газет?
4. Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы в слове «карандаш»?

Вариант №6.

1. Подсчитать и выписать все размещения без повторений из 4 по 2.

2. 4 спортсмена должны поразить 8 мишеней каждый по две. Сколькими способами они могут распределить их между собой?
3. Комиссия состоит из председателя, зама и еще 5 человек. Сколькими способами можно распределить обязанности?
4. Номера трамвайных маршрутов обозначают двумя цветными фонарями. Какое количество различных маршрутов можно обозначить используя фонари 8 цветов?

Вариант №7.

1. Подсчитать и выписать все сочетания без повторов из 4 по 2.
2. В вазе стоят 10 красных и 4 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать 3 цветка из вазы?
3. Сколько различных слов можно получить, переставляя буквы в слове «компьютер»?
4. Команда из 5 человек выступает на соревнованиях по плаванию, в которых выступают еще 20 спортсменов. Сколькими способами могут быть распределены места, занятые членами этой команды?

Вариант № 8.

1. Подсчитать и выписать все сочетания без повторов из 5 по 4.
2. На школьный вечер танцев собрались ребята 9-х, 10-х и 11-х классов. Вести хоровод приглашаются 10 школьников. Сколькими способами можно составить хоровод при условии участия в нем хотя бы одного одиннадцатиклассника?
3. Из 10 роз и 8 георгинов нужно составить букет, содержащий 2 розы и 3 георгины. Сколько можно составить различных букетов?
4. Замок открывается только в том случае, если набран определенный трехзначный номер. Попытка состоит в том, что набирают наугад три цифры из заданных пяти. Угадать номер удалось только на последней из всех возможных попыток. Сколько попыток предшествовало удачной?

Вариант № 9.

1. Подсчитать и выписать все сочетания с повторениями из 5 по 4.
2. На студенческий вечер собрались юноши и девушки 8 факультетов университета (в том числе математического и филологического). Для исполнения народных танцев приглашаются 10 студентов. Сколькими способами можно выбрать эту десятку при условии участия в ней хотя бы одного студента математического и хотя бы одного студента филологического факультета?
3. В гастрономе имеются конфеты трех наименований. Конфеты упакованы в коробки трех видов – для каждого наименования своя коробка. Сколькими способами можно заказать набор из пяти коробок?
4. Сколько 5-значных чисел можно образовать из цифр 0 и 1?

Вариант № 10.

1. Подсчитать и выписать все размещения без повторов из 5 по 4.
2. Сколькими способами можно отослать 6 писем разным адресатам, если их будут разносить 3 курьера и заранее известно, какому курьеру какое достанется письмо?
3. Сколько чисел, меньших миллиона, можно записать с помощью цифр 8 и 9?
4. Отряд из 92 школьников собрался в поход. Из них 47 приготовили бутерброды с колбасой, 38 – с сыром, 42 – с ветчиной, 28 – с колбасой и сыром, 31 – с колбасой и ветчиной, 26 – с сыром и ветчиной. Взяли с собой бутерброды всех сортов 25 школьников, а некоторые взяли только по бутылке молока. Сколько было таких, которые взяли только молоко?

«Бином Ньютона»

Вариант №1.

1. Разложить по формуле бинома Ньютона: $(a + b)^{11}$.
2. Решить уравнение $P_x^2 \times C_x^{x-1} = 64$.
3. Сумма биномиальных коэффициентов разложения $\sum_{k=0}^{2n} C_{2n}^k$ равна 64. определить слагаемое, не содержащее x .

Вариант №2.

1. Разложить по формуле бинома Ньютона: $(a + b)^{12}$.
2. Решить уравнение $\frac{P_x^4}{P_{x+1}^3 - C_x^{x-4}} = \frac{24}{23}$.
3. Сумма биномиальных коэффициентов с нечетными номерами в разложении $\sum_{k=0}^n C_n^k$ равна 512. Найти слагаемое, не содержащее x .

Вариант №3.

1. Разложить по формуле бинома Ньютона: $(a + b)^{13}$.
2. Решить уравнение $\frac{P_x^5}{C_{x-2}^{x-5}} = 336$.
3. При каких значениях x четвертое слагаемое разложения $(5 + 2x)^6$ больше двух соседних с ним слагаемых?

Вариант №4.

1. Разложить по формуле бинома Ньютона: $(a + b)^{14}$.
2. Решить уравнение $P_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$.
3. Известно, что в разложении $\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt[10]{\frac{a^7}{b^3}}$ имеется член, содержащий ab . Найти этот член.

Вариант №5.

1. Разложить по формуле бинома Ньютона: $(a + b)^{15}$.
2. Решить уравнение $C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^3 = 7(x - 1)$.
3. Сумма коэффициентов второго и третьего слагаемых разложения $\sqrt{x^2} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$ равна 25,5. Написать член, не содержащий x .

Вариант №6.

1. Разложить по формуле бинома Ньютона: $(a + b)^6$.
2. Решить уравнение $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$.
3. Определить P_n^2 , если пятое слагаемое разложения $\sqrt{x} + \frac{1}{x}$ не зависит от x .

Вариант №7.

1. Разложить по формуле бинома Ньютона: $(a + b)^7$.

2. Решить уравнение $P_x^{x-3} = xP_{x-2}$.

3. В какую натуральную степень следует возвести бином $\frac{1}{\sqrt{2}} + 3$, чтобы отношение четвертого слагаемого разложения к третьему было равно $3\sqrt{2}$?

Вариант № 8.

1. Разложить по формуле бинома Ньютона: $(a + b)^8$.

2. Решить уравнение $\frac{P_{x+2}}{P_{x-4} P_3} = 210$.

3. Найти член разложения $\frac{a^x}{x^2} + \frac{a}{x^2}$, который содержит x^2 .

Вариант № 9.

1. Разложить по формуле бинома Ньютона: $(a + b)^9$.

2. Решить уравнение $P_{x+1}^{x-1} + 2P_{x-1} = \frac{30}{7}P_x$.

3. Биномиальные коэффициенты второго и девятого членов разложения

$\binom{x}{2} - \binom{x}{3}$ равны. Найти член разложения, не содержащий x .

Вариант № 10.

1. Разложить по формуле бинома Ньютона: $(a + b)^{10}$.

2. Решить уравнение $\hat{P}_x^3 - 2C_x^4 = 3\hat{P}_x^2$.

3. Найти номер члена разложения $(x + x^{-2})^2$, не содержащего x .

«Теория графов»

Нарисуйте произвольный связный неориентированный граф $G = (V, E)$, $|V| = 10$. В этом графе найти:

- 1) матрицу смежности;
- 2) матрицу инцидентности;
- 3) суграф;
- 4) простой цикл максимальной длины;
- 5) простую цепь максимальной длины;
- 6) радиус и диаметр графа, указать центральные и периферийные вершины;
- 7) дополнение для данного графа;

8) инварианты графа (вектор степеней графа, число внешней устойчивости, число внутренней устойчивости, хроматическое число, число компонент связности, число Хаддингера);

9) остовное дерево.

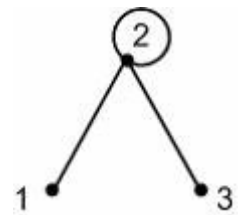
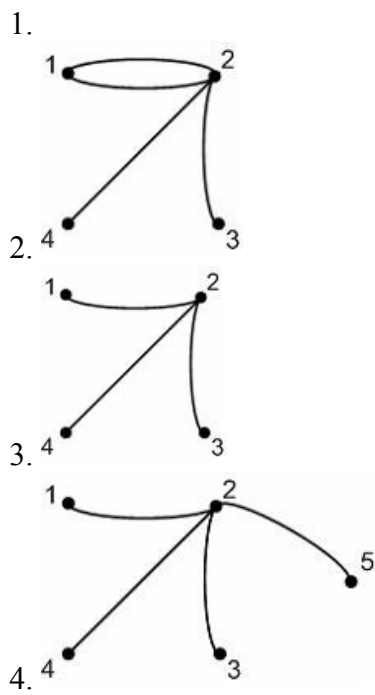
«Теория графов»

1. Для данного графа по матричной формуле Кирхгофа найти число остовных деревьев графа.
2. Для данного графа, у которого ребра $e = (u, v)$ взвешены числами $w(e) = \frac{\deg u + \deg v}{\text{НОД}(\deg u, \deg v)}$, найти минимальное остовное дерево:
 - а) с помощью алгоритма Краскала;
 - б) с помощью алгоритма Прима.

Тестовые вопросы и задания

по дисциплине Теория графов и комбинаторика

1. Сколькими способами можно выбрать 3 различных карандаша из имеющихся 5 карандашей разных цветов? _____
2. Сколько различных четырехзначных чисел можно образовать из цифр 1, 2, ..., 9, если все цифры в каждом четырехзначном числе различны? _____
3. Сколько различных наборов по 8 пирожных в каждом можно составить используя 4 сорта пирожных? _____
4. Буквы азбуки Морзе образуются как последовательность точек и тире. Сколько различных букв можно образовать если использовать 5 символов? _____
5. На полке стоят 30 книг. Сколькими способами можно их разместить? _____
6. В вазе стоят 10 красных и 5 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать из вазы пять гвоздик одного цвета?
 1. 50
 2. 253
 3. 105
 4. 25
7. Последовательностью Фибоначчи называется следующее рекуррентное соотношение:
 1. $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n, \quad u_1 = 1, u_2 = 2$
 2. $u_n = \sum_{i=0}^{n-1} u_i u_{n-1-i}, \quad u_0 = 1 \text{ для } n \geq 1$
 3. $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n, \quad u_2 = 6, u_3 = 10$
 4. $u_{n+2} = 6u_{n+1} - 9u_n, \quad u_1 = 1, u_2 = 3$
8. Реализацией неориентированного графа со множеством вершин $V = \{1, 2, 3, 4\}$ и ребер $E = \{(1, 2); (2, 3); (2, 4); (2, 2)\}$ является



9. Матрица смежности графа G , изображённого на рисунке, имеет вид...

1. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

10. Граф G задан следующей матрицей смежности:

0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0

Найти радиус $r(G)$ графа.

1. 2
2. 4
3. 3
4. 5

11. Граф G задан следующей матрицей смежности:

1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1

Найти диаметр $d(G)$ графа.

1. 2
2. 1
3. 3
4. 5

12. Пусть граф G с n вершинами является деревом. Тогда: (Выберите для G неверное утверждение)

1. Число ребер $m = n - 1$
2. Граф связный
3. Граф не содержит циклов
4. Граф содержит замкнутый маршрут

13. Раскраска вершин графа называется правильной если

1. все вершины окрашены, при чем смежные вершины получают одинаковые цвета;
2. окрашены только вершины полного подграфа;
3. все вершины окрашены, при чем смежные вершины получают различные цвета;
4. окрашены только висячие вершины;

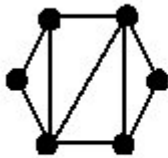
14. Число внутренней устойчивости или неплотность графа это

1. максимальное число попарно смежных вершин графа
2. минимальное число раскраски графа
3. максимальное число попарно несмежных вершин графа
4. максимальное число простых циклов в графе

15. Сколько граней у плоского графа:

1. 3
2. 4
3. 5
4. 2

16. Сколько граней у плоского графа:



1. 5
2. 4
3. 6
4. 3

17. Гамильтонова цепь – это цепь, содержащая

1. все ребра графа
2. каждую вершину графа ровно два раза
3. все вершины графа ровно один раз
4. все ребра и вершины графа

18. Эйлеров цикл – это цикл содержащий

1. все ребра графа, причем каждое ребро встречается ровно один раз
2. каждое ребро графа ровно два раза
3. все вершины графа ровно один раз
4. все ребра и вершины графа

19. Сколько остовных деревьев в полном помеченном 5-вершинном графе?

20. Граф G называется полным, если

1. каждая вершина инцидентна всем ребрам
2. число вершин равно числу ребер
3. любые два его ребра смежны
4. любые две его вершины смежны

21. В ориентированном графе

1. вершины – события
2. ребра – дуги
3. цепь – путь
4. цикл – контур

Что неверно?

22. Вершину, не принадлежащую ни одному ребру называют

1. изолированной
2. висячей
3. отдельной
4. концевой

23. Граф, у которого все вершины имеют одну и ту же степень, называется

1. двудольным
2. регулярным
3. звездным
4. хроматическим

24. Сколько ребер в полном графе с 20 вершинами? _____

25. Среди семи стран установлены экономические отношения, причем каждая страна имеет экономические договоры с каждой другой страной. Это можно изобразить в виде графа. Сколько ребер будет иметь граф? _____

26. Пусть $r(u, v)$ расстояние между вершинами u, v . Для фиксированной вершины u величина $e(u) = \max_{v \in V} r(u, v)$ называется

1. степенью вершины u ;
2. радиусом графа G ;
3. диаметром графа G ;
4. эксцентриситетом вершины u ;

27. Расстоянием между вершинами графа G называется

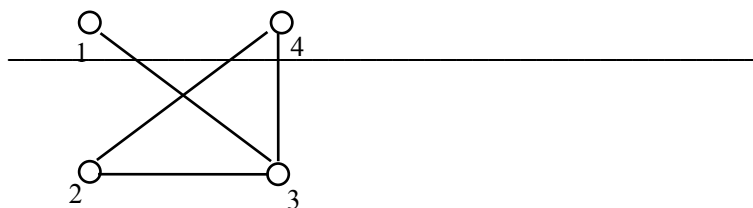
1. длина кратчайшей простой цепи;
2. длина кратчайшего маршрута;
3. число вершин, включая крайние;
4. длина наибольшей простой цепи;

28. Пусть дан граф $G = (V, E)$, у которого инварианты имеют значения: $S(G) = (3, 3, 3, 3)$; $j(G) = 4$, $\alpha(G) = 1$. Тогда граф $G = (V, E)$ это

1. 4-вершинный неполный граф;
2. 4-вершинный полный граф;
3. 3-вершинный неполный граф;
4. 3-вершинный полный граф;

29. . Хроматическое число для полного графа G с n вершинами равно _____

30. Для данного графа найти число все его остовных деревьев по формуле Кирхгофа.



5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания компетенции

5.1 Критерии оценивания ответа на зачете:

Оценка «**зачтено**» выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, содержащегося в основных и дополнительных рекомендованных литературных источниках, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы, за зачетную расчетно-графическую работу.

Оценка «**не зачтено**» – за незнание значительной части программного материала, за не зачетную контрольную работу

5.2 Критерии оценивания устного ответа на контрольные вопросы:

Оценка «**отлично**» выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

Оценка «**хорошо**» – за твердое знание основного (программного) материала, за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы.

Оценка «**удовлетворительно**» – за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала.

Оценка «**неудовлетворительно**» – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в материале, за незнание основных понятий дисциплины

5.3 Критерии оценивания качества выполнения индивидуальных заданий:

Оценка «**отлично**» выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, за умение четко, лаконично и логически последовательно применять теоретические положения при решении практических задач.

Оценка «**хорошо**» – за твердое знание основного (программного) материала, включая расчеты (при необходимости), за грамотное, без существенных неточностей умение применять теоретические положения для решения практических задач.

Оценка «**удовлетворительно**» – за общее знание только основного материала, за слабое применение теоретических положений при решении практических задач.

Оценка «**неудовлетворительно**» – за незнание значительной части программного материала, за неумение ориентироваться в расчетах, за незнание основных понятий дисциплины

5.4 Критерии оценивания контрольной работы:

Оценка «**зачтено**» выставляется обучающемуся за общее знание основного материала, включая расчеты (при необходимости), за грамотное умение применять теоретические положения для решения практических задач, за решение большей части заданий.

Оценка «**не зачтено**» выставляется обучающемуся за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в решении задач, за решение менее 20% задач.

5.5 Критерии оценивания тестирования

При тестировании все верные ответы берутся за 100%.

90%-100% отлично

75%-90% хорошо

60%-75% удовлетворительно

менее 60% неудовлетворительно