

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебной работе *Маш* Е.Ю. Нагорная

«16» 01 2026 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Уровень образовательной программы бакалавриат

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность(профиль) «Математические и информационные системы и технологии в астрономии»

Форма обучения: очная

Срок освоения ОП 4 года

Институт Цифровых технологий

Кафедра разработчик РПД Математика

Выпускающая кафедра Астрофизика

Начальник  
учебно-методического управления

*Л. У.*

Семенова Л. У.

Директор института ЦТ

*А. М.*

Кумратова А. М.

И. О. заведующего выпускающей кафедрой

*Г. Г.*

Валявин Г. Г.

г. Черкесск, 2026 г

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1</b>	<b>Цели освоения дисциплины</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Место дисциплины в структуре образовательной программы</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Структура и содержание дисциплины</b>	<b>7</b>
	4.1. Объем дисциплины и виды учебной работы	7
	4.2. Содержание дисциплины	8
	4.2.1. Разделы (темы) дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля	8
	4.2.2. Лекционный курс	9
	4.2.3. Лабораторный практикум	18
	4.2.4. Практические занятия	18
	4.3. Самостоятельная работа обучающегося	29
<b>5</b>	<b>Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине</b>	<b>32</b>
<b>6</b>	<b>Образовательные технологии</b>	<b>35</b>
<b>7</b>	<b>Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины</b>	<b>42</b>
	7.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы	42
	7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	47
	7.3. Информационные технологии, лицензионное программное обеспечение	47
<b>8</b>	<b>Материально-техническое обеспечение дисциплины</b>	<b>47</b>
	8.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий	47
	8.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся:	49
	8.3. Требования к специализированному оборудованию	49
<b>9</b>	<b>Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья</b>	<b>49</b>
	<b>Приложение 1. Фонд оценочных средств</b>	<b>50</b>

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» является овладение знаниями по разделам основного курса математического анализа и некоторым смежным разделам математики, а также расширение кругозора обучающихся-математиков в аспекте приложений математики. Для достижения этой цели решаются следующие задачи: углубляется понятие предела; обобщаются основные понятия математического анализа; моделируются деформации графиков функций; дается достаточно полное представление о применении методов математического анализа при решении прикладных задач; ознакомление обучающихся с теоретическими и практическими основами математического анализа; развитие логического и алгоритмического мышления; привитие обучающимся умения самостоятельно изучать литературу по математическому анализу. У обучающихся вырабатываются навыки к абстрагированию и строгому изложению мыслей. Рассматриваются задачи, допускающие решения с применением численного моделирования, развиваются навыки самостоятельной работы с научными текстами.

### Задачи дисциплины:

- формирование комплексных знаний об основах математического анализа;
- приобретение обучающимися навыков и умений по решению задач ;
- уметь интерпретировать основные понятия математического анализа на простых модельных примерах, применять методы дисциплины при решении задач, возникающих в других дисциплинах;
- владеть навыками применения современного инструментария дисциплины при решении задач, возникающих в других дисциплинах.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

2.1. Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части Блока 1 Дисциплины (модули) и имеет тесную связь с другими дисциплинами.

2.2. В таблице приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП.

### Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины
	Знания, полученные на предыдущем уровне образования	Дифференциальные уравнения Теория вероятностей и математическая статистика Численные методы Математическое моделирование в демографии Обработка изображений и сигналов Физика

### 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Планируемые результаты освоения образовательной программы (ОП) – компетенции обучающихся определяются требованиями стандарта по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика и формируются в соответствии с матрицей компетенций ОП

<b>№ п/п</b>	<b>Номер/ индекс компетенции</b>	<b>Наименование компетенции (или ее части)</b>	<b>В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:</b>
1	2	3	4
1.	ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук  ОПК-1.2 Использует в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук  ОПК-1.3 Осуществляет выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры*		
			№ 1	№2	№3
			часов	часов	часов
1		2	3	4	5
<b>Аудиторная контактная работа (всего)</b>		<b>216</b>	<b>72</b>	<b>72</b>	<b>72</b>
В том числе:					
Лекции (Л)		108	36	36	36
Практические занятия (ПЗ), Семинары (С)		108	36	36	36
Лабораторные работы (ЛР)		-	-	-	-
<b>Контактная внеаудиторная работа, в том числе:</b>		<b>6</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
Индивидуальные и групповые консультации		<b>6</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
<b>Самостоятельная работа (СРО)** (всего)</b>		<b>129</b>	<b>43</b>	<b>43</b>	<b>43</b>
<i>Расчетно-графические работы (РГР)</i>		39	13	13	13
<i>Подготовка к занятиям (ПЗ)</i>		30	10	10	10
Контрольная работа		30	10	10	10
<i>Подготовка к промежуточному контролю (ППК)</i>		30	10	10	10
<b>Промежуточная аттестация</b>	экзамен (Э)	<b>Э (81)</b>	<b>Э (27)</b>	<b>Э (27)</b>	<b>Э (27)</b>
	<b>в том числе:</b>				
	Прием экз., час.	1,5	0,5	0,5	0,5
	Консультация, час.	6	2	2	2
	СРО, час.	73,5	24,5	24,5	24,5
<b>ИТОГО:</b>	<b>часов</b>	<b>432</b>	<b>144</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
	<b>зач. ед.</b>	12	4	4	4
<b>Общая трудоемкость</b>					

## 4.2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.2.1. Разделы (темы) дисциплины, виды деятельности и формы контроля

#### Очная форма обучения

№ п/ п	Наименование раздела (темы) дисциплины	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу обучающихся (в часах)					Формы текущей и промежуточной аттестации
		Л	ЛР	ПЗ	СР О	всег о	
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Семестр 1</b>							
1.	Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной	12		12	10	34	Коллоквиум, контрольные вопросы, расчетно-графические работы.
2.	Раздел 2. Дифференцирование	12		12	10	34	Коллоквиум, контрольные вопросы, расчетно-графические работы.
3.	Раздел 3. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	12		12	23	47	Контрольные вопросы, тестирование, расчетно-графические работы.
4.	<b>Промежуточная аттестация</b>					<b>27</b>	<b>Экзамен</b>
	<b>Контактная внеаудиторная работа</b>					<b>2</b>	<b>индивидуальные и групповые консультации</b>
<b>Итого в 1 семестре</b>		<b>36</b>	<b>-</b>	<b>36</b>	<b>43</b>	<b>144</b>	
<b>Семестр 2</b>							
5.	Раздел 4. Неопределенный интеграл	8		10	10	28	Контрольные вопросы
6	Раздел 5. Определенный интеграл	8		8	10	26	Коллоквиум, контрольные вопросы, расчетно-графические работы.
7	Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	4		4	2	10	Коллоквиум, контрольные вопросы
8	Раздел 7. Ряды	10		8	7	25	Коллоквиум, контрольные вопросы, тестирование

9	Раздел 8. Ряды Фурье	6		6	14	26	Коллоквиум, контрольные вопросы, тестирование, расчетно-графические работы.
10	<b>Промежуточная аттестация</b>					<b>27</b>	<b>Экзамен</b>
	<b>Контактная внеаудиторная работа</b>					<b>2</b>	<b>индивидуальные и групповые консультации</b>
<b>Итого во 2 семестре</b>		<b>36</b>		<b>36</b>	<b>43</b>	<b>144</b>	
<b>Семестр 3</b>							
13	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	36		36	43	115	Коллоквиум, контрольные вопросы, тестирование, расчетно-графические работы.
14	<b>Промежуточная аттестация</b>					<b>27</b>	<b>Экзамен</b>
15	Контактная внеаудиторная работа					<b>2</b>	индивидуальные и групповые консультации
<b>Итого в 3 семестре</b>		<b>36</b>		<b>36</b>	<b>43</b>	<b>144</b>	
<b>ВСЕГО часов:</b>		<b>108</b>		<b>108</b>	<b>129</b>	<b>432</b>	

#### 4.2.2. Лекционный курс

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы лекции	Содержание лекции	Всего часов
1	2	3	4	5
<b>Семестр 1</b>				
1.	Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной	Тема 1.1 Вещественные числа	Множества. Обозначения, логические символы, вещественные числа и их основные свойства, геометрическое изображение вещественных чисел, изображение вещественных чисел точками на координатной прямой,	<b>2</b>

			некоторые наиболее употребительные числовые множества, грани числовых множеств, абсолютная величина числа.	
2.	Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной	Тема 1.2 Предел последовательности	Числовые последовательности, сходящиеся последовательности, предельный переход в неравенствах, монотонные последовательности, число $\epsilon$ , теорема о вложенных отрезках.	<b>4</b>
3.	Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной	Тема 1.3 Функции одной переменной	Понятие функции, предел функции, теоремы о пределах функций, два замечательных предела, бесконечно малые и бесконечно большие функции, сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций, понятие непрерывности функций, непрерывность некоторых элементарных функций, классификация точек разрыва функции, основные свойства непрерывных функций, понятие сложной функции, понятие обратной функции	<b>6</b>
4.	Раздел 2. Дифференцирование	Тема 2.1 Понятие производной. Понятие дифференцируемости функции. Понятие дифференциала. Правила дифференцирования	Определение производной, геометрический смысл производной, физический смысл производной, правая и левая производные,	<b>4</b>

		суммы, разности, произведения и частного	понятие дифференцируемости функции, понятие дифференцируемости функции в данной точке, связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности, определение и геометрический смысл дифференциала, приближенные вычисления с помощью дифференциала, правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного	
5.	Раздел 2. Дифференцирование	Тема 2.2 Вычисление производных постоянной, степенной, тригонометрических функций и логарифмической функции. Теорема о производной обратной функции.	Производная постоянной функции, производная степенной функции, производные тригонометрических функций, производная логарифмической функции, теорема о производной обратной функции, вычисление производных показательной функции и обратных тригонометрических функций, правило дифференцирования сложной функции, логарифмическая производная, производная степенной функции с любым вещественным показателем, таблица производных простейших	<b>4</b>

			элементарных функций .	
6.	Раздел 2. Дифференцирование	Тема 2.3 Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функции и ее дифференцирование.	Понятие производной $n$ -го порядка, формулы для $n$ -х производных некоторых функций, формула Лейбница для $n$ -й производной произведения двух функций, дифференциалы высших порядков, Параметрическое задание функции, дифференцирование функции, заданной параметрически	<b>4</b>
7.	Раздел 3. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	Тема 3.1 Основные теоремы дифференциального исчисления . Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя	Основные теоремы дифференциального исчисления, раскрытие неопределенностей, правило Лопиталя, раскрытие неопределенности вида $0/0$ , раскрытие неопределенности вида $\infty/\infty$ , другие виды неопределенностей и их раскрытие	<b>4</b>
8.	Раздел 3. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	Тема 3.2 Формула Тейлора	Формула Тейлора, другая запись формулы Тейлора и остаточного члена, формула Маклорена, разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена , использование формулы Маклорена для вычисления пределов, вычисление числа $e$	<b>4</b>
9.	Раздел 3. Применение дифференциального исчисления к исследованию	Тема 3.3 Исследование поведения функций и построение графиков	Признак монотонности функции, отыскание точек локального	<b>4</b>

	функций		экстремума функции, направление выпуклости и точки перегиба графика функции, асимптоты графика функции, схема исследования графика функции	
<b>ИТОГО часов в 1 семестре: 36</b>				
<b>Семестр 2</b>				
10.	Раздел 4. Неопределенный интеграл	Тема 4.1. Первообразная и неопределенный интеграл	Понятие первообразной функции, неопределенный интеграл	<b>2</b>
11.	Раздел 4. Неопределенный интеграл	Тема 4.2 . Основные свойства неопределенного интеграла Таблица основных интегралов	Основные свойства неопределенного интеграла Таблица основных интегралов	
12.	Раздел 4. Неопределенный интеграл	Тема 4.3. Основные методы интегрирования	Непосредственное интегрирование. Метод подстановки. Метод интегрирования по частям	
13.	Раздел 4. Неопределенный интеграл	Тема 4.4. Интегрирование рациональных . иррациональных и трансцендентных функций	Интегралы вида $\int R\left(x^m \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}\right) dx$ $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$ $\int R(\sin x, \cos x) dx$ $\int R(e^x) dx$	<b>2</b>
14.	Раздел 5. Определенный интеграл.	Тема 5.1. Определение определенного интеграла	Условия существования определенного интеграла. Ограниченность интегрируемой функции . Суммы Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Необходимое и достаточное условие интегрируемости	<b>2</b>
15.	Раздел 5. Определенный	Тема 5.2 Основные	Оценки интегралов.	<b>2</b>

	интеграл.	свойства определенного интеграла	Формула среднего значения: Оценки интегралов ; формула среднего значения . Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона—Лейбница Замена переменной в определенном интеграле . Формула интегрирования по частям в определенном интеграле	
16.	Раздел 5. Определенный интеграл.	Тема 5.3 Некоторые физические и геометрические приложения определенного интеграла	Площадь криволинейной трапеции . Площадь криволинейного сектора. Длина дуги кривой . Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения. Работа переменной силы.	<b>2</b>
17.	Раздел 5. Определенный интеграл.	Тема 5.4 Несобственные интегралы	Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования .Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признак сходимости несобственных интегралов . Пример использования несобственного интеграла	<b>2</b>
18.	Раздел 5. Определенный интеграл.	Тема 5.5 Приближенное вычисление определенных интегралов	Формула трапеций. Формула парабол.	<b>2</b>
19.	Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	Тема 6.1 Предел и непрерывность функций нескольких переменных	Понятие функции нескольких переменных .Вводные замечания . Определение функции двух и более переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных. Предел функции двух переменных.	<b>2</b>

			Непрерывность функции двух переменных. Определение непрерывности функции двух переменных. Основные свойства непрерывных функций двух переменных	
20.	Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	Тема 6.2 . Частные производные . Понятие дифференцируемости функции	Определение дифференцируемости . Необходимые условия дифференцируемости. Достаточные условия дифференцируемости. Производные сложных функций	<b>2</b>
21.	Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	Тема 6.3 Дифференциал функции	Определение дифференциала . Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала	<b>2</b>
22.	Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	Тема 6.4 Производная по направлению. Градиент	Частные производные и дифференциалы высших порядков . Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков . Формула Тейлора для функции двух переменных	<b>2</b>
23.	Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	Тема 6.5 Экстремумы функции двух переменных	Определение экстремума. Необходимые условия экстремума Достаточные условия экстремума. Метод наименьших квадратов	<b>2</b>
24.	Раздел 7. Ряды	Тема 7.1 Понятие числового ряда	Основные определения . Свойства сходящихся рядов . Необходимое условие сходимости ряда	<b>2</b>
25.	Раздел 7. Ряды	Тема 7.2 Ряды с неотрицательными членами. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов	Ряды с неотрицательными членами. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость	<b>2</b>

			рядов	
26.	Раздел 7. Ряды	Тема 7.3 Степенные ряды	Определение и общие замечания . Интервал сходимости степенного ряда . Свойства степенных рядов . Разложение функций в степенные ряды	<b>2</b>
27.	Раздел 8. Ряды Фурье	Тема 8.1 Тригонометрический ряд и его основные свойства	Тригонометрический ряд и его основные свойства	<b>2</b>
28.	Раздел 8. Ряды Фурье	Тема 8.2 Ряд Фурье	Ряд Фурье	<b>2</b>
29.	Раздел 8. Ряды Фурье	Тема 8.3 Сходимость ряда Фурье	Сходимость ряда Фурье. Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье с периодом	<b>2</b>
<b>ИТОГО часов во 2 семестре: 36</b>				
<b>Семестр 3</b>				
30.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.1 Двойные интегралы	Определение и условия существования двойного интеграла . Геометрический смысл двойного интеграла . Свойства двойного интеграла . Сведение двойного интеграла к повторному. Случай прямоугольной области . Случай криволинейной области . Замена переменных в двойном интеграле	<b>2</b>
31.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.2 Некоторые геометрические и физические приложения двойных интегралов	Вычисление объема . Вычисление площади. Вычисление площади поверхности. Вычисление массы пластинки. Вычисление координат центра масс пластинки. Вычисление момента инерции пластинки.	<b>2</b>

32.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.3 Криволинейные интегралы	Определение криволинейного интеграла первого рода. Вычисление криволинейных интегралов первого рода . Определение криволинейного интеграла второго рода. Вычисление криволинейных интегралов второго рода. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода .	<b>2</b>
33.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.4 Формула Грина	Формула Грина	<b>2</b>
34.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.5 Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования	Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования	<b>2</b>
35.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.6. Интегрирование полных дифференциалов	Интегрирование полных дифференциалов	<b>2</b>
36.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.7 Некоторые приложения криволинейных интегралов второго рода	Вычисление площади с помощью формулы Грина. Работа силы.	<b>4</b>
37.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.8 Тройные интегралы	Определение тройного интеграла . Вычисление тройных интегралов. Замена переменных в тройном интеграле . Некоторые приложения тройных интегралов .	<b>2</b>
38.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.9 Поверхностные интегралы	Определение поверхностного интеграла первого рода. Вычисление поверхностных интегралов первого рода. Определение поверхностного интеграла второго рода. Вычисление	<b>2</b>

			поверхностных интегралов второго рода. Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода.	
39.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.10 Формула Остроградского	Формула Остроградского	<b>4</b>
40.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9. 11. Формула Стокса	Формула Стокса	<b>4</b>
41.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.12 Скалярное и векторное поля	Скалярное поле. Векторное поле. Потенциальное поле	<b>4</b>
42.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.13 Задача о потоке векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор . Оператор Гамильтона .	Задача о потоке векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор. Оператор Гамильтона.	<b>4</b>
<b>ИТОГО часов в 3 семестре: 36</b>				
<b>ВСЕГО часов: 162</b>				

#### 4.2.3. Лабораторный практикум (не предусмотрено)

#### 4.2.4. Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование практического занятия	Содержание практического занятия	Всего часов
1	2	3	4	5
<b>Семестр 1</b>				
43.	Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной	Тема 1.1 Вещественные числа	Множества. Обозначения, логические символы, вещественные числа и их основные свойства , геометрическое изображение вещественных чисел, изображение вещественных чисел точками на координатной прямой, некоторые наиболее употребительные числовые множества,	<b>2</b>

			границы числовых множеств, абсолютная величина числа.	
44.	Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной	Тема 1.2 Предел последовательности	Числовые последовательности, сходящиеся последовательности, предельный переход в неравенствах, монотонные последовательности, число $\epsilon$ , теорема о вложенных отрезках.	<b>4</b>
45.	Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной	Тема 1.3 Функции одной переменной	Понятие функции, предел функции, теоремы о пределах функций, два замечательных предела, бесконечно малые и бесконечно большие функции, сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций, понятие непрерывности функций, непрерывность некоторых элементарных функций, классификация точек разрыва функции, основные свойства непрерывных функций, понятие сложной функции, понятие обратной функции	<b>6</b>
46.	Раздел 2. Дифференцирование	Тема 2.1 Понятие производной. Понятие дифференцируемости функции. Понятие дифференциала. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного	Определение производной, геометрический смысл производной, физический смысл производной, правая и левая производные, понятие дифференцируемости функции, понятие дифференцируемости	<b>4</b>

			<p>функции в данной точке, связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности, определение и геометрический смысл дифференциала, приближенные вычисления с помощью дифференциала, правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного</p>	
47.	Раздел 2. Дифференцирование	Тема 2.2 Вычисление производных постоянной, степенной, тригонометрических функций и логарифмической функции. Теорема о производной обратной функции.	<p>Производная постоянной функции, производная степенной функции, производные тригонометрических функций, производная логарифмической функции, теорема о производной обратной функции, вычисление производных показательной функции и обратных тригонометрических функций, правило дифференцирования сложной функции, логарифмическая производная, производная степенной функции с любым вещественным показателем, таблица производных простейших элементарных функций.</p>	<b>4</b>
48.	Раздел 2. Дифференцирование	Тема 2.3 Производные и дифференциалы высших порядков.	Понятие производной $n$ -го порядка, формулы	<b>4</b>

		<p>Параметрическое задание функции и ее дифференцирование.</p>	<p>для <math>n</math>-х производных некоторых функций, формула Лейбница для <math>n</math>-й производной произведения двух функций, дифференциалы высших порядков, Параметрическое задание функции, дифференцирование функции, заданной параметрически</p>	
49.	<p>Раздел 3. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций</p>	<p>Тема 3.1 Основные теоремы дифференциального исчисления . Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя</p>	<p>Основные теоремы дифференциального исчисления, раскрытие неопределенностей, правило Лопиталя, раскрытие неопределенности вида <math>0/0</math>, раскрытие неопределенности вида <math>\infty/\infty</math>, другие виды неопределенностей и их раскрытие</p>	<b>4</b>
50.	<p>Раздел 3. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций</p>	<p>Тема 3.2 Формула Тейлора</p>	<p>Формула Тейлора, другая запись формулы Тейлора и остаточного члена, формула Маклорена, разложение некоторых элементарных функций по формуле Маклорена , использование формулы Маклорена для вычисления пределов, вычисление числа <math>e</math></p>	<b>4</b>
51.	<p>Раздел 3. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций</p>	<p>Тема 3.3 Исследование поведения функций и построение графиков</p>	<p>Признак монотонности функции, отыскание точек локального экстремума функции, направление выпуклости и точки перегиба графика функции , асимптоты графика функции,</p>	<b>4</b>

			схема исследования графика функции	
<b>ИТОГО часов в 1 семестре: 36</b>				
<b>Семестр 2</b>				
52.	Раздел 4. Неопределенный интеграл	Тема 4.1. Первообразная и неопределенный интеграл	Понятие первообразной функции, неопределенный интеграл	<b>2</b>
53.	Раздел 4. Неопределенный интеграл	Тема 4.2 . Основные свойства неопределенного интеграла Таблица основных интегралов	Основные свойства неопределенного интеграла Таблица основных интегралов	
54.	Раздел 4. Неопределенный интеграл	Тема 4.3. Основные методы интегрирования	Непосредственное интегрирование. Метод подстановки. Метод интегрирования по частям	
55.	Раздел 4. Неопределенный интеграл	Тема 4.4. Интегрирование рациональных . иррациональных и трансцендентных функций	Интегралы вида $\int R\left(x^m\sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)dx$  $\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})dx$  $\int R(\sin x, \cos x)dx$ $\int R(e^x)dx$	<b>4</b>
56.	Раздел 5. Определенный интеграл.	Тема 5.1. Определение определенного интеграла	Условия существования определенного интеграла. Ограниченность интегрируемой функции . Суммы Дарбу. Свойства сумм Дарбу. Необходимое и достаточное условие интегрируемости	<b>2</b>
57.	Раздел 5. Определенный интеграл.	Тема 5.2 Основные свойства определенного интеграла	Оценки интегралов. Формула среднего значения: Оценки интегралов ; формула среднего значения . Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона—Лейбница Замена переменной в определенном интеграле . Формула интегрирования по частям в определенном	

			интеграле	
58.	Раздел 5. Определенный интеграл.	Тема 5.3 Некоторые физические и геометрические приложения определенного интеграла	Площадь криволинейной трапеции . Площадь криволинейного сектора. Длина дуги кривой . Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения. Работа переменной силы.	<b>2</b>
59.	Раздел 5. Определенный интеграл.	Тема 5.4 Несобственные интегралы	Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования .Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признак сходимости несобственных интегралов . Пример использования несобственного интеграла	<b>2</b>
60.	Раздел 5. Определенный интеграл.	Тема 5.5 Приближенное вычисление определенных интегралов	Формула трапеций. Формула парабол.	<b>2</b>
61.	Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	Тема 6.1 Предел и непрерывность функций нескольких переменных	Понятие функции нескольких переменных .Вводные замечания . Определение функции двух и более переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных. Определение непрерывности функции двух переменных. Основные свойства непрерывных функций двух переменных	<b>2</b>
62.	Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	Тема 6.2 . Частные производные . Понятие дифференцируемости функции	Определение дифференцируемости . Необходимые условия дифференцируемости. Достаточные условия	<b>2</b>

			дифференцируемости. Производные сложных функций	
63.	Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	Тема 6.3 Дифференциал функции	Определение дифференциала . Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала	2
64.	Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	Тема 6.4 Производная по направлению. Градиент	Частные производные и дифференциалы высших порядков . Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков . Формула Тейлора для функции двух переменных	2
65.	Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	Тема 6.5 Экстремумы функции двух переменных	Определение экстремума. Необходимые условия экстремума Достаточные условия экстремума. Метод наименьших квадратов	2
66.	Раздел 7. Ряды	Тема 7.1 Понятие числового ряда	Основные определения . Свойства сходящихся рядов . Необходимое условие сходимости ряда	2
67.	Раздел 7. Ряды	Тема 7.2 Ряды с неотрицательными членами. Знакопередающие ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов	Ряды с неотрицательными членами. Знакопередающие ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов	2
68.	Раздел 7. Ряды	Тема 7.3 Степенные ряды	Определение и общие замечания . Интервал сходимости степенного ряда . Свойства степенных рядов . Разложение функций в степенные ряды	2
69.	Раздел 8. Ряды Фурье	Тема 8.1 Тригонометрический ряд и его основные свойства	Тригонометрический ряд и его основные свойства	2
70.	Раздел 8. Ряды Фурье	Тема 8.2 Ряд Фурье	Ряд Фурье	2

71.	Раздел 8. Ряды Фурье	Тема 8.3 Сходимость ряда Фурье	Сходимость ряда Фурье . Ряды Фурье для четных и нечетных функций. Ряд Фурье с периодом.	<b>2</b>
<b>ИТОГО часов во 2 семестре: 36</b>				
<b>Семестр 3</b>				
72.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.1 Двойные интегралы	Определение и условия существования двойного интеграла . Геометрический смысл двойного интеграла . Свойства двойного интеграла . Сведение двойного интеграла к повторному. Случай прямоугольной области . Случай криволинейной области . Замена переменных в двойном интеграле	<b>4</b>
73.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.2 Некоторые геометрические и физические приложения двойных интегралов	Вычисление объема . Вычисление площади. Вычисление площади поверхности. Вычисление массы пластинки. Вычисление координат центра масс пластинки. Вычисление момента инерции пластинки.	<b>2</b>
74.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.3 Криволинейные интегралы	Определение криволинейного интеграла первого рода. Вычисление криволинейных интегралов первого рода . Определение криволинейного интеграла второго рода. Вычисление криволинейных интегралов второго рода. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.	<b>4</b>
75.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.4 Формула Грина	Формула Грина	<b>2</b>
76.	Раздел 9.	Тема 9.5 Условия	Условия независимости	<b>2</b>

	Интегрирование функций нескольких переменных	независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования	криволинейного интеграла от пути интегрирования	
77.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.6. Интегрирование полных дифференциалов	Интегрирование полных дифференциалов	2
78.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.7 Некоторые приложения криволинейных интегралов второго рода	Вычисление площади с помощью формулы Грина. Работа силы.	2
79.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.8 Тройные интегралы	Определение тройного интеграла . Вычисление тройных интегралов. Замена переменных в тройном интеграле . Некоторые приложения тройных интегралов .	4
80.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.9 Поверхностные интегралы	Определение поверхностного интеграла первого рода. Вычисление поверхностных интегралов первого рода. Определение поверхностного интеграла второго рода. Вычисление поверхностных интегралов второго рода. Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода .	4
81.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.10 Формула Остроградского	Формула Остроградского	2
82.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9. 11. Формула Стокса	Формула Стокса	2
83.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.12 Скалярное и векторное поля	Скалярное поле. Векторное поле. Потенциальное поле	2
84.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	Тема 9.13 Задача о потоке векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор. Оператор Гамильтона .	Задача о потоке векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор. Оператор Гамильтона.	4
<b>ИТОГО часов в 3 семестре: 36</b>				
<b>ВСЕГО часов: 126</b>				

### 4.3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

№ п/п	Наименование раздела (темы) дисциплины	№ п/п	Виды СРО	Всего часов
1	2	3	4	5
<b>Семестр 1</b>				
1.	Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной	1.1.	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий.	<b>10</b>
		1.2.	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Контактная внеаудиторная работа. Расчетно-графические работы.	
		1.3.	Подготовка к промежуточному контролю . Изучение дополнительной литературы по разделу.	
2.	Раздел 2. Дифференцирование	2.1.	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Расчетно-графические работы.	<b>10</b>
		2.2.	Подготовка к промежуточному контролю . Изучение дополнительной литературы по разделу.	
		2.3.	Подготовка к промежуточному контролю . Изучение дополнительной литературы по разделу.	
3.	Раздел 3. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	3.1	Работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме.	<b>23</b>
		3.2	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Расчетно-графические работы.	
		3.3	Подготовка к промежуточному контролю . Изучение дополнительной литературы по разделу.	
<b>ИТОГО часов в 1 семестре:</b>				<b>43</b>
<b>Семестр 2</b>				
4.	Раздел 4. Неопределенный интеграл	4.1	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий.	<b>10</b>
		4.2	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий.	
		4.3	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Расчетно-графические работы.	
		4.4	Подготовка к коллоквиуму по всем темам раздела. Изучение дополнительной литературы по разделу. Контактная	

			внеаудиторная работа. Расчетно-графические работы.	
5.	Раздел 5 Определенный интеграл.	5.1	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий.	<b>10</b>
		5.2	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Контактная внеаудиторная работа.	
		5.3	Выполнение расчетно-графической работы, подготовка к практическим занятиям	
		5.4	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий.	
		5.5	Подготовка к промежуточному контролю. Изучение дополнительной литературы по разделу.	
		5.6	Подготовка к коллоквиуму по всем темам раздела. Изучение дополнительной литературы по разделу. Расчетно-графические работы.	
6.	Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	6.1	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий.	<b>2</b>
		6.2	Выполнение расчетно-графической работы, подготовка к практическим занятиям	
		6.3	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий	
		6.4	Подготовка к промежуточному контролю. Изучение дополнительной литературы по разделу.	
		6.5	Подготовка к коллоквиуму по всем темам раздела. Изучение дополнительной литературы по разделу.	
7.	Раздел 7. Ряды	7.1	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий.	<b>7</b>
		7.2	Выполнение расчетно-графической работы, подготовка к практическим занятиям.	
		7.3	Подготовка к промежуточному контролю. Изучение дополнительной литературы по разделу.	
8.	Раздел 8. Ряды Фурье	8.1	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий.	<b>14</b>
		8.2	Выполнение расчетно-графической работы, подготовка к практическим занятиям.	
		8.3	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Расчетно-графические работы.	

		8.4	Подготовка к промежуточному контролю. Изучение дополнительной литературы по разделу.	
		8.5	Подготовка к промежуточному контролю. Изучение дополнительной литературы по разделу.	
<b>ИТОГО часов в 2 семестре:</b>				<b>43</b>
<b>Семестр 3</b>				
9.	Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	9.1	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий.	<b>43</b>
		9.2	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий.	
		9.3	Выполнение расчетно-графической работы, подготовка к практическим занятиям.	
		9.4	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Расчетно-графические работы.	
		9.5	Подготовка к промежуточному контролю. Изучение дополнительной литературы по разделу.	
		9.6	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Расчетно-графические работы.	
		9.7	Выполнение расчетно-графической работы, подготовка к практическим занятиям.	
		9.8	Подготовка к промежуточному контролю. Изучение дополнительной литературы по разделу.	
		9.9	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Расчетно-графические работы.	
		9.10	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Контактная внеаудиторная работа.	
		9.11	Выполнение расчетно-графической работы, подготовка к практическим занятиям.	
		9.12	Подготовка к промежуточному контролю. Изучение дополнительной литературы по разделу.	
		9.13	Подготовка к промежуточному контролю. Изучение дополнительной литературы по разделу.	
<b>ИТОГО часов в 3 семестре:</b>				<b>43</b>
<b>ВСЕГО часов</b>				<b>129</b>

## **5. ПЕРЕЧЕНЬ МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **5.1. Методические указания для подготовки обучающихся к лекционным занятиям**

Лекции составляют основу теоретического обучения и дают систематизированные основы научных знаний по дисциплине, раскрывают состояние и перспективы развития соответствующей области науки, концентрируют внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулируют их активную познавательную деятельность и способствуют формированию творческого мышления.

Ведущим методом в лекции выступает устное изложение учебного материала, сопровождающееся использованием мультимедиа аппаратуры.

Лекция является исходной формой всего учебного процесса, играет направляющую и организующую роль в самостоятельном изучении предмета. Важнейшая роль лекции заключается в личном воздействии лектора на аудиторию.

Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентировочной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Построение лекций по дисциплине «Математический анализ» осуществляется на основе принципов научности (предполагает воспитание диалектического подхода к изучаемым предметам и явлениям, диалектического мышления, формирование правильных представлений, научных понятий и умения точно выразить их в определениях и терминах, принятых в науке).

На лекциях раскрываются основные теоретические аспекты, приводятся примеры реализации на практике, освещается достигнутый уровень формализации деятельности по автоматизации процессов.

Специфической чертой изучения данного курса является то, что приобретение умений и навыков работы невозможно без систематической тренировки, которая осуществляется на практических занятиях.

Основное внимание в лекции сосредотачивается на глубоком, всестороннем раскрытии главных, узловых, наиболее трудных вопросов темы. Уже на начальном этапе подготовки лекции решается вопрос о соотношении материалов учебника и лекции.

Для того чтобы лекция для обучающегося была продуктивной, к ней надо готовиться. Подготовка к лекции заключается в следующем:

- узнать тему лекции (по тематическому плану, по информации лектора),
- прочитать учебный материал по учебнику и учебным пособиям,
- уяснить место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке,
- выписать основные термины,
- ответить на контрольные вопросы по теме лекции,
- уяснить, какие учебные элементы остались неясными,
- записать вопросы, которые можно задать лектору на лекции.

В ходе лекционных занятий обучающийся должен вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Указания по конспектированию лекций:

- не нужно стараться записать весь материал, озвученный преподавателем. Как правило, лектором делаются акценты на ключевых моментах лекции для начала конспектирования;
- конспектирование необходимо начинать после оглашением главной мысли лектором, перед началом ее комментирования;
- выделение главных мыслей в конспекте другим цветом целесообразно производить вне лекции с целью сокращения времени на конспектирование на самой лекции;
- применение сокращений приветствуется;
- нужно избегать длинных и сложных рассуждений;
- дословное конспектирование отнимает много времени, поэтому необходимо опускать фразы, имеющие второстепенное значение;
- если в лекции встречаются неизвестные термины, лучше всего отметить на полях их существование, оставить место для их пояснения и в конце лекции задать уточняющий вопрос лектору.

Конспектирование и рецензирование, таким образом, это процесс выделения основных мыслей текста, его осмысления и оценки содержащейся в нем информации. Данный вид учебной работы является видом индивидуальной самостоятельной работы обучающегося.

## **5.2. Методические указания для подготовки обучающихся к лабораторным занятиям**

Учебным планом не предусмотрено.

## **5.3. Методические указания для подготовки обучающихся к практическим занятиям**

Входной контроль осуществляется преподавателем в виде проверки и актуализации знаний обучающихся по соответствующей теме.

Выходной контроль осуществляется преподавателем проверкой качества и полноты выполнения задания.

Подготовку к практическому занятию каждый обучающийся должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала, а затем изучение обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме.

Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности обучающегося свободно ответить на теоретические вопросы, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий.

Предлагается следующая опорная схема подготовки к практическим занятиям.

1. Ознакомление с темой практического занятия. Выделение главного (основной

темы) и второстепенного (подразделы, частные вопросы темы).

2. Освоение теоретического материала по теме с опорой на лекционный материал, учебник и другие учебные ресурсы. Самопроверка: постановка вопросов, затрагивающих основные термины, определения и положения по теме, и ответы на них.

3. Выполнение практического задания. Обнаружение основных трудностей, их решение с помощью дополнительных интеллектуальных усилий и/или подключения дополнительных источников информации.

4. Решение типовых заданий расчетно-графической работы.

Обучающийся при подготовке к практическому занятию может консультироваться с преподавателем и получать от него наводящие разъяснения, задания для самостоятельной работы.

Дидактические цели практического занятия: углубление, систематизация и закрепление знаний, превращение их в убеждения; проверка знаний; привитие умений и навыков самостоятельной работы с книгой; развитие культуры речи, формирование умения аргументировано отстаивать свою точку зрения, отвечать на вопросы слушателей; умение слушать других, задавать вопросы.

Задачи: стимулировать регулярное изучение программного материала, первоисточников; закреплять знания, полученные на уроке и во время самостоятельной работы; обогащать знаниями благодаря выступлениям товарищей и учителя на занятии, корректировать ранее полученные знания.

Функции практического занятия:

- учебная (углубление, конкретизация, систематизацию знаний, усвоенных во время занятий и в процессе самостоятельной подготовки к семинару);

- развивающая (развитие логического мышления учащихся обучающихся, приобретение ими умений работать с различными литературными источниками, формирование умений и навыков анализа фактов, явлений, проблем и т.д.);

- воспитательная (воспитание ответственности, работоспособности, воспитание культуры общения и мышления, привитие интереса к изучению предмета, формирование потребности рационализации и учебно-познавательной деятельности и организации досуга)

- диагностическая -коррекционную и контролирующую (контроль за качеством усвоения обучающимися учебного материала, выявление пробелов в его усвоении и их преодоления)

- организация самостоятельной работы обучающихся содержит объяснение содержания задачи, методики его выполнения, краткую аннотацию рекомендованных источников информации, предложения по выполнению индивидуальных заданий.

#### **5.4 Методические указания по самостоятельной работе обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся предполагает различные формы индивидуальной учебной деятельности: конспектирование научной литературы, сбор и анализ практического материала в СМИ, проектирование, выполнение тематических и творческих заданий и пр. Выбор форм и видов самостоятельной работы определяется индивидуально-личностным подходом к обучению совместно преподавателем и обучающимся. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

обучающихся.

Содержание внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Математический анализ» включает в себя различные виды деятельности:

- чтение текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы);
- составление плана текста;
- конспектирование текста;
- работа со словарями и справочниками;
- ознакомление с нормативными документами;
- исследовательская работа;
- использование аудио- и видеозаписи;
- работа с электронными информационными ресурсами;
- выполнение тестовых заданий;
- ответы на контрольные вопросы;

### **5.5 Методические указания по выполнению расчетно-графической работы**

Расчетно-графическая работа оформляется в распечатанном или рукописном варианте. Номер варианта выбирается по порядковому номеру списка обучающихся. РГР с другим номером варианта не зачитываются. Работа выполняется аккуратно, в случае рукописного оформления чтение ее не должно вызывать затруднений.

РГР должна состоять из титульного листа и основной части. Допускается включение в работу приложений, содержащих таблицы, рисунки, полученные на компьютере. На титульном листе обязательно указывается наименование дисциплины, ФИО обучающегося, группа, вариант задания, ФИО преподавателя. Выполненная и оформленная работа должна быть представлена преподавателю не позднее, чем за 10 дней до начала сессии.

В основной части РГР до решения каждой задачи должны быть представлены собственные данные: вариант задания, формулировка задания, численные значения, соответствующие своему варианту. Далее должно быть представлено решение с расшифровкой формул и последовательности действий. Все вычисления сначала представляются в виде расчетных формул, затем в формулы подставляются численные значения и записывается ответ с указанием единиц измерений (без промежуточных расчетов). Все вычислительные процедуры следует производить с точностью до 0,01.

#### **Работа с литературными источниками и интернет ресурсами**

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме.

Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме практического занятия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

### **5.6 Методические указания по проведению коллоквиума**

Коллоквиум (в переводе с латинского “беседа, разговор”) – форма учебного

занятия, понимаемая как беседа преподавателя с учащимися с целью активизации знаний. Коллоквиум проводится в середине семестра или после изучения раздела в форме опроса. Коллоквиум — форма проверки и оценивания знаний учащихся в системе образования. Оценка, полученная на коллоквиуме, может влиять на оценку на экзамене. Формы коллоквиума: коллоквиум может проводиться в устной и письменной форме. Устная форма. Ответы оцениваются одновременно в традиционной шкале ("неудовлетворительно" — "отлично"). На коллоквиум выносятся часть материала экзамена. Оценка за коллоквиум учитывается при выставлении финальной оценки за экзамен.

### **5.7 Методические указания по подготовке к тестированию**

Успешное выполнение тестовых заданий является необходимым условием итоговой положительной оценки системе обучения. Тестовые задания подготовлены на основе лекционного материала, учебников и учебных пособий по дисциплине, изданных за последние 5 лет. Выполнение тестовых заданий предоставляет обучающимся возможность самостоятельно контролировать уровень своих знаний, обнаруживать пробелы в знаниях и принимать меры по их ликвидации. Форма изложения тестовых заданий позволяет закрепить и восстановить в памяти пройденный материал. Предлагаемые тестовые задания охватывают узловые вопросы теоретических и практических основ по дисциплине. Для формирования заданий использована закрытая форма. У обучающегося есть возможность выбора правильного ответа или нескольких правильных ответов из числа предложенных вариантов. Для выполнения тестовых заданий обучающиеся должны изучить лекционный материал по теме, соответствующие разделы учебников, учебных пособий и других литературных источников. Контрольные тестовые задания выполняются обучающимися на практических занятиях. Репетиционные тестовые задания содержатся в рабочей учебной программе дисциплины. С ними целесообразно ознакомиться при подготовке к контрольному тестированию.

### **5.8 Методические указания по выполнению контрольной работы**

Контрольная работа оформляется в распечатанном или рукописном варианте. Номер варианта выбирается по порядковому номеру списка обучающихся. Работа с другим номером варианта не зачитывается. Работа выполняется аккуратно, в случае рукописного оформления чтение ее не должно вызывать затруднений.

Работа должна состоять из титульного листа и основной части. Допускается включение в работу приложений, содержащих таблицы, рисунки, полученные на компьютере. На титульном листе обязательно указывается наименование дисциплины, ФИО обучающегося, группа, вариант задания, ФИО преподавателя. Выполненная и оформленная работа должна быть представлена преподавателю не позднее, чем за 10 дней до начала сессии.

В основной части работы до решения каждой задачи должны быть представлены собственные данные: вариант задания, формулировка задания, численные значения, соответствующие своему варианту. Далее должно быть представлено решение с расшифровкой формул и последовательности действий. Все вычисления сначала представляются в виде расчетных формул, затем в формулы подставляются численные значения и записывается ответ с указанием единиц измерений.

### **5.9 Методические рекомендации прохождения тестирования**

Подготовку к итоговому тестированию необходимо осуществлять поэтапно.

На первом этапе необходимо повторить основные положения всех тем, детально разбирая наиболее сложные моменты. Непонятные вопросы необходимо выписывать, чтобы по ним можно было проконсультироваться с преподавателем перед прохождением итогового тестирования. Подготовку по темам каждой дидактической единицы

целесообразно производить отдельно. На этом этапе необходимо использовать материалы лекционного курса, материалы семинарских занятий, тестовые задания для текущего контроля знаний, а также презентации лекционного курса.

На втором этапе подготовки предлагается без повторения теоретического материала дать ответы тестовые задания для рубежного контроля знаний. Если ответы на какие-то вопросы вызвали затруднение, необходимо еще раз повторить соответствующий теоретический материал.

Наконец, третий этап подготовки необходимо осуществить непосредственно накануне теста. На данном этапе необходимо аккуратно просмотреть весь лекционный курс.

В случае, если результаты выполнения тестового задания оказались неудовлетворительными, необходимо зафиксировать темы, на вопросы по которым были даны неверные ответы, и еще раз углубленно повторить соответствующие темы в соответствии с указанными выше тремя этапами подготовки к тестированию

### Промежуточная аттестация

По итогам семестров проводится экзамен. При подготовке к сдаче экзамена рекомендуется пользоваться материалами лекции, лабораторных и практических занятий, и материалами, изученными в ходе текущей самостоятельной работы.

Экзамен проводится в устной или письменной форме.

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

№ п/п	Виды учебной работы	Образовательные технологии	Всего часов
1	2	3	4
<b>Семестр 1</b>			
1.	<i>Лекция 2.3</i> Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функции и ее дифференцирование.	Лекция – информация. Презентация	<b>4</b>
2.	<i>Лекция 3.1</i> Основные теоремы дифференциального исчисления . Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя	Лекция-информация.	<b>4</b>
3.	<i>Лекция 3.2</i> Формула Тейлора	Лекция – информация. Презентация	<b>4</b>
4.	<i>Лекция 3.3</i> Исследование поведения функций и построение графиков	Лекция – информация. Презентация	<b>4</b>
<b>Семестр 2</b>			
5.	<i>Лекция 5.3</i> Некоторые физические и геометрические приложения определенного интеграла	Лекция-информация.	<b>2</b>
6.	<i>Лекция 5.4</i> Несобственные интегралы	Проблемная лекция.	<b>2</b>
7.	<i>Лекция 6.4</i> Производная по направлению. Градиент .	Лекция-информация.	<b>2</b>
8.	<i>Лекция 6.5</i> Экстремумы функции двух переменных	Проблемная лекция.	<b>2</b>
9.	<i>Лекция 7.1</i> Понятие числового ряда	Лекция-информация.	<b>2</b>

		Презентация.	
10.	<i>Лекция 7.2</i> Ряды с неотрицательными членами. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов	Лекция-информация.	<b>4</b>
11.	<i>Лекция 7.3</i> Степенные ряды	Проблемная лекция.	<b>4</b>
12.	<i>Лекция 8.1</i> Тригонометрический ряд и его основные свойства	Лекция-информация. Презентация.	<b>2</b>
13.	<i>Лекция 8.2</i> Ряд Фурье	Лекция-информация.	<b>2</b>
14.	<i>Лекция 8.3</i> Сходимость ряда Фурье	Проблемная лекция.	<b>2</b>
<b>Семестр 3</b>			
15.	<i>Лекция 9.1</i> Двойные интегралы	Проблемная лекция.	<b>4</b>
16.	<i>Лекция 9.2</i> Некоторые геометрические и физические приложения двойных интегралов	Проблемная лекция.	<b>2</b>
17.	<i>Лекция 9.3</i> Криволинейные интегралы	Лекция-информация. Презентация.	<b>4</b>
18.	<i>Лекция 9.4</i> Формула Грина	Лекция-информация.	<b>2</b>
19.	<i>Лекция 9.5</i> Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования	Проблемная лекция.	<b>2</b>
20.	<i>Лекция 9.6</i> Интегрирование полных дифференциалов	Проблемная лекция.	<b>2</b>
21.	<i>Лекция 9.7</i> Некоторые приложения криволинейных интегралов второго рода	Лекция-информация. Презентация.	<b>2</b>
22.	<i>Лекция 9.8</i> Тройные интегралы	Лекция-информация.	<b>4</b>
23.	<i>Практическое занятие №1</i> Вещественные числа	Использование компьютерных программ. Учебно-исследовательская работа обучающихся.	<b>2</b>
24.	<i>Практическое занятие №2</i> Предел последовательности	Использование компьютерных программ. Учебно-исследовательская работа обучающихся.	<b>4</b>
25.	<i>Практическое занятие №3</i> Функции одной переменной	Учебно-исследовательская работа обучающихся. Решение задач.	<b>6</b>

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 7.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

#### Список основной литературы

1. Боронина, Е. Б. Математический анализ : учебное пособие / Е. Б. Боронина. — 2-е изд. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1745-7. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/81022.html>
2. Гунько Ю.А. Математический анализ : учебное пособие / Гунько Ю.А.. — Волгоград : Волгоградский институт бизнеса, 2008. — 151 с. — ISBN 978-5-9061-7261-7. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/11335.html>
3. Иванова, С. А. Математический анализ : учебное пособие / С. А. Иванова. — Кемерово : Кемеровский технологический институт пищевой промышленности, 2014. — 127 с. — ISBN 978-5-89289-852-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/61290.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей
4. Камынин, Л. И. Курс математического анализа. Том 1 / Л. И. Камынин. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 2001. — 432 с. — ISBN 5-211-04483-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/13140.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей
5. Камынин, Л. И. Курс математического анализа. Том 2 : учебник / Л. И. Камынин. — Москва : Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 1995. — 625 с. — ISBN 5-211-02065-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/13141.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей
6. Веретенников, В. Н. Сборник задач по математике. Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной / В. Н. Веретенников. — Санкт-Петербург : Российский государственный гидрометеорологический университет, 2011. — 340 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/17964.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### Список дополнительной литературы

1. Бермант, А.Ф. Краткий курс математического анализа. [Текст]: учебник/ Бермант А.Ф., Араманович И.Г.- СПб.: Лань, 2005.-736 с.
2. Бурмистрова, Е.Б. Математический анализ и дифференциальные уравнений [Текст]: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений/ Е.Б. Бурмистрова, С.Г. Лобанов.- М.: Академия, 2010.- 368 с.
3. Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х ч. Ч.1 [Текст]: учебник/ Ильин В.А., Поздняк Э.Г.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.- 648 с.
4. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т.1. Т.2 [Текст]: учебник/ Кудрявцев Л.Д.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005.- 400 с.
5. Польшкина, Е. А. Сборник заданий по высшей математике с образцами решений

- (математический анализ) : учебно-методическое пособие / Е. А. Польшкина, Н. С. Стакун. — Москва : Прометей, 2013. — 200 с. — ISBN 978-5-7042-2490-7. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/24022.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей
6. Сударев, Ю.Н. Основы линейной алгебры и математического анализа [Текст]: учеб. пособие для высш. учеб. заведений/ Ю.Н. Сударев, Т.В. Першикова, Т.В. Радославова.- М.: Академия, 2009.- 352 с.
  7. Учебно-методическое пособие по дисциплине Математика. Математический анализ. Часть 1 / составители А. В. Власов. — Москва : Московский технический университет связи и информатики, 2016. — 26 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/61491.html>
  8. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. Ч.1 [Текст]: учебник/ Фихтенгольц, Г.М.- СПб.: Лань, 2005.- 448 с.
  9. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. Ч.2 [Текст]: учебник/ Фихтенгольц, Г.М.- СПб.: Лань, 2005.- 464 с.

## 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

<http://elibrary.ru> - Научная электронная библиотека.

## 7.3. Информационные технологии, лицензионное программное обеспечение

Лицензионное программное обеспечение	Реквизиты лицензий/ договоров
Антивирус Dr.Web Desktop Security Suite	Лицензионный договор № 621 Срок действия: с 25.09.2025 до 24.09.2026
Цифровой образовательный ресурс IPR SMART	Лицензионный договор № 12873/25П от 02.07.2025 г. Срок действия: с 01.07.2025 г. до 30.06.2026 г.
Бесплатное ПО	
LibreOffice, OpenOffice, МойОфис, Sumatra PDF, 7-Zip, Adobe Acrobat Reader,	

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **8.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий**

#### **1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа**

Специализированная мебель: Кафедра напольная - 1 шт., стул преподавательский мягкий - 1 шт., парты - 19 шт., стулья мягкие - 32 шт., доска меловая - 1 шт. Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации: Интерактивная система – 1 шт. Системный блок – 1 шт. Проектор – 1 шт.

#### **2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации .**

Специализированная мебель: Кафедра напольная - 1 шт., стул преподавательский мягкий - 1 шт., парты - 19 шт., стулья мягкие - 32 шт., доска меловая - 1 шт. Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации: Интерактивная система – 1 шт. Системный блок – 1 шт. Проектор – 1 шт.

#### **3. Лаборатория.**

Не предусмотрено

#### **4. Помещение для самостоятельной работы**

Отдел обслуживания печатными изданиями. Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место – 21 шт. Стулья – 55 шт. Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации: экран настенный – 1 шт. Проектор – 1 шт. Ноутбук – 1 шт. Информационно-

библиографический отдел. Специализированная мебель: Рабочие столы на 1 место - 6 шт. Стулья - 6 шт. Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и

обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «СевКавГА»: Персональный компьютер – 1 шт. Сканер – 1 шт. МФУ – 1 шт. Отдел

обслуживания электронными изданиями Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место – 24 шт. Стулья – 24 шт. Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации: Интерактивная система – 1 шт. Монитор – 21 шт. Сетевой терминал – 18 шт.

Персональный компьютер – 3 шт. МФУ – 2 шт. Принтер – 1 шт.

### **8.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся**

1. Рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

2. Рабочие места обучающихся, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

### **8.3. Требования к специализированному оборудованию нет.**

## **9. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Для обеспечения образования инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается (в случае необходимости) адаптированная образовательная программа, индивидуальный учебный план с учетом особенностей их психофизического развития и состояния здоровья, в частности применяется индивидуальный подход к освоению дисциплины, индивидуальные задания: рефераты, письменные работы и, наоборот, только устные ответы и диалоги, индивидуальные консультации, использование диктофона и других записывающих средств для воспроизведения лекционного и семинарского материала.

В целях обеспечения обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья комплектуется фонд основной учебной литературой, адаптированной к ограничению электронных образовательных ресурсов, доступ к которым организован в БИЦ Академии. В библиотеке проводятся индивидуальные консультации для данной категории пользователей, оказывается помощь в регистрации и использовании сетевых и локальных электронных образовательных ресурсов, предоставляются места в читальном зале.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
**ПО ДИСЦИПЛИНЕ Математический анализ**

# ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

## Математический анализ

### Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Индекс	Формулировка компетенции
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

### 2. Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий. Изучение каждого раздела (темы) предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций обучающихся.

Этапность формирования компетенций прямо связана с местом дисциплины в образовательной программе.

Разделы (темы) дисциплины	Формируемые компетенции (коды)
	ОПК-1
Раздел 1. Математический анализ функций одной переменной	
Тема 1.1 Вещественные числа	+
Тема 1.2 Предел последовательности	+
Тема 1.3. Функции одной переменной	+
Раздел 2. Дифференцирование	
Тема 2.1 Понятие производной. Понятие дифференцируемости функции. Понятие дифференциала. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного	+
Тема 2.2 Вычисление производных постоянной, степенной, тригонометрических функций и логарифмической функции. Теорема о производной обратной функции.	+
Тема 2.3 Производные и дифференциалы высших порядков. Параметрическое задание функции и ее дифференцирование.	+
Раздел 3. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	
Тема 3.1 Основные теоремы дифференциального исчисления. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя	+
Тема 3.2 Формула Тейлора	+
Тема 3.3 Исследование поведения функций и построение графиков	+
Раздел 4. Неопределенный интеграл	

Тема 4.1. Первообразная и неопределенный интеграл	+
Тема 4.2 . Основные свойства неопределенного интеграла Таблица основных интегралов	+
Тема 4.3. Основные методы интегрирования	
Тема 4.4. Интегрирование рациональных . иррациональных и трансцендентных функций	+
Раздел 5. Определенный интеграл	
Тема 5.1. Определение определенного интеграла	
Тема 5.2 Основные свойства определенного интеграла	+
Тема 5.3 Некоторые физические и геометрические приложения определенного интеграла	+
Тема 5.4 Несобственные интегралы	+
Тема 5.5 Приближенное вычисление определенных интегралов	+
Раздел 6. Математический анализ функций нескольких переменных	
Тема 6.1 Предел и непрерывность функций нескольких переменных	+
Тема 6.2 . Частные производные . Понятие дифференцируемости функции	+
Тема 6.3 Дифференциал функции	+
Тема 6.4 Производная по направлению. Градиент	+
Тема 6.5 Экстремумы функции двух переменных	+
Раздел 7. Ряды	
Тема 7.1 Понятие числового ряда	+
Тема 7.2 Ряды с неотрицательными членами. Знакопередающиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов	+
Тема 7.3 Степенные ряды	+
Раздел 7. Ряды Фурье	
Тема 8.1 Тригонометрический ряд и его основные свойства	+
Тема 8.2 Ряд Фурье	+
Тема 8.3 Сходимость ряда Фурье	+
Раздел 9. Интегрирование функций нескольких переменных	
Тема 9.1 Двойные интегралы	+
Тема 9.2 Некоторые геометрические и физические приложения двойных интегралов	+
Тема 9.3 Криволинейные интегралы	+
Тема 9.4 Формула Грина	+
Тема 9.5 Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования	+
Тема 9.6. Интегрирование полных дифференциалов	+
Тема 9.7 Некоторые приложения криволинейных интегралов второго рода	
Тема 9.8 Тройные интегралы	
Тема 9.9 Поверхностные интегралы	
Тема 9.10 Формула Остроградского	
Тема 9. 11. Формула Стокса	+
Тема 9.12 Скалярное и векторное поля	+
Тема 9.13 Задача о потоке векторного поля. Дивергенция. Циркуляция. Ротор . Оператор Гамильтона .	+

**3. Показатели, критерии и средства оценивания компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины  
Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1);**

Планируемые результаты обучения (индикаторы достижения компетенции)	Критерии оценивания результатов обучения				Средства оценивания результатов обучения	
	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Не обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Имеет небольшие представления о базовых знаниях, полученных в области математических и (или) естественных наук	Знает приемы базовых знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук	Отлично обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук .	Коллоквиум, контрольные вопросы, тестирование	Экзамен
ОПК-1.2 Использует в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	Не умеет использовать в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	Незначительно умеет использовать в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	Умеет частично использовать в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	Умеет использовать в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук	Коллоквиум, контрольные вопросы, тестирование	Экзамен.
ОПК-1.3 Осуществляет выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений	Не осуществляет выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений	Слабо осуществляет выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений	Владеет частично осуществлением выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений	Владеет свободно осуществлением выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений	Коллоквиум, контрольные вопросы, тестирование	Экзамен.

## 4. Комплект контрольно-оценочных средств по дисциплине

### Вопросы на экзамен (1 семестр)

#### по дисциплине Математический анализ

1. Множества. Обозначения. Логические символы
2. Вещественные числа и их основные свойства
3. Геометрическое изображение вещественных чисел
4. Грани числовых множеств
5. Абсолютная величина числа
6. Числовые последовательности и арифметические действия над ними
7. Ограниченные и неограниченные последовательности
8. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности.
9. Основные свойства бесконечно малых последовательностей
10. Понятие сходящейся последовательности
11. Основные свойства сходящихся последовательностей
12. Предельный переход в неравенствах
13. Определение и признак сходимости монотонных последовательностей
14. Число  $e$
15. Теорема о вложенных отрезках
16. Определение функций
17. Способы задания функций
18. Классификация функций
19. Предел функций при  $x \rightarrow x_0$
20. Предел функции при  $x \rightarrow x_0$  — и при  $x \rightarrow x_0 +$
21. Предел функции при  $x \rightarrow \infty$ , при  $x \rightarrow -\infty$ , и при  $x \rightarrow +\infty$
22. Теоремы о пределах функций
23. Первый замечательный предел
24. Второй замечательный предел
25. Бесконечно малые функции
26. Бесконечно большие функции
27. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций
28. Определение непрерывности функции
29. Арифметические действия над непрерывными функциями
30. Непрерывность рациональных функций
31. Непрерывность тригонометрических функций
32. Непрерывность функции  $f(x) = |x|$
33. Классификация точек разрыва функции
34. Определение и классификация точек разрыва функции
35. Кусочно-непрерывные функции
36. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции
37. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение.
38. Теорема об ограниченности непрерывной функции на отрезке
39. Теорема о достижении функцией, непрерывной на отрезке, своих точных граней
40. Понятие равномерной непрерывности функции
41. Теорема о равномерной непрерывности функции
42. Понятие сложной функции
43. Понятие обратной функции
44. Определение обратной функции
45. Теорема о непрерывности обратной функции
46. Определение производной

47. Геометрический смысл производной
48. Физический смысл производной
49. Правая и левая производные
50. Понятие дифференцируемости функции в данной точке
51. Связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности
52. Понятие дифференциала
53. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного
54. Вычисление производных постоянной, степенной, тригонометрических
55. Теорема о производной обратной функции
56. Вычисление производных показательной функции и обратных тригонометрических функций
57. Правило дифференцирования сложной функции
58. Логарифмическая производная. Производная степенной функции с любым вещественным показателем. Таблица производных простейших элементарных функций
59. Понятие логарифмической производной функции
60. Производная степенной функции с любым вещественным показателем
61. Таблица производных простейших элементарных функций
62. Понятие производной  $n$ -го порядка
63. Формулы для  $n$ -х производных некоторых функций
64. Формула Лейбница для  $n$ -й производной произведения двух функций.
65. Дифференциалы высших порядков
66. Параметрическое задание функции и ее дифференцирование
67. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталю
68. Формула Тейлора
69. Исследование поведения функций и построение графиков
70. Интерполяция функций
71. Методы приближенного вычисления корней уравнений
72. Понятие функции нескольких переменных
73. Геометрическое изображение функции двух переменных
74. Предел функции двух переменных
75. Непрерывность функции двух переменных
76. Частные производные
77. Понятие дифференцируемости функции
78. Производные сложных функций
79. Дифференциал функции
80. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала
81. Производная по направлению. Градиент
82. Частные производные и дифференциалы высших порядков
83. Формула Тейлора для функции двух переменных
84. Экстремумы функции двух переменных
85. Метод наименьших квадратов

## Вопросы на экзамен (2 семестр)

по дисциплине Математический анализ

1. Первообразная и неопределенный интеграл
2. Основные свойства неопределенного интеграла
3. Таблица основных интегралов
4. Основные методы интегрирования
5. Интегрирование рациональных функций
6. Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций
- 7.. Определение определенного интеграла
8. Условия существования определенного интеграла
10. Необходимое и достаточное условие интегрируемости
11. Интегрируемость непрерывных и некоторых разрывных функций
12. Основные свойства определенного интеграла
13. Оценки интегралов. Формула среднего значения
14. Интеграл с переменным верхним пределом
15. Формула Ньютона—Лейбница
16. Замена переменной в определенном интеграле
17. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле
18. Некоторые физические и геометрические приложения определенного интеграла
19. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования .
20. Несобственные интегралы от неограниченных функций
21. Приближенное вычисление определенных интегралов
22. Понятие числового ряда
23. Ряды с неотрицательными членами
24. Знакопередающиеся ряды
25. Абсолютная и условная сходимость рядов
26. Степенные ряды . Определение и общие замечания
27. Интервал сходимости степенного ряда
28. Свойства степенных рядов
29. Разложение функций в степенные ряды
30. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд и его основные свойства
31. Сходимость ряда Фурье
32. Ряды Фурье для четных и нечетных функций
33. Ряд Фурье с периодом

## Вопросы на экзамен (3 семестр)

по дисциплине Математический анализ

1. Двойные интегралы
  1. Определение и условия существования двойного интеграла
  2. Геометрический смысл двойного интеграла
  3. Свойства двойного интеграла
2. Сведение двойного интеграла к повторному
  1. Случай прямоугольной области
  2. Случай криволинейной области
3. Замена переменных в двойном интеграле
4. Некоторые геометрические и физические приложения двойных интегралов
  1. Вычисление объема

2. Вычисление площади
3. Вычисление площади поверхности
4. Вычисление массы пластинки
5. Вычисление координат центра масс пластинки
6. Вычисление момента инерции пластинки
5. Криволинейные интегралы
  1. Определение криволинейного интеграла первого рода
  2. Вычисление криволинейных интегралов первого рода
  3. Определение криволинейного интеграла второго рода
  4. Вычисление криволинейных интегралов второго рода
  5. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода
6. Формула Грина
7. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования
8. Интегрирование полных дифференциалов
9. Некоторые приложения криволинейных интегралов второго рода
  1. Вычисление площади с помощью формулы Грина
  2. Работа силы
10. Тройные интегралы
  1. Определение тройного интеграла
  2. Вычисление тройных интегралов
  3. Замена переменных в тройном интеграле
  4. Некоторые приложения тройных интегралов
11. Поверхностные интегралы
  1. Определение поверхностного интеграла первого рода
  2. Вычисление поверхностных интегралов первого рода
  3. Определение поверхностного интеграла второго рода
  4. Вычисление поверхностных интегралов второго рода
  5. Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода
12. Формула Остроградского
13. Формула Стокса
14. Скалярное и векторное поля
  1. Скалярное поле
  2. Векторное поле
  3. Потенциальное поле
  4. Задача о потоке векторного поля
  5. Дивергенция
  6. Циркуляция. Ротор
  7. Оператор Гамильтона

### Задачи на экзамен (1 семестр) по дисциплине «Математический анализ»

1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{3n-2}{2n-1}, \quad a = \frac{3}{2}.$$

2. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

$$a_n = \frac{4n-1}{2n+1}, \quad a = 2.$$

3. Вычислить предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$$

4. Вычислить предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (1+n)^4}.$$

5. Вычислить предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n^2-1})$ .

6. Вычислить предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2-3}).$$

7. Вычислить предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right).$$

8. Вычислить предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)! + (2n+2)!}{(2n+3)!}.$$

9. Вычислить предел числовой последовательности  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^n$ .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n+1}.$$

10. Вычислить предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2-1}{n^2} \right)^{n^4}.$$

11. Вычислить предел числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-1}{n+3} \right)^{n+2}.$$

12. Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

13. Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

14. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

15. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}.$$

16. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

17. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

18. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$$

19. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}.$$

20. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}.$$

21. Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}.$$

22. Найти дифференциал  $dy$ .

$$y = x \arcsin(1/x) + \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}|, \quad x > 0.$$

23. Найти дифференциал  $dy$ .

$$y = \operatorname{tg}\left(2 \arccos \sqrt{1 - 2x^2}\right), \quad x > 0.$$

24. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76.$$

25. Найти производную.

$$y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}.$$

26. Найти производную.

$$y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}.$$

27. Найти производную.

$$y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)}.$$

28. Найти производную.

$$y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2 + 4x}}.$$

29. Найти производную.

$$y = \frac{x^6 + x^3 - 2}{\sqrt{1 - x^3}}.$$

30. Найти производную.

$$y = \frac{(x^2 - 2)\sqrt{4 + x^2}}{24x^3}.$$

31. Найти производную.

$$y = \frac{1 + x^2}{2\sqrt{1 + 2x^2}}.$$

32. Найти производную.

$$y = \frac{\sqrt{x-1}(3x+2)}{4x^2}.$$

33. Найти производную.

$$y = \frac{\sqrt{(1+x^2)^3}}{3x^3}.$$

34. Найти производную.

$$y = \frac{x^6 + 8x^3 - 128}{\sqrt{8 - x^3}}.$$

35. Найти производную.

$$y = \sin \sqrt{3} + \frac{1}{3} \frac{\sin^2 3x}{\cos 6x}.$$

36. Найти производную.

$$y = \cos \ln 2 - \frac{1}{3} \frac{\cos^2 3x}{\sin 6x}.$$

37. Найти производную.

$$y = \operatorname{tg} \lg \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \frac{\sin^2 4x}{\cos 8x}.$$

38. Найти производную.

$$y = \operatorname{ctg} \sqrt[3]{5} - \frac{1}{8} \frac{\cos^2 4x}{\sin 8x}.$$

39. Найти производную.

$$y = \frac{\cos \sin 5 \cdot \sin^2 2x}{2 \cos 4x}.$$

40. Найти производную.

$$y = \frac{\sin \cos 3 \cdot \cos^2 2x}{4 \sin 4x}.$$

41. Найти производную.

$$y = \frac{\cos \ln 7 \cdot \sin^2 7x}{7 \cos 14x}.$$

42. Найти производную.

$$y = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}}.$$

43. Найти производную.

$$y = \operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{5x}}.$$

44. Найти производную.

$$y = (\operatorname{arctg} x)^{(1/2) \ln(\operatorname{arctg} x)}.$$

45. Найти производную.

$$y = (\sin \sqrt{x})^{\ln(\sin \sqrt{x})}.$$

46. Найти производную.

$$y = \frac{1}{24} (x^2 + 8) \sqrt{x^2 - 4} + \frac{x^2}{16} \operatorname{arcsin} \frac{2}{x}, \quad x > 0.$$

47. Найти производную.

$$y = \frac{4x+1}{16x^2+8x+3} + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{4x+1}{\sqrt{2}}.$$

48. Найти производную.

$$y = \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2}.$$

### Задачи на экзамен (2 семестр) по дисциплине «Математический анализ»

1. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

$$1. \text{ а) } \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^2 x}} \quad \text{б) } \int \frac{dx}{x^3+8} \quad \text{в) } \int x \ln(x^2+1) dx$$

$$\text{г) } \int \frac{(x-7)dx}{x^2+4x+13}$$

$$2. \text{ а) } \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1+\cos 2x}} \quad \text{б) } \int \frac{(x-8)dx}{\sqrt{4-2x-x^2}} \quad \text{в) } \int x \sin 3x dx$$

$$\text{г) } \int \frac{2x^2-3x+1}{x^3+1} dx$$

2. В а), б) пользуясь формулой Ньютона – Лейбница вычислить определенный интеграл  $\int_a^b f(x) dx$ ;

в) Найти площадь фигуры ограниченной линиями. Сделать чертеж.

$$1. \text{ а) } \int_0^1 \frac{dx}{x^2+4x+5}; \quad \text{б) } \int_0^{16} \sqrt{256-x^2} dx; \quad \text{в) } y = x^2; y = 6-x; y = 0.$$

$$2. \text{ а) } \int_0^{\pi} x \cos x dx; \quad \text{б) } \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx; \quad \text{в) } y^2 = 9x; y = x+2.$$

3. Вычислить приближенное значение определенного интеграла  $\int_a^b f(x) dx$  с помощью формулы

Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-4}^6 \sqrt{x^2+16} dx$$

4. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$1. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + x}$$

$$2. \int_9^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$$

$$3. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1 + x + x^2}$$

5. Найти сумму ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 12n - 5}$$

6. Исследовать на сходимость ряд.

$$1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$$

7. Исследовать на сходимость ряд.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}$$

8. Исследовать на сходимость ряд.

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^n$$

9. Найти область сходимости функционального ряда.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^{-1/5}}$$

10. Найти частные производные первого и второго порядка функций.

$$1. \text{ а) } z = x^y; \text{ б) } z = y^2 \sqrt{\ln x}$$

11. Вычислить приближённо с помощью полного дифференциала с точностью до 0,01.

$$(1,03)^2 \sqrt{0,98}$$

12. Найти градиент функции  $z = f(x, y)$  в точке  $M(x, y)$

$$1. z = xy - 2x^2 + 4y - 5, M(2;3)$$

$$2. z = \operatorname{arctg}(y/x), M(1;1)$$

13. Исследовать функцию  $z = f(x, y)$  на экстремум.

$$1. z = 6y - 3y^2 - 2x^2 - 8x - 6$$

$$2. z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$$

**Задачи на экзамен (3 семестр) по дисциплине «Математический анализ»**

1. Вычислить  $\int_K (x-y) ds$ , где K – отрезок прямой от A(0;0) до B(4;3).

2. Найти координаты центра тяжести дуги циклоиды  $x=t-\sin t$ ,  $y=1-\cos t$  ( $0 \leq t \leq \pi$ )

3. Применяя формулу Грина, вычислить

$$I = \oint_C 2(x^2 + y^2)dx + (x + y)^2 dy,$$

если  $C$  – контур треугольника с вершинами  $L(1;1)$ ,  $M(2;2)$ ,  $N(1;3)$ , пробегаемый против хода часовой стрелки.

4. Вычислить интеграл  $I = \iint_S x^2 y^2 z dx dy$  по верхней стороне верхней половины сферы  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ .

5. Применяя формулу Стокса, найти  $I = \oint x^2 y^3 dx + dy + z dz$ , если  $C$  – окружность  $x^2 + y^2 = z^2, z=0$ .

6. Найти поток радиуса – вектора  $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  через замкнутую поверхность  $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $z = 0$ , ( $0 \leq z \leq 1$ ).

7. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = (x + 3y + 2z)\vec{i} + (2x + z)\vec{j} + (x - y)\vec{k}$$

по контуру треугольника  $MNP$ , где  $M(2;0;0)$ ,  $N(0;3;0)$ ,  $P(0;0;1)$ .

8. Вычислить  $\int_4^6 dx \int_x^{2x} \frac{y}{x} dy$

9. Вычислить  $\iint_S \frac{x^2}{y^2} dx dy$ ;  $S: x \leq 2, y \leq x, yx \geq 1$ .

10. Переходя к полярным координатам вычислить  $\iint_S \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} dx dy$ ;  $S: y^2 + x^2 \leq Rx$

11. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{x^2}{2}$ ,  $y = x + 3$ ,  $2x + y = 6$ .

12. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями  $z = xy$ ,  $x + y = 1$ ,  $z = 0$

13. Вычислить площадь той части поверхности  $z = x$ , которая заключена внутри цилиндра  $x^2 + z^2 = 1$  и расположена в первой октанте.

14. Найти координаты центра тяжести однородной фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = x$ ,  $y = x^2$ .

15. Найти момент инерции  $I_y$  однородной плоской фигуры, ограниченной линиями  $(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$ ,  $x=0$ ,  $y=0$  ( $0 \leq x \leq a$ )

16. Вычислить  $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} dx \int_0^{1-x-y} (1+x) dz$ .

17. С помощью тройного интеграла вычислить массу тела с переменной плотностью  $\mu = \mu(x, y, z)$ , ограниченного указанными поверхностями. Область интегрирования и данное тело изобразить на чертежах  $\mu = (2+x)y$ ;  $x=0$ ,  $z=0$ ,  $y=0$ ,  $x+y=2$ ,  $y = \sqrt{2-z}$ .

18. Найти момент инерции относительно оси  $Oz$  однородного тела, ограниченного плоскостями  $y=4$ ,  $z=0$ ,  $z=1$  и цилиндром  $y=x^2$ .

19. Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл  $\oint_L (y^2 + 3x^2) dx + (2xy - y^2) dy$ , где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против движения часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1;1)$ ,  $B(2;2)$ ,  $C(1;3)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

20. Вычислить  $\int_{-1}^1 dy \int_0^{y^2} (x+2y) dx$

21. Вычислить  $\iint_S (x^2 + y) dx dy$ ;  $S: y^2 \leq x, y \geq x^2$ .

22. Переходя к полярным координатам вычислить  $\iint_S \arctg \frac{y}{x} dx dy$ ;  $S:$

$$y^2 + x^2 \geq 1, x^2 + y^2 \leq 9, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x\sqrt{3}$$

23. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $y^2 + x^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 25$ ,  $y = x\sqrt{3}$ ,  $x = 0$ .

### ЗАДАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ (1 семестр)

#### Пределы:

Задача 1. Доказать, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$  (указать  $N(\varepsilon)$ ).

1.1.  $a_n = \frac{3n-2}{2n-1}, a = \frac{3}{2}$ .

1.2.  $a_n = \frac{4n-1}{2n+1}, a = 2$ .

1.3.  $a_n = \frac{7n+4}{2n+1}, a = \frac{7}{2}$ .

1.4.  $a_n = \frac{2n-5}{3n+1}, a = \frac{2}{3}$ .

$$1.5. a_n = \frac{7n-1}{n+1}, \quad a = 7.$$

$$1.7. a_n = \frac{9-n^3}{1+2n^3}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

$$1.9. a_n = \frac{1-2n^2}{2+4n^2}, \quad a = -\frac{1}{2}.$$

$$1.6. a_n = \frac{4n^2+1}{3n^2+2}, \quad a = \frac{4}{3}.$$

$$1.8. a_n = \frac{4n-3}{2n+1}, \quad a = 2.$$

$$1.10. a_n = -\frac{5n}{n+1}, \quad a = -5.$$

**Задача 2.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$2.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}.$$

$$2.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^3 - (1+n)^3}.$$

$$2.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(6-n)^2 - (6+n)^2}{(6+n)^2 - (1-n)^2}.$$

$$2.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1+2n)^3 - 8n^3}{(1+2n)^2 + 4n^2}.$$

$$2.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^3}{(n+1)^2 - (n+1)^3}.$$

$$2.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2 + (n-1)^2 - (n+2)^3}{(4-n)^3}.$$

$$2.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^4 - (2-n)^4}{(1-n)^4 - (1+n)^4}.$$

$$2.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)^4 - (1+n)^4}{(1+n)^3 - (1-n)^3}.$$

$$2.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n+1)^2}{(n-1)^3 - (n+1)^3}.$$

$$2.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-4n)^2}{(n-3)^3 - (n+3)^3}.$$

**Задача 3.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$3.1. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n^2-1}).$$

$$3.2. \lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2-3}).$$

$$3.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( n - \sqrt[3]{n^3-5} \right) n \sqrt{n}.$$

$$3.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{(n^2+1)(n^2-4)} - \sqrt{n^4-9} \right]$$

$$3.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5-8} - n\sqrt{n(n^2+5)}}{\sqrt{n}}.$$

$$3.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2-3n+2} - n \right).$$

$$3.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( n + \sqrt[3]{4-n^3} \right).$$

$$3.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{n(n+2)} - \sqrt{n^2-2n+3} \right].$$

$$3.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sqrt{(n+2)(n+1)} - \sqrt{(n-1)(n+3)} \right].$$

$$3.10. \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left( \sqrt{n(n^4-1)} - \sqrt{n^5-8} \right).$$

$$3.30. \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n(n+1)(n+2)} \left( \sqrt{n^3-3} - \sqrt{n^3-2} \right).$$

**Задача 4.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$4.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right).$$

$$4.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)! + (2n+2)!}{(2n+3)!}.$$

$$4.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1+3+5+7+\dots+(2n-1)}{n+1} - \frac{2n+1}{2} \right].$$

$$4.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n}.$$

$$4.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{\sqrt{9n^4+1}}.$$

$$4.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{1+2+3+\dots+n}.$$

$$4.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{1+3+5+7+\dots+(2n-1)}{n+3} - n \right].$$

$$4.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+4+7+\dots+(3n-2)}{\sqrt{5n^4+n+1}}.$$

$$4.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+4)! - (n+2)!}{(n+3)!}.$$

$$4.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n-1)! + (3n+1)!}{(3n)!(n-1)}.$$

**Задача 5.** Вычислить пределы числовых последовательностей.

$$5.1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^n.$$

$$5.2. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+3}{2n+1} \right)^{n+1}.$$

$$5.3. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2-1}{n^2} \right)^{n^4}.$$

$$5.4. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-1}{n+3} \right)^{n+2}.$$

$$5.5. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 2}{2n^2 + 1} \right)^{n^2}.$$

$$5.6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 - 6n + 7}{3n^2 + 20n - 1} \right)^{-n+1}.$$

$$5.7. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - 3n + 6}{n^2 + 5n + 1} \right)^{n/2}.$$

$$5.8. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-10}{n+1} \right)^{3n+1}.$$

$$5.9. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{6n-7}{6n+4} \right)^{3n+2}.$$

$$5.10. \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n^2 + 4n - 1}{3n^2 + 2n + 7} \right)^{2n+5}.$$

**Задача 6.** Доказать (найти  $\delta(\varepsilon)$ ), что:

$$6.1. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7.$$

$$6.2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6.$$

$$6.3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 2} = -7.$$

$$6.4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2 - 14x + 6}{x - 3} = 10.$$

$$6.5. \lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2 + x - 1}{x + 1/2} = -5.$$

$$6.6. \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{6x^2 - x - 1}{x - 1/2} = 5.$$

$$6.7. \lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{9x^2 - 1}{x + 1/3} = -6.$$

$$6.8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x - 2} = 7.$$

$$6.9. \lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{3x^2 - 2x - 1}{x + 1/3} = -4.$$

$$6.10. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1} = -6.$$

**Задача 7.** Вычислить пределы функций.

$$7.1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$$

$$7.2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}.$$

$$7.3. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$7.4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}.$$

$$7.5. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}.$$

$$7.6. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}.$$

$$7.7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x + x^5}.$$

$$7.8. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}.$$

$$7.9. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}.$$

$$7.10. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}.$$

**Задача 8.** Вычислить пределы функций.

$$8.1. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}.$$

$$8.2. \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}.$$

$$8.3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}.$$

$$8.4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}.$$

$$8.5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}.$$

$$8.6. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}.$$

$$8.7. \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

$$8.8. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2} - (1+x)}{x}.$$

$$8.9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2} - 2}{x+x^2}.$$

$$8.10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}.$$

**Дифференцирование:**

**Задача 1.** Найти дифференциал  $dy$ .

$$1.1. y = x \arcsin(1/x) + \ln|x + \sqrt{x^2 - 1}|, \quad x > 0.$$

$$1.2. y = \operatorname{tg}\left(2 \arccos \sqrt{1-2x^2}\right), \quad x > 0.$$

$$1.3. y = \sqrt{1+2x} - \ln|x + \sqrt{1+2x}|.$$

$$1.4. y = x^2 \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 1}.$$

$$1.5. y = \arccos\left(1/\sqrt{1+2x^2}\right), \quad x > 0.$$

$$1.6. y = x \ln|x + \sqrt{x^2 + 3}| - \sqrt{x^2 + 3}.$$

$$1.7. y = \operatorname{arctg}(\operatorname{sh} x) + (\operatorname{sh} x) \operatorname{lnch} x.$$

$$1.8. y = \arccos\left(\frac{(x^2 - 1)}{(x^2 \sqrt{2})}\right).$$

$$1.9. y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x}).$$

$$1.10. y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) - \sqrt{1 + x^2} \operatorname{arctg} x.$$

**Задача 2.** Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

$$2.1. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 7,76.$$

$$2.2. y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}, \quad x = 1,012.$$

$$2.3. y = (x + \sqrt{5 - x^2})/2, \quad x = 0,98.$$

$$2.4. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 27,54.$$

$$2.5. y = \arcsin x, \quad x = 0,08.$$

$$2.6. y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}, \quad x = 0,97.$$

$$2.7. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 26,46.$$

$$2.8. y = \sqrt{x^2 + x + 3}, \quad x = 1,97.$$

$$2.9. y = x^{11}, \quad x = 1,021.$$

$$2.10. y = \sqrt[3]{x}, \quad x = 1,21.$$

**Задача 3.** Найти производную.

$$3.1. y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}.$$

$$3.2. y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}.$$

$$3.3. y = \frac{x^4 - 8x^2}{2(x^2 - 4)}.$$

$$3.4. y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}}.$$

$$3.5. y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}.$$

$$3.6. y = \frac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}}.$$

$$3.7. y = \frac{(x^2 - 6)\sqrt{(4+x^2)^3}}{120x^5}.$$

$$3.8. y = \frac{(x^2 - 8)\sqrt{x^2 - 8}}{6x^3}.$$

$$3.9. y = \frac{4 + 3x^3}{x^3\sqrt{(2+x^3)^2}}.$$

$$3.10. y = \sqrt[3]{\frac{(1+x^{3/4})^2}{x^{3/2}}}.$$

**Задача 4.** Найти производную.

$$4.1. y = \sin \sqrt{3} + \frac{1 \sin^2 3x}{3 \cos 6x}.$$

$$4.2. y = \cos \ln 2 - \frac{1 \cos^2 3x}{3 \sin 6x}.$$

$$4.3. y = \operatorname{tg} \lg \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \frac{\sin^2 4x}{\cos 8x}.$$

$$4.4. y = \operatorname{ctg} \sqrt[3]{5} - \frac{1}{8} \frac{\cos^2 4x}{\sin 8x}.$$

$$4.5. y = \frac{\cos \sin 5 \cdot \sin^2 2x}{2 \cos 4x}.$$

$$4.6. y = \frac{\sin \cos 3 \cdot \cos^2 2x}{4 \sin 4x}.$$

$$4.7. y = \frac{\cos \ln 7 \cdot \sin^2 7x}{7 \cos 14x}.$$

$$4.8. y = \cos(\operatorname{ctg} 2) - \frac{1}{16} \frac{\cos^2 8x}{\sin 16x}.$$

$$4.9. y = \operatorname{ctg}(\cos 2) + \frac{1}{6} \frac{\sin^2 6x}{\cos 12x}.$$

$$4.10. y = \sqrt[3]{\operatorname{ctg} 2} - \frac{1}{20} \frac{\cos^2 10x}{\sin 20x}.$$

**Задача 5.** Найти производную.

$$5.1. y = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}}.$$

$$5.2. y = \arcsin \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{5x}}.$$

$$5.3. y = \frac{2x-1}{4} \sqrt{2+x-x^2} + \frac{9}{8} \arcsin \frac{2x-1}{3}.$$

$$5.4. y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x}.$$

$$5.5. y = \arccos \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x^4 + 16}}.$$

$$5.6. y = \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{arctg} \frac{3x-1}{\sqrt{6x}}.$$

$$5.7. y = \frac{1}{4} \ln \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x.$$

$$5.8. y = \frac{1}{2} (x-4) \sqrt{8x-x^2-7} - 9 \arccos \sqrt{\frac{x-1}{6}}.$$

$$5.9. y = \frac{(1+x) \operatorname{arctg} \sqrt{x}}{x^2} + \frac{1}{3x\sqrt{x}}.$$

$$5.10. y = \frac{x^3}{3} \arccos x - \frac{2+x^2}{9} \sqrt{1-x^2}.$$

**Задача 6.** Найти производную.

$$6.1. y = (\operatorname{arctg} x)^{(1/2)\ln(\operatorname{arctg} x)}.$$

$$6.2. y = (\sin \sqrt{x})^{\ln(\sin \sqrt{x})}.$$

$$6.3. y = (\sin x)^{5e^x}.$$

$$6.4. y = (\arcsin x)^{e^x}.$$

$$6.5. y = (\ln x)^{3^x}.$$

$$6.6. y = x^{\arcsin x}.$$

$$6.7. y = (\operatorname{ctg} 3x)^{2e^x}.$$

$$6.8. y = x^{e^{\operatorname{tg} x}}.$$

$$6.9. y = (\operatorname{tg} x)^{4e^x}.$$

$$6.10. y = (\cos 5x)^{e^x}.$$

**Задача 7.** Найти производную.

$$7.1. y = \frac{1}{24}(x^2 + 8)\sqrt{x^2 - 4} + \frac{x^2}{16} \arcsin \frac{2}{x}, \quad x > 0.$$

$$7.2. y = \frac{4x+1}{16x^2+8x+3} + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{4x+1}{\sqrt{2}}.$$

$$7.3. y = 2x - \ln(1 + \sqrt{1 - e^{4x}}) - e^{-2x} \arcsin(e^{2x}).$$

$$7.4. y = \sqrt{9x^2 - 12x + 5} \operatorname{arctg}(3x - 2) - \ln(3x - 2 + \sqrt{9x^2 - 12x + 5}).$$

$$7.5. y = \frac{2}{x-1} \sqrt{2x-x^2} + \ln \frac{1 + \sqrt{2x-x^2}}{x-1}.$$

$$7.6. y = \frac{x^2}{81} \arcsin \frac{3}{x} + \frac{1}{81}(x^2 + 18)\sqrt{x^2 - 9}, \quad x > 0.$$

$$7.7. y = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \frac{3x-1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3x-1}{3x^2-2x+1}.$$

$$7.8. y = 3x - \ln(1 + \sqrt{1 - e^{6x}}) - e^{-3x} \arcsin(e^{3x}).$$

$$7.9. y = \ln(4x - 1 + \sqrt{16x^2 - 8x + 2}) - \sqrt{16x^2 - 8x + 2} \operatorname{arctg}(4x - 1).$$

$$7.10. y = \ln \frac{1 + 2\sqrt{-x-x^2}}{2x+1} + \frac{4}{2x+1} \sqrt{-x-x^2}.$$

**Задача 8.** Найти производную.

$$8.1. y = \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2}.$$

$$8.2. y = 4 \ln \frac{x}{1+\sqrt{1-4x^2}} - \frac{\sqrt{1-4x^2}}{x^2}.$$

$$8.3. y = x(2x^2 + 5)\sqrt{x^2 + 1} + 3 \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

$$8.4. y = x^3 \arcsin x + \frac{x^2 + 2}{3} \sqrt{1-x^2}.$$

$$8.5. y = 3 \arcsin \frac{3}{4x+1} + 2\sqrt{4x^2 + 2x - 2}, \quad 4x+1 > 0.$$

$$8.6. y = \sqrt{1+x^2} \operatorname{arctg} x - \ln(x + \sqrt{1+x^2}).$$

$$8.7. y = 2 \arcsin \frac{2}{3x+4} + \sqrt{9x^2 + 24x + 12}, \quad 3x+4 > 0.$$

$$8.8. y = x(2x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1} - \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}).$$

$$8.9. y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}.$$

$$8.10. y = \sqrt{1-3x-2x^2} + \frac{3}{2\sqrt{2}} \arcsin \frac{4x+3}{\sqrt{17}}.$$

### Графики

**Задача 1.** Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$1.1. y = (x^3 + 4)/x^2.$$

$$1.2. y = (x^2 - x + 1)/(x-1).$$

$$1.3. y = 2/(x^2 + 2x).$$

$$1.4. y = 4x^2/(3+x^2).$$

$$1.5. y = 12x/(9+x^2).$$

$$1.6. y = (x^2 - 3x + 3)/(x-1).$$

$$1.7. y = (4-x^3)/x^2.$$

$$1.8. y = (x^2 - 4x + 1)/(x-4).$$

$$1.9. y = (2x^3 + 1)/x^2.$$

$$1.10. y = (x-1)^2/x^2.$$

**Задача 2.** Провести полное исследование функций и построить их графики.

$$2.1. y = (2x + 3)e^{-2(x+1)}.$$

$$2.2. y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}.$$

$$2.3. y = 3 \ln \frac{x}{x-3} - 1.$$

$$2.4. y = (3-x)e^{x-2}.$$

$$2.5. y = \frac{e^{2-x}}{2-x}.$$

$$2.6. y = \ln \frac{x}{x+2} + 1.$$

$$2.7. y = (x-2)e^{3-x}.$$

$$2.8. y = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}.$$

$$2.9. y = 3 - 3 \ln \frac{x}{x+4}.$$

$$2.10. y = -(2x+1)e^{2(x+1)}.$$

### ЗАДАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ (2 семестр)

#### Интегрирование:

**Задание 1.** Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

$$1. \text{ а) } \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^2 x}} \quad \text{б) } \int \frac{dx}{x^3 + 8} \quad \text{в) } \int x \ln(x^2 + 1) dx \quad \text{г) } \int \frac{(x-7)dx}{x^2 + 4x + 13}$$

$$2. \text{ а) } \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1 + \cos 2x}} \quad \text{б) } \int \frac{(x-8)dx}{\sqrt{4-2x-x^2}} \quad \text{в) } \int x \sin 3x dx$$

$$\text{г) } \int \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 1} dx$$

$$3. \text{ а) } \int \frac{e^x dx}{4 + e^{2x}} \quad \text{б) } \int \frac{(2x-1) dx}{\sqrt{x^2 - 4x + 1}} \quad \text{в) } \int x \arcsin x dx$$

$$\text{г) } \int \frac{(3x-7)dx}{x^3 + 4x^2 + 4x + 16}$$

$$4. \text{ а) } \int \frac{\cos 5x dx}{3 + 2 \sin 5x} \quad \text{б) } \int \frac{(x-2) dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}} \quad \text{в) } \int (x+2)e^{5x} dx$$

$$\text{г) } \int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2}$$

$$5. \text{ а) } \int \frac{x^2 dx}{x^4 - 81} \quad \text{б) } \int \frac{(5x+3) dx}{x^2 + 10x + 89} \quad \text{в) } \int x \arcsin \frac{1}{x} dx$$

$$\text{г) } \int \frac{(5+3 \ln x)^4}{x} dx$$

$$6. \text{ a) } \int \frac{e^{3x} dx}{16 + e^{6x}} \quad \text{б) } \int \frac{(x+1) dx}{5x^2 + 2x + 1} \quad \text{в) } \int x \operatorname{arctg} 3x dx$$

$$\text{г) } \int \frac{x^3 + 4x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2(x^2 + 1)} dx$$

$$7. \text{ a) } \int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{2 + 3\cos x}} \quad \text{б) } \int \frac{(x-5) dx}{\sqrt{6 + 4x - x^2}} \quad \text{в) } \int \frac{x dx}{\sin^2 x}$$

$$\text{г) } \int \frac{2x^3 + 7x^2 + 7x - 1}{(x+2)^2(x^2 + x + 1)} dx$$

$$8. \text{ a) } \int x^2 e^{2x^3} dx \quad \text{б) } \int \frac{(2x+3) dx}{\sqrt{15 - 4x^2 + 4x}} \quad \text{в) } \int x^3 \operatorname{arctg} x dx$$

$$\text{г) } \int \frac{3x^3 + x + 46}{(x-1)^2(x^2 + 9)} dx$$

$$9. \text{ a) } \int \frac{x dx}{x^4 + 1} \quad \text{б) } \int \frac{(2x+1) dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 2}} \quad \text{в) } \int x^3 \ln(1 + x^2) dx$$

$$\text{г) } \int \frac{4x^3 + 24x^2 + 20x - 28}{(x+3)^2(x^2 + 2x + 2)} dx$$

$$10. \text{ a) } \int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx \quad \text{б) } \int \frac{(2x-5) dx}{x^2 + 6x + 13} \quad \text{в) } \int \frac{\ln \cos x dx}{\sin^2 x}$$

$$\text{г) } \int \frac{x^3 + 6x^2 + 8x - 8}{(x+2)^2(x^2 + 4)} dx$$

**Задание 2.** В а), б) пользуясь формулой Ньютона – Лейбница вычислить определенный интеграл

$$\int_a^b f(x) dx;$$

в) Найти площадь фигуры ограниченной линиями. Сделать чертеж.

$$1. \text{ a) } \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}; \quad \text{б) } \int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} dx; \quad \text{в) } y = x^2; y = 6 - x; y = 0.$$

$$2. \text{ a) } \int_0^{\pi} x \cos x dx; \quad \text{б) } \int_0^1 x^2 \sqrt{1 - x^2} dx; \quad \text{в) } y^2 = 9x; y = x + 2.$$

$$3. \text{ a) } \int_0^{\pi/3} \cos^2 3x dx; \quad \text{б) } \int_0^5 \frac{dx}{(25 + x^2)\sqrt{25 + x^2}}; \quad \text{в) } y^2 = 9x; y = 3x.$$

$$4. \text{ a) } \int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2 + x + 1}; \quad \text{б) } \int_0^3 \frac{dx}{(9 + x^2)^{3/2}};$$

$$\text{в) } y = 3x^2 + 1; y = 3x + 7.$$

$$5. \text{ a) } \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 + x^3}}; \quad \text{б) } \int_0^{\sqrt{5}/2} \frac{dx}{\sqrt{(5 - x^2)^3}}; \quad \text{в) } y = 4 - x^2; y = 0.$$

$$6. \text{ a) } \int_0^2 x e^x dx;$$

$$\text{б) } \int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4} dx;$$

$$\text{в) } y = x^3; y = 2x.$$

$$7. \text{ a) } \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{\sqrt{1+3x^2}};$$

$$\text{б) } \int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x^4 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}};$$

$$\text{в) } y = -x^2 + 2x; y = 0.$$

$$8. \text{ a) } \int_0^{\pi/3} \frac{\sin x dx}{3-2\cos x};$$

$$\text{б) } \int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}};$$

$$\text{в) } xy - 4 = 0; x = 1; x = 4; y = 0.$$

$$9. \text{ a) } \int_0^{\pi/4} x \sin 4x dx;$$

$$\text{б) } \int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt{(2-x^2)^{3/2}}};$$

$$\text{в) } x^3 - 4y = 0; y = 0; x - 2 = 0$$

$$10. \text{ a) } \int_{\pi/6}^{-\pi/2} \left( \cos x + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx; \text{ б) } \int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{16-x^2}};$$

$$\text{в) } y = x^2 + 2x; y = x + 2.$$

**Задание 3.** Вычислить приближенное значение определенного интеграла  $\int_a^b f(x) dx$  с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$1. \int_{-4}^6 \sqrt{x^2+16} dx$$

$$2. \int_0^{10} \sqrt{x^2+21} dx$$

$$3. \int_{-5}^5 \sqrt{x^2+2} dx$$

$$4. \int_{-9}^1 \sqrt{x^2+10} dx$$

$$5. \int_{-6}^4 \sqrt{x^2+7} dx$$

$$6. \int_{-8}^2 \sqrt{x^2+5} dx$$

$$7. \int_{-1}^9 \sqrt{x^2+12} dx$$

$$8. \int_{-3}^7 \sqrt{x^2+4} dx$$

$$9. \int_{-2}^8 \sqrt{x^2+6} dx$$

$$10. \int_{-7}^3 \sqrt{x^2+8} dx$$

**Задание 4.** Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$1. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x}$$

$$2. \int_9^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$$

$$3. \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{1+x+x^2}$$

$$4. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x+2}$$

$$5. \int_2^{+\infty} \frac{1+x^2}{x^3} dx$$

$$6. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}$$

$$7. \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x+\sqrt{x}}$$

$$8. \int_3^{+\infty} \frac{x dx}{x^2-4}$$

$$9. \int_4^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x}}$$

$$10. \int_1^{+\infty} \frac{x dx}{x^2 + 4}$$

**Задача 1.** Найти сумму ряда.

$$1.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 12n - 5}$$

$$1.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 6n - 8}$$

$$1.5. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{4n^2 + 8n + 3}$$

$$1.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 + 3n - 2}$$

$$1.9. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n - 2}$$

**Ряды:**

$$1.2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{24}{9n^2 - 12n - 5}$$

$$1.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2 + 21n - 8}$$

$$1.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 28n - 45}$$

$$1.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2 - 7n - 12}$$

$$1.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2 - 14n - 48}$$

**Задача 2.** Исследовать на сходимость ряд.

$$2.1. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n (n-1)!}$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1} (n^3 + 1)}{(n+1)!}$$

$$2.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{3n+5} \cdot \frac{1}{2^n}$$

$$2.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} \frac{5}{n}}{n!}$$

$$2.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n)!} \operatorname{tg} \frac{1}{5^n}$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$$

$$2.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n 2n!}{(2n)!}$$

$$2.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n!} \sin \frac{2}{3^n}$$

$$2.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{3^n n!}$$

$$2.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n (n^2 - 1)}{n!}$$

**Задача 3.** Исследовать на сходимость ряд.

$$3.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{-n^2}$$

$$3.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} \right)^{n^2}$$

$$3.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}$$

$$3.4. \sum_{n=1}^{\infty} n^4 \left( \frac{2n}{3n+5} \right)^n$$

$$6.5. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+1}{3n-2} \right)^{n^2}.$$

$$3.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4n-3}{5n+1} \right)^{n^3}.$$

$$3.9. \sum_{n=1}^{\infty} n \arcsin^n \frac{\pi}{4n}.$$

$$6.6. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+2}{3n+1} \right)^n (n+1)^3.$$

$$3.8. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n}{10n+5} \right)^{n^2}.$$

$$3.10. \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+2}{3n-1} \right)^{n^2}.$$

**Задача 4.** Исследовать на сходимость ряд.

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

$$4.3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}.$$

$$4.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2n^2}{n^4 - n^2 + 1}.$$

$$4.7. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n+1)}.$$

$$4.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin \frac{\pi}{2\sqrt{n}}}{\sqrt{3n+1}}.$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left( \frac{n}{2n+1} \right)^n.$$

$$4.4. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(\ln \ln n) \ln n}.$$

$$4.6. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1) \ln n}.$$

$$4.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^4 \sqrt[4]{2n+3}}.$$

$$4.10. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{\pi}{6n}.$$

**Задача 5.** Найти область сходимости функционального ряда.

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(x+n)^{-1/5}}.$$

$$5.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \frac{1}{(3x^2 + 4x + 2)^n}.$$

$$5.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1-x^n}.$$

$$5.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n+1} \frac{1}{(27x^2 + 12x + 2)^n}.$$

$$5.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{1+x^{2n}}.$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left( \frac{1-x}{1+x} \right)^n.$$

$$5.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3^n} (x^2 - 4x + 6)^n.$$

$$5.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{n+1} \frac{1}{(3x^2 + 8x + 6)^n}.$$

$$5.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+3} \left( \frac{1+x}{1-x} \right)^n.$$

$$5.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 - 6x + 12)^n}{4^n (n^2 + 1)}.$$

**Функция нескольких переменных:**

**Задача 1.** Найти частные производные первого и второго порядка функций.

1. а)  $z = x^y$ ; б)  $z = y^2 \sqrt{\ln x}$

2. а)  $z = \frac{1}{\operatorname{arctg}(y/x)}$ ; б)  $z = y^{\ln x}$

3. а)  $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$ ; б)  $z = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + y^2)^3}$

4. а)  $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$ ; б)  $z = \sin^3(x+y)$

5. а)  $z = \operatorname{arctg}(xy)$ ; б)  $z = \frac{x^2 y^2}{x+y}$

6. а)  $z = (2x-y)/(x+2y)$ ; б)  $z = \frac{xy}{x+y}$

7. а)  $z = \sqrt{x^2 + 3x^2 y - y^3}$ ; б)  $z = x^{2y}$

8. а)  $z = (2xy)/(x-y)$ ; б)  $z = \frac{x^2}{1-2y}$

9. а)  $z = x^2 \sin^2 y$ ; б)  $z = \frac{x+y}{1-xy}$

10. а)  $u = y/x + z/y + x/z$ ; б)  $z = x^{2y}$

**Задача 2.** Вычислить приближённо с помощью полного дифференциала с точностью до 0,01.

1.  $(1,03)^2 \sqrt{0,98}$

2.  $\sqrt{(3,01)^2 + (3,96)^2}$

3.  $1,04^{6,01}$

4.  $(1,02)^2 (0,97)^2$

5.  $\ln(\sqrt{0,99} + \sqrt[3]{1,04} - 1)$

6.  $1,03^{3,02}$

7.  $(0,99)^4 (1,01)^2$

8.  $e^{1,15 \cdot 1,1}$

9.  $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$

10.  $\ln(\sqrt[3]{1,03} + \sqrt[4]{0,98} - 1)$

**Задача 3.** Найти градиент функции  $z = f(x, y)$  в точке  $M(x, y)$

1.  $z = xy - 2x^2 + 4y - 5$ ,  $M(2;3)$

2.  $z = \operatorname{arctg}(y/x)$ ,  $M(1;1)$

3.  $z^2 = xy$ ,  $M(4;2)$

4.  $z = \frac{4}{x^2 + y^2}$ ,  $M(-1;2)$

5.  $z = x^2 + y^2, M(4;2)$                       6.  $z = 20 - \frac{x^2}{4} - y^2, M(4;2)$   
 7.  $z = 5x^2y^2 - 3xy^3 + y^4, M(1;1)$                       8.  $z = x^2 - 2xy + 3y - 1, M(1;2)$   
 9.  $z = \frac{5}{x^2 + y^2}, M(-1;2)$                       10.  $z = 5x^2y - 3xy^3 + y^4, M(4;2)$

**Задача 4.** Исследовать функцию  $z = f(x, y)$  на экстремум.

1.  $z = 6y - 3y^2 - 2x^2 - 8x - 6$                       2.  $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$   
 3.  $z = y\sqrt{x} - y^3 - x + 6y$                       4.  $z = \frac{x^2}{1 - 2y}$   
 5.  $z = x^3 + y^2 - 3xy$                       6.  $z = 2xy - 4x - 2y$   
 7.  $z = e^x(x + y^2)$                       8.  $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8$   
 9.  $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$                       10.  $z = x^3y^2(6 - x - y), (x > 0, y > 0)$

**ЗАДАНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ (3 семестр)**

1. Запись по точкам уравнения линий – прямых и парабол, ограничивающих область интегрирования. Расставить пределы интегрирования в повторном интеграле для двойного интеграла  $\iint f(x,y) dx dy$  и изменить порядок интегрирования.

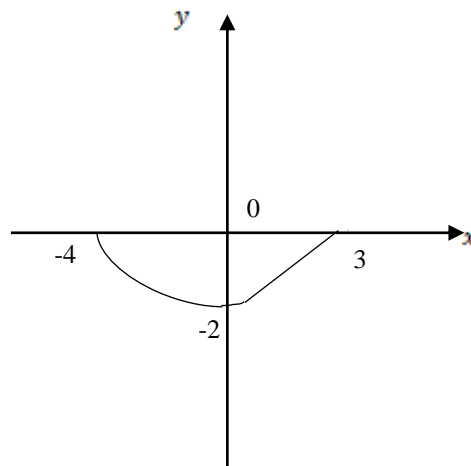


Рис. 29

2. Вычислить  $\int_1^2 dx \int_{\sqrt{x}}^{x\sqrt{3}} xy dy$ .

3. Вычислить  $\iint_S \frac{x^2}{y^2} dx dy$ ;  $S: x \leq 2, y \leq x, xy \geq 1$ .

4. Переходя к полярным координатам вычислить  $\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ ;  $S: x^2 + y^2 \leq a^2$ .

5. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями  $x^2 + y^2 = 2x, x^2 + y^2 = 4x$ .

6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$3x + 2y + z - 6 = 0, x = 0, y = 0, z = 0.$$

7. Вычислить площадь части поверхности  $az = xy$ , расположенной внутри цилиндра  $x^2 + y^2 = a^2$ .

8. Найти центр тяжести однородной фигуры, ограниченной линиями  $y^2 = 2px, x = 2p$ .

9. Найти момент инерции относительно оси  $Ox$  однородной фигуры, ограниченной линиями  $y = 4 - x^2, y = 0$ .

11. С помощью тройного интеграла вычислить массу тела с переменной плотностью  $\mu = \mu(x, y, z)$ , ограниченного указанными поверхностями. Область интегрирования и данное тело изобразить на чертежах.

$$\mu = \frac{x^2}{x^2 + y^2}; x^2 + y^2 - 4y = 0, z = 4 - x^2, z = 0.$$

12. Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями  $x + y = 1, z = x^2 + y^2, x = 0, y = 0, z = 0$ .

13. Пользуясь формулой Грина вычислить криволинейный интеграл

$$\oint_L (3xy + x^2) dx + 8x^2 dy,$$

где  $L$  – пробегаемый в положительном направлении (против движения часовой стрелки) контур треугольника с вершинами в точках  $A(1; 1), B(2; 2), C(1; 3)$ . Проверить найденный результат, вычисляя интеграл непосредственно.

СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ

Кафедра Математики

20\_\_ - 20\_\_ учебный год

**Экзаменационный билет № 1**

по дисциплине Математический анализ

для обучающихся 1 курса направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

1. Множества. Обозначения. Логические символы.
2. Понятие сходящейся последовательности на примере.
3. Вычислить :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{5x}$$

Зав. кафедрой

Кочкаров АМ.

## Контрольные вопросы (1 семестр)

### по дисциплине Математический анализ

1. Множества. Обозначения. Логические символы
2. Вещественные числа и их основные свойства
3. Геометрическое изображение вещественных чисел
4. Грани числовых множеств
5. Абсолютная величина числа
6. Числовые последовательности и арифметические действия над ними
7. Ограниченные и неограниченные последовательности
8. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности.
9. Основные свойства бесконечно малых последовательностей
10. Понятие сходящейся последовательности
11. Основные свойства сходящихся последовательностей
12. Предельный переход в неравенствах
13. Определение и признак сходимости монотонных последовательностей
14. Число  $e$
15. Теорема о вложенных отрезках
16. Определение функций
17. Способы задания функций
18. Классификация функций
19. Предел функций при  $x \rightarrow x_0$
20. Предел функции при  $x \rightarrow x_0 -$  и при  $x \rightarrow x_0 +$
21. Предел функции при  $x \rightarrow +\infty$ , при  $x \rightarrow -\infty$ , и при  $x \rightarrow +\infty$
22. Теоремы о пределах функций
23. Первый замечательный предел
24. Второй замечательный предел
25. Бесконечно малые функции
26. Бесконечно большие функции
27. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций
28. Определение непрерывности функции
29. Арифметические действия над непрерывными функциями
30. Непрерывность рациональных функций
31. Непрерывность тригонометрических функций
32. Непрерывность функции  $f(x) = |x|$
33. Классификация точек разрыва функции
34. Определение и классификация точек разрыва функции
35. Кусочно-непрерывные функции
36. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции
37. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение.
38. Теорема об ограниченности непрерывной функции на отрезке
39. Теорема о достижении функцией, непрерывной на отрезке, своих точных граней
40. Понятие равномерной непрерывности функции
41. Теорема о равномерной непрерывности функции
42. Понятие сложной функции
43. Понятие обратной функции
44. Определение обратной функции
45. Теорема о непрерывности обратной функции
46. Определение производной
47. Геометрический смысл производной
48. Физический смысл производной
49. Правая и левая производные
50. Понятие дифференцируемости функции в данной точке
51. Связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности

52. Понятие дифференциала
53. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного
54. Вычисление производных постоянной, степенной, тригонометрических
55. Теорема о производной обратной функции
56. Вычисление производных показательной функции и обратных тригонометрических функций
57. Правило дифференцирования сложной функции
58. Логарифмическая производная. Производная степенной функции с любым вещественным показателем. Таблица производных простейших элементарных функций
59. Понятие логарифмической производной функции
60. Производная степенной функции с любым вещественным показателем
61. Таблица производных простейших элементарных функций
62. Понятие производной  $n$ -го порядка
63. Формулы для  $n$ -х производных некоторых функций
64. Формула Лейбница для  $n$ -й производной произведения двух функций.
65. Дифференциалы высших порядков
66. Параметрическое задание функции и ее дифференцирование
67. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя
68. Формула Тейлора
69. Исследование поведения функций и построение графиков
70. Интерполяция функций
71. Методы приближенного вычисления корней уравнений
72. Понятие функции нескольких переменных
73. Геометрическое изображение функции двух переменных
74. Предел функции двух переменных
75. Непрерывность функции двух переменных
76. Частные производные
77. Понятие дифференцируемости функции
78. Производные сложных функций
79. Дифференциал функции
80. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала
81. Производная по направлению. Градиент
82. Частные производные и дифференциалы высших порядков
83. Формула Тейлора для функции двух переменных
84. Экстремумы функции двух переменных
85. Метод наименьших квадратов

## **Контрольные вопросы (2 семестр)**

1. Первообразная и неопределенный интеграл
2. Основные свойства неопределенного интеграла
3. Таблица основных интегралов
4. Основные методы интегрирования
5. Интегрирование рациональных функций
6. Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций
7. Определение определенного интеграла
8. Условия существования определенного интеграла
10. Необходимое и достаточное условие интегрируемости
11. Интегрируемость непрерывных и некоторых разрывных функций
12. Основные свойства определенного интеграла
13. Оценки интегралов. Формула среднего значения
14. Интеграл с переменным верхним пределом
15. Формула Ньютона—Лейбница

16. Замена переменной в определенном интеграле
17. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле
18. Некоторые физические и геометрические приложения определенного интеграла
19. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования .
20. Несобственные интегралы от неограниченных функций
21. Приближенное вычисление определенных интегралов
22. Понятие числового ряда
23. Ряды с неотрицательными членами
24. Знакопередающиеся ряды
25. Абсолютная и условная сходимость рядов
26. Степенные ряды . Определение и общие замечания
27. Интервал сходимости степенного ряда
28. Свойства степенных рядов
29. Разложение функций в степенные ряды
30. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд и его основные свойства
31. Сходимость ряда Фурье
32. Ряды Фурье для четных и нечетных функций
33. Ряд Фурье с периодом

### **Контрольные вопросы (3 семестр)**

1. Определение и условия существования двойного интеграла
  2. Геометрический смысл двойного интеграла
  3. Свойства двойного интеграла
2. Сведение двойного интеграла к повторному
  1. Случай прямоугольной области
  2. Случай криволинейной области
3. Замена переменных в двойном интеграле
4. Некоторые геометрические и физические приложения двойных интегралов
  1. Вычисление объема
  2. Вычисление площади
  3. Вычисление площади поверхности
  4. Вычисление массы пластинки
  5. Вычисление координат центра масс пластинки
  6. Вычисление момента инерции пластинки
5. Криволинейные интегралы
  1. Определение криволинейного интеграла первого рода
  2. Вычисление криволинейных интегралов первого рода
  3. Определение криволинейного интеграла второго рода
  4. Вычисление криволинейных интегралов второго рода
5. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода
6. Формула Грина
7. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования
8. Интегрирование полных дифференциалов
9. Некоторые приложения криволинейных интегралов второго рода
  1. Вычисление площади с помощью формулы Грина
  2. Работа силы
10. Тройные интегралы
  1. Определение тройного интеграла
  2. Вычисление тройных интегралов
  3. Замена переменных в тройном интеграле
  4. Некоторые приложения тройных интегралов
11. Поверхностные интегралы
  1. Определение поверхностного интеграла первого рода

2. Вычисление поверхностных интегралов первого рода
3. Определение поверхностного интеграла второго рода
4. Вычисление поверхностных интегралов второго рода
5. Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода
12. Формула Остроградского
13. Формула Стокса
14. Скалярное и векторное поля
  1. Скалярное поле
  2. Векторное поле
  3. Потенциальное поле
  4. Задача о потоке векторного поля
  5. Дивергенция
  6. Циркуляция. Ротор
  7. Оператор Гамильтона

### Вопросы для коллоквиумов (1 семестр)

1. Множества. Обозначения. Логические символы
2. Вещественные числа и их основные свойства
3. Геометрическое изображение вещественных чисел
4. Грани числовых множеств
5. Абсолютная величина числа
6. Числовые последовательности и арифметические действия над ними
7. Ограниченные и неограниченные последовательности
8. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности.
9. Основные свойства бесконечно малых последовательностей
10. Понятие сходящейся последовательности
11. Основные свойства сходящихся последовательностей
12. Предельный переход в неравенствах
13. Определение и признак сходимости монотонных последовательностей
14. Число  $e$
15. Теорема о вложенных отрезках
16. Определение функций
17. Способы задания функций
18. Классификация функций
19. Предел функций при  $x \rightarrow x_0$
20. Предел функции при  $x \rightarrow x_0 -$  и при  $x \rightarrow x_0 +$
21. Предел функции при  $x \rightarrow \infty$ , при  $x \rightarrow -\infty$ , и при  $x \rightarrow +\infty$
22. Теоремы о пределах функций
23. Первый замечательный предел
24. Второй замечательный предел
25. Бесконечно малые функции
26. Бесконечно большие функции
27. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций
28. Определение непрерывности функции
29. Арифметические действия над непрерывными функциями
30. Непрерывность рациональных функций
31. Непрерывность тригонометрических функций
32. Непрерывность функции  $f(x) = |x|$
33. Классификация точек разрыва функции
34. Определение и классификация точек разрыва функции
35. Кусочно-непрерывные функции

36. Теорема об устойчивости знака непрерывной функции
37. Прохождение непрерывной функции через любое промежуточное значение.
38. Теорема об ограниченности непрерывной функции на отрезке
39. Теорема о достижении функций, непрерывной на отрезке, своих точных граней
40. Понятие равномерной непрерывности функции
41. Теорема о равномерной непрерывности функции
42. Понятие сложной функции
43. Понятие обратной функции
44. Определение обратной функции
45. Теорема о непрерывности обратной функции
46. Определение производной
47. Геометрический смысл производной
48. Физический смысл производной
49. Правая и левая производные
50. Понятие дифференцируемости функции в данной точке
51. Связь между понятиями дифференцируемости и непрерывности
52. Понятие дифференциала
53. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения и частного
54. Вычисление производных постоянной, степенной, тригонометрических
55. Теорема о производной обратной функции
56. Вычисление производных показательной функции и обратных тригонометрических функций
57. Правило дифференцирования сложной функции
58. Логарифмическая производная. Производная степенной функции с любым вещественным показателем. Таблица производных простейших элементарных функций
59. Понятие логарифмической производной функции
60. Производная степенной функции с любым вещественным показателем
61. Таблица производных простейших элементарных функций
62. Понятие производной  $n$ -го порядка
63. Формулы для  $n$ -х производных некоторых функций
64. Формула Лейбница для  $n$ -й производной произведения двух функций.
65. Дифференциалы высших порядков
66. Параметрическое задание функции и ее дифференцирование
67. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя
68. Формула Тейлора
69. Исследование поведения функций и построение графиков
70. Интерполяция функций
71. Методы приближенного вычисления корней уравнений
72. Понятие функции нескольких переменных
73. Геометрическое изображение функции двух переменных
74. Предел функции двух переменных
75. Непрерывность функции двух переменных
76. Частные производные
77. Понятие дифференцируемости функции
78. Производные сложных функций
79. Дифференциал функции
80. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала
81. Производная по направлению. Градиент
82. Частные производные и дифференциалы высших порядков
83. Формула Тейлора для функции двух переменных
84. Экстремумы функции двух переменных
85. Метод наименьших квадратов

## Вопросы для коллоквиумов (2 семестр)

1. Первообразная и неопределенный интеграл
2. Основные свойства неопределенного интеграла
3. Таблица основных интегралов
4. Основные методы интегрирования
5. Интегрирование рациональных функций
6. Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций
7. Определение определенного интеграла
8. Условия существования определенного интеграла
10. Необходимое и достаточное условие интегрируемости
11. Интегрируемость непрерывных и некоторых разрывных функций
12. Основные свойства определенного интеграла
13. Оценки интегралов. Формула среднего значения
14. Интеграл с переменным верхним пределом
15. Формула Ньютона—Лейбница
16. Замена переменной в определенном интеграле
17. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле
18. Некоторые физические и геометрические приложения определенного интеграла
19. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования .
20. Несобственные интегралы от неограниченных функций
21. Приближенное вычисление определенных интегралов
22. Понятие числового ряда
23. Ряды с неотрицательными членами
24. Знакопередающиеся ряды
25. Абсолютная и условная сходимость рядов
26. Степенные ряды . Определение и общие замечания
27. Интервал сходимости степенного ряда
28. Свойства степенных рядов
29. Разложение функций в степенные ряды
30. Ряды Фурье. Тригонометрический ряд и его основные свойства
31. Сходимость ряда Фурье
32. Ряды Фурье для четных и нечетных функций
33. Ряд Фурье с периодом

## Вопросы для коллоквиумов (3 семестр)

1. Двойные интегралы
  1. Определение и условия существования двойного интеграла
  2. Геометрический смысл двойного интеграла
  3. Свойства двойного интеграла
2. Сведение двойного интеграла к повторному
  1. Случай прямоугольной области
  2. Случай криволинейной области
3. Замена переменных в двойном интеграле
4. Некоторые геометрические и физические приложения двойных интегралов
  1. Вычисление объема
  2. Вычисление площади
  3. Вычисление площади поверхности
  4. Вычисление массы пластинки
  5. Вычисление координат центра масс пластинки
  6. Вычисление момента инерции пластинки

5. Криволинейные интегралы
  1. Определение криволинейного интеграла первого рода
  2. Вычисление криволинейных интегралов первого рода
  3. Определение криволинейного интеграла второго рода
  4. Вычисление криволинейных интегралов второго рода
  5. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода
6. Формула Грина
7. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования
8. Интегрирование полных дифференциалов
9. Некоторые приложения криволинейных интегралов второго рода
  1. Вычисление площади с помощью формулы Грина
  2. Работа силы
10. Тройные интегралы
  1. Определение тройного интеграла
  2. Вычисление тройных интегралов
  3. Замена переменных в тройном интеграле
  4. Некоторые приложения тройных интегралов
11. Поверхностные интегралы
  1. Определение поверхностного интеграла первого рода
  2. Вычисление поверхностных интегралов первого рода
  3. Определение поверхностного интеграла второго рода
  4. Вычисление поверхностных интегралов второго рода
  5. Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода
12. Формула Остроградского
13. Формула Стокса
14. Скалярное и векторное поля
  1. Скалярное поле
  2. Векторное поле
  3. Потенциальное поле
  4. Задача о потоке векторного поля
  5. Дивергенция
  6. Циркуляция. Ротор
  7. Оператор Гамильтона

## Комплект тестовых вопросов и заданий

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^4 - 2n^2 + 7}{9n^4 - n + 2}$

- 1) 2;
- 2)  $\infty$ ;
- 3) 3;
- 4)  $-\frac{1}{3}$ ;
- 5)  $\frac{1}{3}$ .

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + 2n^2 + 1}{n^5 - n + 2}$

- 1) 2;
- 2) 1;
- 3)  $\infty$ ;
- 4) 0;
- 5)  $-\frac{1}{3}$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 2n + 1}{3n^2 + n - 1}$

- 1)  $-\frac{1}{3}$ ;
- 2) -1;
- 3)  $\frac{1}{3}$ ;
- 4)  $\frac{2}{3}$ ;
- 5)  $-\frac{2}{3}$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - n^2 + n^6}{1 + n^4 + 3n^6}$

- 1) -1;
- 2) 1;
- 3)  $\frac{1}{3}$ ;
- 4)  $\frac{2}{3}$ ;
- 5)  $\infty$ ;

$$6. \int \frac{dx}{x^2}$$

$$1) C - \frac{1}{2x^2};$$

$$2) \frac{1}{2x^2} + C;$$

$$3) C - \frac{1}{3x^2};$$

$$4) C - \frac{1}{2x}$$

$$7. \int \frac{dx}{\sqrt{2-x^2}}$$

$$1) \arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} + C;$$

$$2) \arccos \frac{x}{\sqrt{2}} + C;$$

$$3) \frac{x}{\sqrt{2}} + C;$$

$$4) C - \arcsin \frac{x}{\sqrt{2}}$$

$$8. \int 3^t 5^t dt$$

$$1) \frac{15^t}{\ln 15} + C;$$

$$2) \ln 15 + C;$$

$$3) C - \frac{15^t}{\ln 15};$$

$$4) \frac{15^t}{\ln 5} + C$$

$$9. \int \sqrt[n]{x^m} dx$$

$$1) \frac{mx^{\frac{n}{m}+1}}{n+m} + C$$

$$2) \frac{x^{\frac{n}{m}+1}}{n+m} + C$$

$$3) C - \frac{mx^{\frac{n}{m}+1}}{n+m}$$

$$4) \frac{mx}{n+m} + C$$

$$10. \int \frac{dx}{x^2}$$

$$1) \frac{1}{x} + C$$

$$2) C - \frac{1}{x^2}$$

$$3) C - \frac{1}{2x}$$

$$4) C - \frac{1}{x}$$

11. Площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=f(x)$  или  $x=g(x)$  вычисляется по формуле:

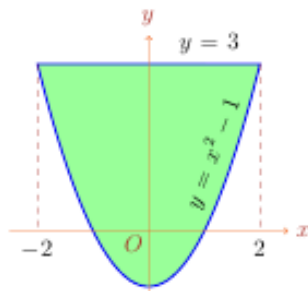
$$1) S(G) = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx$$

$$2) S(G) = \int_a^b (f_2(x) + f_1(x)) dx$$

$$3) S(G) = \int (f_2(x) - f_1(x)) dx$$

$$4) S(G) = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$$

12. Вычислить площадь фигуры, заключенной между графиками функций  $y = x^2 - 1$  и  $y = 3$



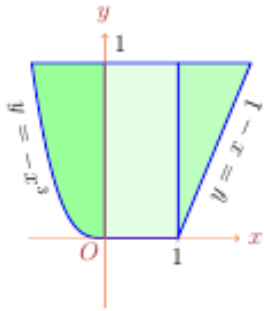
$$1) 10\frac{2}{3}$$

$$2) \frac{2}{3}$$

$$3) \frac{1}{3}$$

4)  $\frac{1}{6}$

13. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = -x^3$ ,  $y = x - 1$ ,  $y = 0$ ,  $y = 1$



1)  $2\frac{1}{4}$

2) 2

3) 5

4) 7

14.  $\int_2^3 3x^2 dx$

1. 19

2. 20

3. 5

4. 7

15.  $\int_0^4 (1 + e^{\frac{x}{4}}) dx$

1.  $4e$

2.  $2e$

3.  $-4e$

4.  $e$

16.  $\int \frac{x^5 + 7x^4 + x^3 - 5x^2 - 2}{x^3 + x} dx$

1.  $\frac{16}{3}$

2. 16

3. 2

4. 1

17.  $\int_0^1 (x+4)^2 dx$

1.  $\frac{61}{3}$

- 2. 64
- 3. 5
- 4. 7

18. Наименьшее значение функции  $f(x) = \frac{3}{2}x^4 - 6x + 5$  на отрезке  $[-1;2]$  равно

- 1) 0
- 2) -15
- 3) 10,5
- 4) -1,5

19. Наименьшее значение функции  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$  на отрезке  $[0;2]$  равно

- 1) 1
- 2) 9
- 3) -1
- 4) 0

20. Наибольшее значение функции  $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2$  на отрезке  $[0;3]$  равно

- 1)  $\frac{8}{3}$
- 2)  $\frac{4}{3}$
- 3) 2
- 4) 3

23. Наименьшее значение функции  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$  на отрезке  $[0;2]$  равно

- 1) 1
- 2) 9
- 3) -1
- 4) 0

24. Производная частного  $\frac{3x+1}{4x-1}$  равна

- 1)  $\frac{7}{(4x-1)^2}$
- 2)  $\frac{24x+1}{(4x-1)^2}$
- 3)  $\frac{7}{4x-1}$
- 4)  $-\frac{7}{(4x-1)^2}$

25. Производная частного  $\frac{2x-1}{4x-1}$  равна

- 1)  $\frac{16x-6}{(4x-1)^2}$
- 2)  $-\frac{2}{(4x-1)^2}$

$$3) \frac{2}{4x-1}$$

$$4) \frac{2}{(4x-1)^2}$$

26. Производной функции  $y = f(x)$  называется \_\_\_\_\_ отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю, т.е.  $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

27. Функция  $y=f(x)$  непрерывна в точке  $x=a$ , если она определена в этой точке и если бесконечно малому приращению аргумента соответствует бесконечно малое \_\_\_\_\_, т.е.  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$  вблизи точки  $a$ .

28. Неопределенным интегралом от функции  $f(x)$  называется выражение вида  $\int f(x)dx = F(x) + c$ , если  $F'(x) = f(x)$ . Функция  $F(x)$  называется \_\_\_\_\_ для заданной функции  $f(x)$ .

29. Признак Даламбера. Если для ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$  существует предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n+1}}{U_n} = D$ , то этот

ряд сходится при \_\_\_\_\_ и расходится при \_\_\_\_\_. При  $D=1$  вопрос о сходимости остаётся открытым.

30. Первый признак сравнения: пусть даны два ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$  и  $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$ , причем каждый член

первого ряда не превосходит соответствующего члена второго ряда, т.е.  $U_n \leq V_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), тогда, если сходится второй ряд, то сходится и первый ряд, если расходится первый ряд, то расходится и второй.

31. Если функция  $F(x)$ -первообразная для функции  $f(x)$  на промежутке  $X$ , то множество функций  $F(x)+C$ , где  $C$ -произвольная постоянная, называется \_\_\_\_\_ от функции  $f(x)$  на этом промежутке и обозначается символом  $\int f(x)dx = F(x) + c$ . При этом функция  $f(x)$  называется подынтегральной функцией,  $f(x)dx$  – подынтегральным выражением, а переменная  $x$  переменной интегрирования.

32. Пусть дана числовая последовательность  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$ . Выражение вида

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n + \dots$  называется \_\_\_\_\_.

Числа  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_n, \dots$  называются \_\_\_\_\_.

32. Ряд вида  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n + \dots$  называется степенным рядом. Числа  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots, a_n, \dots$  называются \_\_\_\_\_ степенного ряда.

33. Теорема Абеля. 1) Если степенной ряд  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n + \dots$  сходится при  $x=x_0$

( $x_0 \neq 0$ ), то он сходится и притом абсолютно, для всех  $x$ , удовлетворяющих условию \_\_\_\_\_;  
2) если ряд  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n + \dots$  расходится при  $x=x_1$ , то он расходится для всех  $x$ , удовлетворяющих условию \_\_\_\_\_.

34. Первая теорема Вейерштрасса. Если функция  $f(x)$  определена и непрерывна на отрезке  $[a, b]$  то она \_\_\_\_\_ на этом отрезке.

35. Дифференциалом функции  $y=f(x)$  в точке  $x_0$  называется главная, \_\_\_\_\_, часть приращения функции в этой точке.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания компетенции**

### **5.1 Критерии оценивания качества устного ответа**

Оценка **«отлично»** выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

Оценка **«хорошо»** – за твердое знание основного (программного) материала, за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы.

Оценка **«удовлетворительно»** – за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала.

Оценка **«неудовлетворительно»** – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в материале, за незнание основных понятий дисциплины.

### **5.2 Критерии оценивания тестирования**

При тестировании все верные ответы берутся за 100%.

90%-100% отлично

75%-90% хорошо

60%-75% удовлетворительно

менее 60% неудовлетворительно

### **5.3 Критерии оценивания результатов освоения дисциплины**

Оценка **«отлично»** выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, содержащегося в основных и дополнительных рекомендованных литературных источниках, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы, за умение анализировать изучаемые явления в их взаимосвязи и диалектическом развитии, применять теоретические положения при решении практических задач.

Оценка **«хорошо»** – за твердое знание основного (программного) материала, включая расчеты (при необходимости), за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы, за умение применять теоретические положения для решения практических задач.

Оценка **«удовлетворительно»** – за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала, за слабое применение теоретических положений при решении практических задач.

Оценка **«неудовлетворительно»** – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в расчетах, за незнание основных понятий дисциплины.

### **5.4 Критерии оценивания результатов расчетно-графической работы**

При проверке расчетно-графической работы все верные ответы берутся за 100%.

90%-100% отлично

75%-90% хорошо

60%-75% удовлетворительно

менее 60% неудовлетворительно