

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебной работе

« 30 » 03

Г.Ю. Нагорная



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Методы оптимизации

Уровень образовательной программы бакалавриат

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) Прикладная математика и информатика

Форма обучения очная

Срок освоения ОП 4 года

Институт Прикладной математики и информационных технологий

Кафедра разработчик РПД Математика

Выпускающая кафедра Математика

Начальник  
учебно-методического управления

Семенова Л.У.

Директор института ПМ и ИТ

Тебуев Д.Б.

Заведующий выпускающей кафедрой

Кочкаров А.М.

г. Черкесск, 2022 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Цели освоения дисциплины</b> .....	4
<b>2. Место дисциплины в структуре образовательной программы</b> .....	4
<b>3. Планируемые результаты обучения по дисциплине</b> .....	5
<b>4. Структура и содержание дисциплины</b> .....	6
4.1. Объем дисциплины и виды учебной работы.....	6
4.2. Содержание дисциплины .....	7
4.2.1. Разделы (темы) дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля...	7
4.2.2. Лекционный курс .....	8
4.2.3. Лабораторный практикум .....	9
4.2.4. Практические занятия.....	9
4.3. Самостоятельная работа обучающегося.....	10
<b>5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине</b> .....	11
<b>6. Образовательные технологии</b> .....	15
<b>7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины</b> .....	16
7.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы.....	16
7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет»...	16
7.3. Информационные технологии, лицензионное программное обеспечение	17
<b>8. Материально-техническое обеспечение дисциплины</b>	17
8.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий...	17
8.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся...	18
8.3. Требования к специализированному оборудованию.....	18
<b>9. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья</b> .....	19
<b>Приложение 1. Фонд оценочных средств</b> .....	20
<b>Приложение 2. Аннотация рабочей программы</b> .....	49
<b>Рецензия на рабочую программу</b> .....	50
<b>Лист переутверждения рабочей программы дисциплины</b>	51

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Методы оптимизации» является изучение основ математического мышления и навыков использования математических методов оптимизации и математического моделирования в практической деятельности.

При этом задачами дисциплины являются:

- ознакомление обучающихся с основными методами математического моделирования задач теории оптимизации;
- выработка умения самостоятельного математического анализа задач;
- изучение основных методов решения задач оптимизации;
- развитие логического и алгоритмического мышления;
- развитие практических навыков программирования алгоритмов решения задач оптимизации

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

2.1. Дисциплина «Методы оптимизации» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули) и имеет тесную связь с другими дисциплинами.

2.2. В таблице приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП.

### Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины
1	Линейная алгебра и аналитическая геометрия	Основы кибернетики
2	Дискретная математика	Оптимальное управление

### 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты освоения образовательной программы (ОП) – компетенции обучающихся определяются требованиями стандарта по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика и формируются в соответствии с матрицей компетенций ОП

<b>№ п/п</b>	<b>Номер/ индекс компетенции</b>	<b>Наименование компетенции (или ее части)</b>	<b>В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:</b>
1	2	3	4
1.	ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Обладает базовыми знаниями о существующих математических моделях в различных областях знаний ОПК-3.2 Применяет и модифицирует существующие математические модели для решения прикладных задач ОПК-3.3 Владеет методологией математического моделирования для решения задач в области профессиональных интересов

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры
			№ 5
1		2	3
<b>Аудиторная контактная работа (всего)</b>		72	72
В том числе:			
Лекции		36	36
Практические занятия		36	36
<b>Контактная внеаудиторная работа, в том числе:</b>			
Индивидуальные и групповые консультации		2	2
<b>Самостоятельная работа обучающегося (СРО) (всего)</b>		70	70
<i>Расчетно-графические работы</i>		14	14
<i>Подготовка к практическим занятиям</i>		14	14
<i>Подготовка к тестированию</i>		14	14
<i>Подготовка к промежуточному контролю</i>		14	14
<i>Проработка лекций</i>		14	14
<b>Промежуточная аттестация</b>	экзамен (Э) <b>в том числе:</b>	Э (36)	Э (36)
	Прием экз., час.	0,5	0,5
	Консультация, час.	2	2
	СРО, час.	33,5	33,5
<b>ИТОГО: Общая трудоемкость</b>			
<b>Часов</b>		180	180
<b>зач. ед.</b>		5	5

## 4.2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.2.1. Разделы (темы) дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля

№ п/ п	Наименование раздела дисциплины	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу обучающихся (в часах)					Формы текущей и промежуточной аттестации (ОФО)
		Л	ЛР	ПЗ	СР О	всег о	
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Семестр 5</b>							
1.	Раздел 1. Введение. Основные понятия задачи оптимизации	6		6	18	30	Коллоквиум, расчетно-графическая работа, тестовый контроль
2.	Раздел 2. Решение оптимизационных и многокритериальных задач	10		10	18	38	Коллоквиум, расчетно-графическая работа тестовый контроль
3.	Раздел 3. Методы решения экстремальных задач для функций и ЗЛП	10		10	18	38	Коллоквиум, расчетно-графическая работа тестовый контроль
4.	Раздел 4. Численные методы безусловной и условной оптимизации	10		10	16	36	Коллоквиум, расчетно-графическая работа тестовый контроль
	Контактная внеаудиторная работа					2	индивидуальные и групповые консультации
	Промежуточная аттестация					36	Экзамен
<b>Итого часов в 5 семестре:</b>		<b>36</b>		<b>36</b>	<b>70</b>	<b>180</b>	
<b>Всего:</b>		<b>36</b>		<b>36</b>	<b>70</b>	<b>180</b>	

#### 4.2.2. Лекционный курс

№ п/п	Наименование раздела	Наименование темы лекции	Содержание лекции	Всего Часов (ОФО)
1	2	3	4	5
<b>Семестр 5</b>				
1.	Раздел 1. Введение. Основные понятия задачи оптимизации	Тема 1.1 Основные понятия Тема 1.2 Разнообразии критериев оптимизации Векторная целевая функция	Основные термины и определения. Понятие «оптимум» Математическая модель и моделирование. Постановка задачи оптимизации. Разнообразие критериев оптимизации Целевая функция Векторная целевая функция. Множество допустимых решений.	<b>6</b>
2.	Раздел 2. Решение оптимизационных и многокритериальных задач	Тема 2.1 Задача о назначении Тема 2.2 Лексикографическая оптимизация Тема 2.3 Методы динамического программирования. Проблема замены оборудования Тема 2.4 Покрытия $n$ -вершинного графа паросочетаниями	Задача о назначении Целевая функция Лексикографическая оптимизация. Задача динамического программирования Критерии оптимизации: Линейная форма. Мультипликативная ЦФ. ЦФ вида MINMAX и MAXMIN. ЦФ вида «расстояние до идеальной точки».	<b>10</b>
3.	Раздел 3. Методы решения экстремальных задач для функций и ЗЛП	Тема 3.1 Теория погрешности Тема 3.2 Выпуклая и вогнутая функции Тема 3.3 Графический метод оптимизации для ЗЛП	Теорема Вейерштрасса. Выпуклая и вогнутая функции. Методика нахождения экстремума на интервале. Условия минимума выпуклых функций. Задачи линейного программирования Графический метод оптимизации для ЗЛП.	<b>10</b>

4.	Раздел 4. Численные методы безусловной и условной оптимизации	Тема 4.1 Оптимизация численными методами: метод дихотомии, метод золотого сечения, метод Ньютона, Метод Такера-Куна.	Понятие о численных методах оптимизации Метод дихотомии Метод золотого сечения Метод Ньютона Метод Такера-Куна	<b>10</b>
<b>Итого часов в семестре:</b>				<b>36</b>
<b>Всего:</b>				<b>36</b>

#### 4.2.3. Лабораторный практикум (не предполагается)

#### 4.2.4. Практические занятия

№ п/ п	Наименование раздела дисциплины	Наименование практического занятия	Содержание практического занятия	Всего Часов (ОФО)
1	2	3	4	5
<b>Семестр 5</b>				
	Раздел 1. Введение. Основные понятия задачи оптимизации	Информационная технология поиска оптимального решения в среде MicrosoftExcel	Изучить инструментальные возможности MicrosoftExcel для решения задач оптимизации: инструментарии «поиска решений»	<b>6</b>
	Раздел 2. Решение оптимизационн ых и многокритериал ьных задач	Задача о назначении Решить и аналитически и реализовать на одном из языков программирования	Линейные РП	<b>2</b>
		Многокритериальная задача о совершенных паросочетаниях  Решить аналитически и реализовать на одном из языков программирования	Нахождение ПМ, ПМА, линейная свертка критериев, лексико-графическая оптимизация . на примере задачи о совершенных паросочетаниях. Мультипликативная ЦФ. ЦФ вида MINMAX и MAXMIN. ЦФ вида «расстояние до идеальной точки».	<b>4</b>
		Алгоритм решения задачи о заменах автомобиля  Программирование задачи замены оборудования на одном	Принцип оптимальности динамического программирования.  Вычислительная	<b>4</b>



		из языков программирования	схема ДП на примере решения задачи о замене оборудования	
	Раздел 3. Методы решения экстремальных задач для функций и ЗЛП	Графический метод решения задач линейного программирования Программирование графического метода решения задач ЛП на одном из языков программирования	Постановка задачи линейной оптимизации Примеры задач экономики, приводящие к задачам ЛП Графический метод решения простейших задач ЛП	<b>10</b>
	Раздел 4. Численные методы безусловной и условной оптимизации	Метод дихотомии Метод золотого сечения Метод Ньютона Метод Такера-Куна	Численные методы оптимизации. Алгоритмы их решения Тексты программ на одном из языков программирования	<b>10</b>
<b>Итого часов в 5 семестре:</b>				<b>36</b>
<b>Всего:</b>				<b>36</b>

#### 4.3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды СРО	Всего часов (ОФО)
1	2	3	4
1.	Раздел 1. Введение. Основные понятия задачи оптимизации	Работа с книжными источниками. Работа с электронными источниками. Подготовка к тестовому контролю. Подготовка к коллоквиуму.	18
2.	Раздел 2. Решение оптимизационных и многокритериальных задач	Работа с книжными источниками. Работа с электронными источниками. Подготовка к тестовому контролю. Подготовка к коллоквиуму.	18
3.	Раздел 3. Методы решения экстремальных задач для функций и ЗЛП	Работа с книжными источниками. Работа с электронными источниками. Подготовка к тестовому контролю. Подготовка к коллоквиуму.	18
4.	Раздел 4. Численные методы безусловной и условной оптимизации	Работа с книжными источниками. Работа с электронными источниками. Подготовка к тестовому контролю. Подготовка к коллоквиуму.	16
<b>Итого часов в семестре:</b>			<b>70</b>
<b>Всего:</b>			<b>70</b>

## **5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **5.1. Методические указания для подготовки обучающихся к лекционным занятиям**

Лекции составляют основу теоретического обучения и дают систематизированные основы научных знаний по дисциплине, раскрывают состояние и перспективы развития соответствующей области науки, концентрируют внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулируют их активную познавательную деятельность и способствуют формированию творческого мышления.

Ведущим методом в лекции выступает устное изложение учебного материала, сопровождающееся использованием мультимедиа аппаратуры.

Лекция является исходной формой всего учебного процесса, играет направляющую и организующую роль в самостоятельном изучении предмета. Важнейшая роль лекции заключается в личном воздействии лектора на аудиторию.

Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентировочной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Построение лекций по дисциплине «Основы функционального анализа» осуществляется на основе принципов научности (предполагает воспитание диалектического подхода к изучаемым предметам и явлениям, диалектического мышления, формирование правильных представлений, научных понятий и умения точно выразить их в определениях и терминах, принятых в науке)

На лекциях раскрываются основные теоретические аспекты, приводятся примеры реализации на практике, освещается достигнутый уровень формализации деятельности по автоматизации процессов.

Специфической чертой изучения данного курса является то, что приобретение умений и навыков работы невозможно без систематической тренировки, которая осуществляется на практических занятиях.

Основное внимание в лекции сосредотачивается на глубоком, всестороннем раскрытии главных, узловых, наиболее трудных вопросов темы. Уже на начальном этапе подготовки лекции решается вопрос о соотношении материалов учебника и лекции.

Для того чтобы лекция для обучающегося была продуктивной, к ней надо готовиться. Подготовка к лекции заключается в следующем:

- узнать тему лекции (по тематическому плану, по информации лектора),
- прочитать учебный материал по учебнику и учебным пособиям,
- уяснить место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке,
- выписать основные термины,
- ответить на контрольные вопросы по теме лекции,
- уяснить, какие учебные элементы остались неясными,
- записать вопросы, которые можно задать лектору на лекции.

В ходе лекционных занятий обучающийся должен вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций. Указания по конспектированию лекций: - не нужно стараться записать весь материал, озвученный преподавателем. Как правило, лектором делаются акценты на ключевых моментах лекции для начала конспектирования;

- конспектирование необходимо начинать после оглашением главной мысли лектором, перед началом ее комментирования;
- выделение главных мыслей в конспекте другим цветом целесообразно производить вне лекции с целью сокращения времени на конспектирование на самой лекции;

- применение сокращений приветствуется;
- нужно избегать длинных и сложных рассуждений;
- дословное конспектирование отнимает много времени, поэтому необходимо опускать фразы, имеющие второстепенное значение;
- если в лекции встречаются неизвестные термины, лучше всего отметить на полях их существование, оставить место для их пояснения и в конце лекции задать уточняющий вопрос лектору.

Конспектирование и рецензирование, таким образом, это процесс выделения основных мыслей текста, его осмысления и оценки содержащейся в нем информации. Данный вид учебной работы является видом индивидуальной самостоятельной работы обучающегося.

## **5.2. Методические указания для подготовки обучающихся к практическим занятиям**

В процессе подготовки и проведения практических занятий обучающиеся закрепляют полученные ранее теоретические знания, приобретают навыки их практического применения, опыт рациональной организации учебной работы, готовятся к сдаче экзамена. Поскольку активность на практических занятиях является предметом внутрисеместрового контроля его продвижения в освоении курса, подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

При подготовке к занятию в первую очередь должны использовать материал лекций и соответствующих литературных источников. Самоконтроль качества подготовки к каждому занятию осуществляют, проверяя свои знания и отвечая на вопросы для самопроверки по соответствующей теме.

Входной контроль осуществляется преподавателем в виде проверки и актуализации знаний обучающихся по соответствующей теме.

Выходной контроль осуществляется преподавателем проверкой качества и полноты выполнения задания. Подготовку к практическому занятию каждый обучающийся должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала, а затем изучение обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме.

Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности обучающегося свободно ответить на теоретические вопросы, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий.

Предлагается следующая опорная схема подготовки к практическим занятиям.

1. Ознакомление с темой практического занятия. Выделение главного (основной темы) и второстепенного (подразделы, частные вопросы темы).

2. Освоение теоретического материала по теме с опорой на лекционный материал, учебник и другие учебные ресурсы. Самопроверка: постановка вопросов, затрагивающих основные термины, определения и положения по теме, и ответы на них.

3. Выполнение практического задания. Обнаружение основных трудностей, их решение с помощью дополнительных интеллектуальных усилий и/или подключения дополнительных источников информации.

Обучающийся при подготовке к практическому занятию может консультироваться с преподавателем и получать от него наводящие разъяснения, задания для самостоятельной работы.

Дидактические цели практического занятия: углубление, систематизация и закрепление знаний, превращение их в убеждения; проверка знаний; привитие умений и навыков самостоятельной работы с книгой; развитие культуры речи, формирование умения

аргументировано отстаивать свою точку зрения, отвечать на вопросы слушателей; умение слушать других, задавать вопросы.

Задачи: стимулировать регулярное изучение программного материала, первоисточников; закреплять знания, полученные на уроке и во время самостоятельной работы; обогащать знаниями благодаря выступлениям товарищей и учителя на занятии, корректировать ранее полученные знания.

Функции практического занятия:

- учебная (углубление, конкретизация, систематизацию знаний, усвоенных во время занятий и в процессе самостоятельной подготовки к семинару);

- развивающая (развитие логического мышления учащихся обучающихся, приобретение ими умений работать с различными литературными источниками, формирование умений и навыков анализа фактов, явлений, проблем и т.д.);

- воспитательная (воспитание ответственности, работоспособности, воспитание культуры общения и мышления, привитие интереса к изучению предмета, формирование потребности рационализации и учебно-познавательной деятельности и организации досуга)

- диагностическая -коррекционную и контролирующую (контроль за качеством усвоения обучающимися учебного материала, выявление пробелов в его усвоении и их преодоления)

- организация самостоятельной работы обучающихся содержит объяснение содержания задачи, методики его выполнения, краткую аннотацию рекомендованных источников информации, предложения по выполнению индивидуальных заданий.

### **5.3 Методические указания по самостоятельной работе обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся предполагает различные формы индивидуальной учебной деятельности: конспектирование научной литературы, сбор и анализ практического материала в СМИ, проектирование, выполнение тематических и творческих заданий и пр. Выбор форм и видов самостоятельной работы определяется индивидуально-личностным подходом к обучению совместно преподавателем и обучающимся.

#### **5.3.1. Методические указания по подготовке к коллоквиуму.**

Подготовка к коллоквиуму начинается с консультации преподавателя, на которой он разъясняет развернутую тематику проблемы, рекомендует литературу для изучения и объясняет и объясняет процедуру проведения коллоквиуму.

Подготовка включает в себя изучение конспекта лекций, рекомендованной литературы и (по указанию преподавателя) конспектирование важнейших источников.

Коллоквиум проводится в форме индивидуальной беседы с каждым обучающимся или беседы в небольших группах (3-5 человек). Обычно преподаватель задает несколько кратких конкретных вопросов, позволяющих выяснить степень добросовестности работы с литературой, контролирует конспект. Далее более подробно обсуждается какая-либо сторона проблемы, что позволяет оценить уровень понимания. Обучающимся дается возможность высказать свое мнение, точку зрения, критику по определенным вопросам. При высказывании требуется аргументированность и обоснованность собственных оценок.

#### **5.3.2. Методические указания по подготовке к тестовому контролю.**

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов.

При самостоятельной подготовке к тестированию обучающемуся необходимо:

а) готовясь к тестированию, проработайте информационный материал по дисциплине. Проконсультируйтесь с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

б) четко выясните все условия тестирования заранее. Вы должны знать, сколько тестов будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т.д.

в) приступая к работе с тестами, внимательно и до конца прочтите вопрос и предлагаемые варианты ответов. Выберите правильные (их может быть несколько). На отдельном листке ответов выпишите цифру вопроса и буквы соответствующие правильным ответам;

г) если встретили чрезвычайно трудный вопрос, не тратьте много времени на него. Переходите к другим тестам. Вернитесь к трудному вопросу в конце.

д) обязательно оставьте время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

### **5.3.3 Методические указания по выполнению расчетно-графической работы**

Расчетно-графическая работа оформляется в распечатанном или рукописном варианте. Номер варианта выбирается по порядковому номеру списка обучающихся. РГР с другим номером варианта не зачитываются. Работа выполняется аккуратно, в случае рукописного оформления чтение ее не должно вызывать затруднений.

РГР должна состоять из титульного листа и основной части. Допускается включение в работу приложений, содержащих таблицы, рисунки, полученные на компьютере. На титульном листе обязательно указывается наименование дисциплины, ФИО обучающегося, группа, вариант задания, ФИО преподавателя. Выполненная и оформленная работа должна быть представлена преподавателю не позднее, чем за 10 дней до начала сессии.

В основной части РГР до решения каждой задачи должны быть представлены собственные данные: вариант задания, формулировка задания, численные значения, соответствующие своему варианту. Далее должно быть представлено решение с расшифровкой формул и последовательности действий. Все вычисления сначала представляются в виде расчетных формул, затем в формулы подставляются численные значения и записывается ответ с указанием единиц измерений (без промежуточных расчетов). Все вычислительные процедуры следует производить с точностью до 0,01.

#### **Промежуточная аттестация**

По итогам семестра проводится экзамен. При подготовке к сдаче экзамена рекомендуется пользоваться материалами лекции и практических занятий, и материалами, изученными в ходе текущей самостоятельной работы. Экзамен проводится в устной или письменной форме.

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

№ п/п	Виды учебной работы	Образовательные технологии	Всего Часов (ОФО)
1	2	3	4
<b>Семестр 5</b>			
1.	<i>Лекция «Разнообразие критериев оптимизации»</i>	<i>Проблемная, метод мозгового штурма</i>	2
2.	<i>Лекция «Векторная целевая функция»</i>	<i>Проблемная, метод мозгового штурма</i>	2
3.	<i>Лекция «Основные понятия метода динамического программирования»</i>	<i>Проблемная метод мозгового штурма</i>	4
4.	<i>Лекция «Покрытия n-вершинного графа паросочетаниями»</i>	<i>Проблемная метод мозгового штурма</i>	4
5.	<i>Лекция «Теория погрешности»</i>	<i>Проблемная</i>	2
6.	<i>Практическое занятие «Программирование задачи замены оборудования на одном из языков программирования»</i>	<i>Тренинг метод мозгового штурма</i>	4
7.	<i>Практическое занятие «Метод дихотомии»</i>	<i>Тренинг</i>	2
<b>Итого часов в 5 семестре:</b>			20
<b>Всего:</b>			20

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 7.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

#### Список основной литературы

1. Жидкова Н.В. Методы оптимизации систем : учебное пособие / Жидкова Н.В., Мельникова О.Ю.. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 149 с. — ISBN 978-5-4486-0257-3. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/72547.html> .
2. Мицель А.А. Методы оптимизации : учебное пособие / Мицель А.А., Шелестов А.А., Романенко В.В.. — Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2017. — 198 с. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/72127.html>

#### Список дополнительной литературы

1. Методы оптимизации : учебно-методический комплекс / . — Алматы : Нур-Принт, 2012. — 128 с. — ISBN 9965-756-18-X. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/67099.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей Методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебно-методический комплекс/. — Электрон. текстовые данные. — Алматы: Нур-Принт, 2012. — 128 с. — 9965-756-18-X. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/67099.html>
2. Методы оптимизации и теории управления : методические указания к самостоятельной работе по дисциплинам «Методы оптимизации», «Математические методы теории управления» / . — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2013. — 18 с. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/22891.html>
3. Палинчак Н.Ф. Методы оптимизации : методические указания для проведения лабораторных работ / Палинчак Н.Ф.. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2017. — 16 с. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/74404.html>
4. Ренин С.В. Методы оптимизации : сборник задач и упражнений / Ренин С.В., Ганелина Н.Д.. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2011. — 54 с. — ISBN 978-5-7782-1688-4. — Текст : электронный // IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/45389.html>)

### 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

<http://elibrary.ru> - Научная электронная библиотека.

### 7.3. Информационные технологии, лицензионное программное обеспечение

Лицензионное программное обеспечение	Реквизиты лицензий/ договоров
Microsoft Azure Dev Tools for Teaching 1. Windows 7, 8, 8.1, 10 2. Visual Studio 2008, 2010, 2013, 2019 5. Visio 2007, 2010, 2013 6. Project 2008, 2010, 2013 7. Access 2007, 2010, 2013 и т. д.	Идентификатор подписчика: 1203743421 Срок действия: 30.06.2022  (продление подписки)
MS Office 2003, 2007, 2010, 2013	Сведения об Open Office: 63143487, 63321452, 64026734, 6416302, 64344172, 64394739, 64468661, 64489816, 64537893, 64563149, 64990070, 65615073 Лицензия бессрочная
Антивирус Dr.Web Desktop Security Suite	Лицензионный сертификат Серийный № 8DVG-V96F-H8S7-NRBC Срок действия: с 20.10.2022 до 22.10.2023
Цифровой образовательный ресурс IPRsmart	Лицензионный договор № 10423/23П от 30.06.2023 г. Срок действия: с 01.07.2023 г. до 01.07.2024г.

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 8.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий

#### 1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа

Специализированная мебель:

Кафедра настольная – 1 шт., доска меловая – 1 шт., стулья – 65 шт., парты – 34 шт.

Технические средства обучения, служащие для предоставления учебной информации большой аудитории:

Экран на штативе – 1 шт.

Проектор – 1 шт.

Ноутбук – 1 шт.

#### 2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнение курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации

Специализированная мебель:

Кафедра настольная – 1 шт., доска меловая – 1 шт., стулья – 65 шт., парты – 34 шт.

Технические средства обучения, служащие для предоставления учебной информации большой аудитории:

Экран на штативе – 1 шт.

Проектор – 1 шт.

Ноутбук – 1 шт.

#### 3. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнение курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации

Специализированная мебель:

Кафедра настольная – 1 шт., парты – 31 шт., стулья – 54 шт., доска меловая – 1 шт.

Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации:

Проектор – 1 шт.

Экран рулонный настенный – 1 шт.

Ноутбук – 1 шт.

#### 4. Помещение для самостоятельной работы.



Отдел обслуживания печатными изданиями

Специализированная мебель: Рабочие столы на 1 место – 21 шт. Стулья – 55 шт. Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации: экран настенный – 1 шт.

Проектор – 1 шт. Ноутбук – 1 шт.

Информационно-библиографический отдел.

Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место - 6 шт. Стулья - 6 шт.

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «СевКавГА»:

Персональный компьютер – 1 шт. Сканер – 1 шт. МФУ – 1 шт. Отдел обслуживания электронными изданиями Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место – 24 шт. Стулья – 24 шт.

Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации:

Интерактивная система - 1 шт. Монитор – 21 шт. Сетевой терминал - 18 шт. Персональный компьютер - 3 шт. МФУ – 2 шт. Принтер – 1 шт.

## **5. Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.**

Специализированная мебель: Шкаф – 1 шт., стул – 2 шт., кресло компьютерное – 2 шт., стол угловой компьютерный – 2 шт., тумбочки с ключом – 2 шт. Учебное пособие (персональный компьютер в комплекте) – 2 шт.

## **8.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся**

1. Рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.
2. Рабочие места обучающихся, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

## **8.3. Требования к специализированному оборудованию нет**

## **9. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Для обеспечения образования инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается (в случае необходимости) адаптированная образовательная программа, индивидуальный учебный план с учетом особенностей их психофизического развития и состояния здоровья, в частности применяется индивидуальный подход к освоению дисциплины, индивидуальные задания: рефераты, письменные работы и, наоборот, только устные ответы и диалоги, индивидуальные консультации, использование диктофона и других записывающих средств для воспроизведения лекционного и семинарского материала.

В целях обеспечения обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья комплектуется фонд основной учебной литературой, адаптированной к ограничению электронных образовательных ресурсов, доступ к которым организован в БИЦ Академии. В библиотеке проводятся индивидуальные консультации для данной категории пользователей, оказывается помощь в регистрации и использовании сетевых и локальных электронных образовательных ресурсов, предоставляются места в читальном зале.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**«Методы оптимизации»**

# 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Методы оптимизации»

## Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Индекс	Формулировка компетенции
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

## 2. Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий. Изучение каждого раздела (темы) предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций обучающимися.

Этапность формирования компетенций прямо связана с местом дисциплины в образовательной программе.

Разделы (темы) дисциплины	Формируемы компетенции и коды
	ОПК-3
Раздел 1. Основные методы решения задач оптимизации	+
Раздел 2. Методы решения оптимизационных и многокритериальных задач	+
Раздел 3. Методы решения экстремальных задач для функций и ЗЛП	+
Раздел 4. Численные методы безусловной и условной оптимизации	+

### 3 Показатели, критерии и средства оценивания компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины

#### ОПК-3- Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности

индикаторы достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения				Средства оценивания результатов обучения	
	неудовлетв	удовлетв	хорошо	отлично	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
ОПК-3.1 Обладает базовыми знаниями о существующих математических моделях в различных областях знаний	Не знает математические методы решения задач алгебры, математического анализа, моделирования.	Демонстрирует частичные знания математических методов решения задач, математического анализа и математические методы и модели для решения исследовательских и проектных задач	Демонстрирует знания математических методов решения задач и математические методы и модели для решения исследовательских и проектных задач	Демонстрирует полное знание математических методов решения задач алгебры, и математические методы и модели для решения исследовательских и проектных задач	Расчетно-графическая работа Выполнение практических работ коллоквиум тестирование	Экзамен
ОПК-3.2 Применяет и модифицирует существующие математические модели для решения прикладных задач	Не умеет и не готов обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять их проверку	Не полностью умеет обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку функционирования систем	Умеет обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты моделирования, оценивать надежность и качество функционирования систем.	Готов и умеет обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты моделирования, оценивать надежность и качество функционирования систем.	Расчетно-графическая работа коллоквиум Выполнение практических работ Тестирование	Экзамен
ОПК-3.3 Владеет методологией математического моделирования для решения задач в области профессиональных интересов	Не владеет навыками применения для решения математических методов и осуществление выбора использования их при решении различных оптимизационных задач	Владеет отдельными навыками применения для решения различных задач оптимизации	Владеет современными методами и навыками применения их для решения задач оптимизации.	Демонстрирует полное владение навыками применения для решения различных оптимизационных задач моделирования, оценки надежности и качества функционирования систем.	Расчетно-графическая работа, Выполнение практических работ Тестирование, коллоквиум	Экзамен

## 4. Комплект контрольно-оценочных средств по дисциплине

### Вопросы к экзамену по дисциплине «Методы оптимизации»

1. Задачи оптимизации. Основные понятия.
2. Задачи оптимального планирования.
3. Математическое моделирование
4. Классы задач оптимизации.
5. Целевая функция
6. Векторная целевая функция
7. Многокритериальная оптимизация
8. Оптимизационные задачи
9. Решение по Парето
10. Понятие «множество допустимых решений»
11. Понятие полного множества альтернатив
12. Понятие паретовского множества
13. Понятие «множество альтернатив»
14. Решающее правило вида  $\min \sum$
15. Решающее правило  $\min \max$
16. Решающее правило «расстояние до идеальной точки»
17. Мультипликативное решающее правило
18. Лексикографическая оптимизация
19. Задача замены оборудования
20. Алгоритм Дейкстры
21. Теория погрешности
22. Теорема Вейерштрасса.
23. Выпуклая и вогнутая функции.
24. Методика нахождения экстремума на интервале.
25. Условия минимума выпуклых функций.
26. Графический метод оптимизации для ЗЛП
27. Понятие о численных методах оптимизации
28. Методы оптимизации с использованием производных.
29. Метод дихотомии
30. Метод золотого сечения
31. Метод Ньютона
32. Метод Куна-Таккера

# СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ

Кафедра Математики

20\_\_ - 20\_\_ учебный год

Экзаменационный билет № 1

по дисциплине Методы оптимизации

для обучающихся по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

1. Многокритериальная оптимизация
2. Алгоритм Дейкстры
3. Практическое задание

Зав. кафедрой

Кочкаров А.М.

## **Практические задания к экзамену** по дисциплине Методы оптимизации

### ***Вариант 3***

При изготовлении изделий И1 и И2 используются сталь и цветные металлы, а также токарные и фрезерные станки. По технологическим нормам на производство единицы изделия И1 требуется 300 и 200 станко-часов соответственно токарного и фрезерного оборудования, а также 10 и 20 кг соответственно стали и цветных металлов. Для производства единицы изделия И2 требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов. Цех располагает 12400 и 6800 станко-часами соответственно токарного и фрезерного оборудования и 640 и 840 кг соответственно стали и цветных металлов. Прибыль от реализации единицы изделия И1 составляет 6 руб. и от единицы изделия И2 – 16 руб.

Постройте математическую модель задачи, используя в качестве показателя эффективности прибыль и учитывая, что время работы фрезерных станков должно быть использовано полностью.

### ***Вариант 4***

Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 условных единиц (усл. ед.), жиров – не менее 70 и витаминов – не менее 10 усл. ед. Содержание их в каждой единице продуктов П1 и П2 равно соответственно (0,2; 0,075; 0) и (0,1; 0,1; 0,1) усл. ед. Стоимость 1 ед. продукта П1 – 2 руб., П2 – 3 руб. Постройте математическую модель задачи, позволяющую так организовать питание, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ.

### ***Вариант 5***

Для изготовления трёх видов продукции А, В и С используют токарное, фрезерное, сварочное и шлифовальное оборудование. Затраты времени на обработку одного изделия для каждого из типов оборудования указаны в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждого из типов используемого оборудования, а также прибыль от реализации

одного изделия данного вида.

Тип оборудования	Затраты времени на обработку одного изделия вида, станко-ч			Общий фонд рабочего времени оборудования, ч
	A	B	C	
Фрезерное	5	6	8	210
Токарное	3	4	2	320
Сварочное	7	9	4	250
Шлифовальное	2	5	6	160
Прибыль, руб.	8	11	15	

Требуется определить, сколько изделий и какого вида следует изготовить предприятию, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

### Вариант 6

На заводе выпускают изделия четырех типов. От реализации 1 ед. каждого изделия завод получает прибыль соответственно 2, 1, 3, 5 д.е. На изготовление изделий расходуются ресурсы трех типов: энергия, материалы, труд. Данные о технологическом процессе приведены в следующей таблице

Спланируйте производство изделий так, чтобы прибыль от их реализации была наибольшей.

Ресурсы	Затраты ресурсов на единицу изделия				Запасы ресурсов, ед.
	I	II	III	IV	
Энергия	2	3	1	2	30
Материалы	4	2	1	2	40
Труд	1	2	3	1	25

### Вариант 7

При производстве карамели на кондитерской фабрике используются сахарный песок, патока, фруктовое пюре и вкусовые добавки. Нормы расхода сырья каждого вида для производства 1 т карамели "Абрикос"(А), "Вишня"(В) и "Клубника"(К) приведены в таблице.

Вид сырья	Нормы расхода сырья на 1 т карамели, т			Общее количество сырья, т
	A	B	K	
Сахарный песок	0,7	0,6	0,8	900
Патока	0,45	0,5	0,3	700
Фруктовое пюре	0,1	0,2	0,15	250
Вкусовые добавки	0,002	0,005	0,003	16
Прибыль, руб.	1000	1200	1350	

Требуется определить, план выпуска карамели, чтобы прибыль от её реализации была максимальной.

### Вариант 8



При откорме лосей каждое животное ежедневно должно получить не менее 18 ед. белков, не менее 72 ед. углеводов и не менее 24 ед. жиров. При откорме могут использоваться три вида корма. Содержание единиц питательных веществ в 1 кг каждого из видов корма приведено в таблице.

Составить дневной рацион, обеспечивающий получение необходимого количества питательных веществ при минимальных денежных затратах

Питательные вещества	Число единиц питательных веществ в 1 кг корма		
	I	II	III
Белки	3	4	3
Углеводы	13	20	9
Жиры	5	4	3
Цена 1 кг корма, руб.	21	25	35

### Вариант 9

При откорме каждое животное должно получать не менее 9 ед. белков, 8 ед. углеводов и 11 ед. протеина. Для составления рациона используют два вида корма, представленных в следующей таблице:

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ на 1 кг	
	корма 1	корма 2
Белки	3	1
Углеводы	1	2
Протеин	1	6

Стоимость 1 кг корма первого вида — 4 д.е., второго ~ 6 д.е.

Составьте дневной рацион питательности, имеющий минимальную стоимость.

### Вариант 10

Хозяйство располагает следующими ресурсами: площадь — 100 ед., труд — 120 ед., тяга — 80 ед. Хозяйство производит четыре вида продукции П<sub>1</sub>, П<sub>2</sub>, П<sub>3</sub> и П<sub>4</sub>, Организация производства характеризуется следующей таблицей:

Продукция	Затраты на 1 ед. продукции			Доход от единицы продукции
	площадь	труд	тяга	
П <sub>1</sub>	2	2	2	1
П <sub>2</sub>	3	1	3	4
П <sub>3</sub>	4	2	1	3
П <sub>4</sub>	5	4	1	5

Составьте план выпуска продукции, обеспечивающий хозяйству максимальную прибыль.

### Вариант 11

Цех выпускает трансформаторы двух видов. Для изготовления трансформаторов обоих видов используются железо и проволока. Общий запас железа - 3 т, проволоки ~ 18 т.

На один трансформатор первого вида расходуются 5 кг железа и 3 кг проволоки, а на один трансформатор второго вида расходуются 3 кг железа и 2 кг проволоки. За каждый реализованный трансформатор первого вида завод получает прибыль 3 д. е., второго — 4 д. е.

Составьте план выпуска трансформаторов, обеспечивающий заводу максимальную прибыль.

#### **Вариант 12**

Для выпуска четырех видов продукции требуются затраты сырья, рабочего времени и оборудования. Исходные данные приведены в таблице:

Тип ресурса	Нормы затрат ресурсов на единицу продукции				Наличие ресурсов
	1	2	3	4	
Сырье	3	5	2	4	60
Рабочее время	22	14	18	30	400
Оборудование	10	14	8	16	128
Прибыль на единицу продукции	30	25	8	16	

Сформулировать экономико-математическую модель задачи на максимум прибыли и найти оптимальный план выпуска продукции.

#### **Вариант 13**

Из трех продуктов - I, II, III составляется смесь. В состав смеси должно входить не менее 6 ед. химического вещества А, 8 ед. — вещества В и не менее 12 ед. вещества С. Структура химических веществ приведена в следующей таблице:

Продукт	Содержание химического вещества в 1 ед. продукции			Стоимость 1 ед. продукции
	А	В	С	
I	2	1	3	2
II	1	2	4	3
III	3	1,5	2	2,5

Составьте наиболее дешевую смесь.

#### **Вариант 14**

В институте проводится конкурс на лучшую стенгазету. Одному студенту дано следующее поручение:

- купить акварельной краски по цене 30 д. е. за коробку, цветные карандаши по цене 20 д.ед. за коробку, линейки по цене 12 д.ед., блокноты по цене 10 д.ед.;

- красок нужно купить не менее трех коробок, блокнотов - столько, сколько коробок карандашей и красок вместе, линеек не более пяти. На покупки выделяется не менее 300 д. е.

В каком количестве студент должен купить указанные предметы, чтобы общее число предметов было наибольшим?

#### **Вариант 15**

Цех выпускает три вида деталей — А, В, С. Каждая деталь обрабатывается тремя станками. Организация производства в цехе характеризуется следующей таблицей:

Станок	Длительность обработки детали, мин.			Фонд времени, час
	A	B	C	
I	12	10	9	220
II	15	18	20	400
III	6	4	4	100
Отпускная цена за одну деталь	30	32	30	

Составьте план загрузки станков, обеспечивающий цеху получение максимальной прибыли.

## Контрольные вопросы по дисциплине Методы оптимизации

### Вопросы к разделу 1.

1. Понятие методов оптимизации
2. Проблема адекватности в процессе математического моделирования.
3. Математическая модель оптимизации
4. Линейная свертка критериев векторной целевой функции.
5. Критерии оптимизации.
6. Обобщение понятия оптимум, паретовский оптимум.
7. Целевая функция

### Вопросы к разделу 2.

1. Разнообразие критериев оптимизации, линейная форма целевая функция.
2. Разнообразие критериев оптимизации, мультипликативная целевая функция.
3. Разнообразие критериев оптимизации, целевая функция вида MINMAX, MAXMIN.
4. Разнообразие критериев оптимизации, целевая функция вида «расстояние до идеальной точки».
5. Разнообразие критериев оптимизации, целевая функция вида «оценка в среднем».
6. Лексикографическая оптимизация в условиях многокритериальности.
7. Задача динамического программирования
8. Принцип оптимальности динамического программирования.
9. Теоретико-графовые модели и методы динамического программирования.
10. Особенности задач динамического программирования на графах.
11. Математическая модель задач о замене оборудования.

### Вопросы к разделу 3.

1. Теорема Вейерштрасса.
2. Выпуклая и вогнутая функции.
3. Методика нахождения экстремума на интервале.
4. Условия минимума выпуклых функций.
5. Постановка задачи линейной оптимизации
6. Задачи экономики, приводящие к задачам линейного программирования
7. Графический метод оптимизации для ЗЛП.

### Вопросы к разделу 4.

1. Теория погрешности
2. Понятие о численных методах оптимизации
3. Численные методы задач оптимизации
4. Метод дихотомии
5. Метод золотого сечения
6. Метод Ньютона
7. Метод Такера-Куна

**Вопросы к коллоквиуму**  
**по дисциплине Методы оптимизации**

1. Задачи оптимизации. Основные понятия.
2. Задачи оптимального планирования.
3. Математическое моделирование
4. Классы задач оптимизации.
5. Целевая функция
6. Векторная целевая функция
7. Многокритериальная оптимизация
8. Оптимизационные задачи
9. Решение по Парето
10. Понятие «множество допустимых решений»
11. Понятие полного множества альтернатив
12. Понятие паретовского множества
13. Понятие «множество альтернатив»
14. Решающее правило вида  $\min\sum$
15. Решающее правило  $\min\max$
16. Решающее правило «расстояние до идеальной точки»
17. Мультипликативное решающее правило
18. Лексикографическая оптимизация
19. Задача замены оборудования
20. Алгоритм Дейкстры
21. Теория погрешности
22. Теорема Вейерштрасса.
23. Выпуклая и вогнутая функции.
24. Методика нахождения экстремума на интервале.
25. Условия минимума выпуклых функций.
26. Графический метод оптимизации для ЗЛП
27. Понятие о численных методах оптимизации
28. Методы оптимизации с использованием производных.
29. Метод дихотомии
30. Метод золотого сечения
31. Метод Ньютона
32. Метод Куна-Таккера

**Комплект тестовых вопросов и заданий**  
по дисциплине «Методы оптимизации»

1. Задача многокритериальной оптимизации характеризуется наличием \_\_\_\_\_

2. Изменяемые при оптимизации величины, входящие в математическую модель объекта оптимизации, называют \_\_\_\_\_

3. Для 2-критериальной задачи о назначениях с минимизируемыми критериями имеем следующую таблицу

$x^{(k)}$	$F_1(x^{(k)})$	$F_2(x^{(k)})$
$x^{(1)}$	3	15
$x^{(2)}$	12	12
$x^{(3)}$	10	10
$x^{(4)}$	10	10
$x^{(5)}$	15	3
$x^{(6)}$	10	10

- 1) паретовское множество этой задачи  $\tilde{X}_{\min} = \{x^{(1)}, x^{(3)}, x^{(4)}, x^{(5)}, x^{(6)}\}$ ;
- 2) паретовское множество этой задачи  $\tilde{X}_{\min} = \{x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(4)}, x^{(5)}, x^{(6)}\}$ ;
- 3) паретовское множество этой задачи  $\tilde{X}_{\min} = \{x^{(1)}, x^{(5)}, x^{(6)}\}$ ;
- 4) паретовское множество этой задачи  $\tilde{X}_{\min} = \{x^{(1)}, x^{(3)}, x^{(4)}, x^{(6)}\}$ .

4. Элемент  $\tilde{x} \in X$  называется паретовским оптимумом, если множество допустимых решений (МДР) (задача на минимум) \_\_\_\_\_

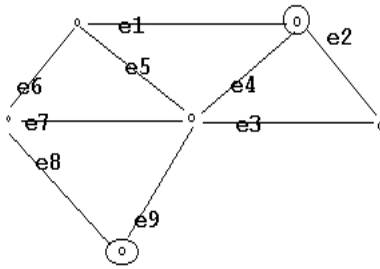
5. В задачах оптимизации, соотношения, устанавливающие пределы возможного изменения параметров оптимизации, называют \_\_\_\_\_

6. В задачах оптимизации, соотношения, устанавливающие пределы возможного изменения параметров оптимизации, могут задаваться в виде равенств либо неравенств. Их называют при этом: \_\_\_\_\_

7. Укажите название задаче математического программирования

$$f_0(x) = (c, x) + \frac{1}{2}(x^T Q x) \rightarrow \min, \quad x \in \Omega, \quad \Omega \subset \mathbb{R}^n \text{ называется: } \underline{\hspace{2cm}}$$

8. Для данного графа найти длину кратчайшего пути между выделенными вершинами, если целевая функция имеет линейную форму  $F(x) = \sum_{e \in x} w(e) \rightarrow \min$ , и веса ребер заданы таблицей:



e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9
3	2	3	6	4	4	2	2	1

1) 8; 2) 7; 3) 6; 4) 5.

9. Указать верное утверждение. Математическая модель объекта оптимизации описывает объект при помощи:

- быстродействующих ЭВМ;
- словесного описания;
- соотношений между величинами, характеризующими свойства объекта;

10. Указать верное название. Критерий оптимальности в общей задаче математического программирования выражает \_\_\_\_\_

11. Задача математического программирования  $f_0(x) \rightarrow \min, x \in \Omega, \Omega \subset \mathbb{R}^n$

называется:

- специальной;
- общей;
- стандартной;
- канонической;

12. Точку  $x^* \in \Omega$ , в которой целевая функция  $f_0(x)$  задачи математического программирования, достигает своего наименьшего значения, называют \_\_\_\_\_

13. Укажите название задачи математического программирования \_\_\_\_\_

$f_0(x) = (c, x) + \frac{1}{2}(x^T Q x) \rightarrow \min, x \in \Omega, \Omega \subset \mathbb{R}^n$  называется:

14. Указать верное название. Задача математического программирования

$f_0(x) = \frac{(c, x) + a}{(d, x) + b} \rightarrow \min, x \in \Omega, \Omega \subset \mathbb{R}^n$  называется:

- задачей нелинейного программирования;
- задачей дробно-линейного программирования;
- задачей квадратичного программирования;

15. Указать верное название. Если множество  $\Omega$  допустимых решений задачи

математического программирования  $f_0(x) \rightarrow \min, x \in \Omega, \Omega \subset \mathbb{R}^n$  оказывается конечным, то задача называется:

- окончечной задачей математического программирования;
- конечной задачей математического программирования;
- задачей дискретного программирования;

16. Указать верное название. Если множество  $\Omega$  допустимых решений задачи математического программирования  $f_0(x) \rightarrow \min, x \in \Omega, \Omega \subset \mathbb{R}^n$  оказывается конечным и координаты точек – целые числа, то задача называется:

- конечной задачей математического программирования с целыми числами;
- конечной задачей математического программирования с целыми точками;
- задачей целочисленного программирования;

17. Указать верное определение:

• Говорят, что функция  $f(x)$  в точке  $x_0$  достигает минимума, если существует такая окрестность точки  $x_0$ , что для любого  $x$  из этой окрестности  $x \neq x_0$  выполняется условие  $f(x_0) < f(x)$ .

• Говорят, что функция  $f(x)$  в точке  $x_0$  достигает минимума, если для любого  $x$  из окрестности  $x \neq x_0$  выполняется условие  $f(x_0) < f(x)$ .

• Говорят, что функция  $f(x)$  в точке  $x_0$  достигает минимума, если существует такая окрестность точки  $x_0$ , что для любого  $x$  из этой окрестности выполняется условие  $f(x_0) > f(x)$ .

18. Указать верное утверждение:

- Если функция  $f(x)$ , имеющая производную на отрезке  $[a, b]$ , возрастает на этом отрезке, то её производная неотрицательная на этом отрезке;
- Если функция  $f(x)$ , имеющая производную на отрезке  $[a, b]$ , возрастает на этом отрезке, то её производная отрицательная на этом отрезке;
- Если функция  $f(x)$ , имеющая производную на отрезке  $[a, b]$ , возрастает на этом отрезке, то её производная положительная на этом отрезке;

19. Указать верное утверждение:

- Если функция  $f(x)$ , имеющая производную на отрезке  $[a, b]$ , убывает на этом отрезке, то её производная неотрицательная на этом отрезке;
- Если функция  $f(x)$ , имеющая производную на отрезке  $[a, b]$ , убывает на этом отрезке, то её производная отрицательная на этом отрезке;
- Если функция  $f(x)$ , имеющая производную на отрезке  $[a, b]$ , убывает на этом отрезке, то её производная неположительная на этом отрезке;

20. Указать верное утверждение:

- Если функция  $f(x)$ , непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , имеет производную на  $(a, b)$  при этом  $f'(x) > 0$ , то она убывает на этом отрезке;
- Если функция  $f(x)$ , непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , имеет производную на  $(a, b)$  при этом  $f'(x) > 0$ , то она неубывает на этом отрезке;

- Если функция  $f(x)$ , непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , имеет производную на  $(a, b)$  при этом  $f'(x) > 0$ , то она возрастает на этом отрезке;

21. Указать верное утверждение:

- Если функция  $f(x)$ , непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , имеет производную на  $(a, b)$  при этом  $f'(x) < 0$ , то она убывает на этом отрезке;
- Если функция  $f(x)$ , непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , имеет производную на  $(a, b)$  при этом  $f'(x) < 0$ , то она не возрастает на этом отрезке;
- Если функция  $f(x)$ , непрерывна на отрезке  $[a, b]$ , имеет производную на  $(a, b)$  при этом  $f'(x) < 0$ , то она не убывает на этом отрезке;

22. Указать верное утверждение:

- Пусть непрерывная и дифференцируемая функция  $f(x)$  на некотором интервале, содержит критическую точку. Если при переходе слева направо через эту точку производная меняет знак, с «-» на «+», то в точке достигается минимум.
- Пусть непрерывная и дифференцируемая функция  $f(x)$  на некотором интервале, содержит критическую точку. Если при переходе слева направо через эту точку производная меняет знак, с «-» на «+», то в точке достигается максимум.
- Пусть непрерывная и дифференцируемая функция  $f(x)$  на некотором интервале, содержит критическую точку. Если при переходе слева направо через эту точку производная меняет знак, с «-» на «+», то в точке экстремума нет.

23. Указать верное утверждение:

- Пусть непрерывная и дифференцируемая функция  $f(x)$  на некотором интервале, содержит критическую точку. Если при переходе слева направо через эту точку производная меняет знак, с «+» на «-», то в точке достигается минимум.
- \*Пусть непрерывная и дифференцируемая функция  $f(x)$  на некотором интервале, содержит критическую точку. Если при переходе слева направо через эту точку производная меняет знак, с «+» на «-», то в точке достигается максимум.
- Пусть непрерывная и дифференцируемая функция  $f(x)$  на некотором интервале, содержит критическую точку. Если при переходе слева направо через эту точку производная меняет знак, с «-» на «+», то в точке экстремума нет.

24. Указать верное утверждение. Если функция определена, непрерывна и дважды дифференцируемая в окрестности точки  $x_0$ , и в этой точке выполняются условия:  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) > 0$ , то

- в точке  $x_0$  наблюдается максимум.
- в точке  $x_0$  экстремума нет.
- в точке  $x_0$  наблюдается минимум.

25. Указать верное утверждение. Если функция определена, непрерывна и дважды дифференцируемая в окрестности точки  $x_0$ , и в этой точке выполняются условия:  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) < 0$ , то

- в точке  $x_0$  наблюдается максимум.
- в точке  $x_0$  экстремума нет.



- в точке  $x_0$  наблюдается минимум.

26. Указать верное утверждение. Пусть функция определена, непрерывна и  $k$  – раз дифференцируемая в окрестности точки  $x_0$ , и в этой точке выполняются условия:

$$f'(x_0) = f''(x_0) = f'''(x_0) = \dots = f^{(k-1)}(x_0) = 0, \quad f^{(k)}(x_0) \neq 0, \text{ то}$$

- если  $k$  – чётное, то экстремума нет;
- если  $k$  – нечётное, то в точке минимум;
- если  $k$  – чётное, то экстремум есть;

27. Указать верное определение.

- Функция называется унимодальной на  $[a, b]$ , если существует такая точка  $x^* \in [a, b]$ , что  $f(x_1) < f(x_2)$ , если  $x_1 < x_2 < x^*$ ,  $x_1, x_2 \in [a, b]$ ,  $f(x_1) < f(x_2)$ , если  $x^* < x_1 < x_2$ ,  $x_1, x_2 \in [a, b]$ ;
- Функция называется унимодальной на  $[a, b]$ , если существует такая точка  $x^* \in [a, b]$ , что  $f(x_1) > f(x_2)$ , если  $x_1 < x_2 < x^*$ ,  $x_1, x_2 \in [a, b]$ ,  $f(x_1) < f(x_2)$ , если  $x^* < x_1 < x_2$ ,  $x_1, x_2 \in [a, b]$ ;
- Функция называется унимодальной на  $[a, b]$ , если существует такая точка  $x^* \in [a, b]$ , что  $f(x_1) > f(x_2)$ , если  $x_1 < x_2 < x^*$ ,  $x_1, x_2 \in [a, b]$ ,  $f(x_1) > f(x_2)$ , если  $x^* < x_1 < x_2$ ,  $x_1, x_2 \in [a, b]$ ;

28. Указать верное утверждение. Пусть функция  $f(x)$  является унимодальной при  $x \in [a, b]$  и  $x_1 < x_2$ ,  $x_1, x_2, x^* \in [a, b]$ ,  $x^*$  – точка минимума функции  $f(x)$ .

- Тогда если  $f(x_1) < f(x_2)$ , то  $x^* \leq x_2$ , если же  $f(x_1) > f(x_2)$ , то  $x^* \geq x_1$ ;
- Тогда если  $f(x_1) \geq f(x_2)$ , то  $x^* \leq x_2$ , если же  $f(x_1) \leq f(x_2)$ , то  $x^* \geq x_1$ ;
- Тогда если  $f(x_1) \leq f(x_2)$ , то  $x^* \leq x_2$ , если же  $f(x_1) \geq f(x_2)$ , то  $x^* \geq x_1$ ;

29. Указать алгоритм минимизации функции методом Ньютона:

- $x_1^k = a_k + \frac{F_{n-k+1}}{F_{n+2}}(b_k - a_k)$ ,  $x_2^k = a_k + \frac{F_{n-k+2}}{F_{n+2}}(b_k - a_k)$  ;
- $x_1^k = a_k + \frac{3-\sqrt{5}}{2}(b_k - a_k)$ ,  $x_2^k = a_k + \frac{\sqrt{5}-1}{2}(b_k - a_k)$  ;
- $x^{k+1} = x^k - [f''(x_k)]^{-1} \cdot f'(x^k)$ .

30. Критерий оптимальности в общей задаче математического программирования выражает \_\_\_\_\_

## Комплект индивидуальных заданий для практических занятий по дисциплине «Методы оптимизации»

### 1. Задачи нахождения оптимального решения

#### В-1

Пусть систему  $S$  составляют 3 предприятия  $k=1,2,3$ ; распределение начальных средств  $s_0 = 4$  усл. ед. представляется целочисленным вектором

$$x = (x_1, x_2, x_3), x_k \in \{0,1,2,\dots,4\}, k = \overline{1,3}, \sum_{k=1}^4 x_k = 4.$$

Средства  $x_k$ , выделенные предприятию  $k$  приносят прибыль, равную  $f_k(x_k)$  и ЦФ (2) имеет вид

$$F(x) = F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^4 f_k(x_k) \rightarrow \max,$$

где значения  $f_k(x_k)$  определены таблицей 1.

$x_k$	$f_1(x_k)$	$f_2(x_k)$	$f_3(x_k)$
1	7	5	4
2	9	9	5
3	11	10	7
4	14	13	11

#### В-2

Пусть систему  $S$  составляют 3 предприятия  $k=1,2,3$ ; распределение начальных средств  $s_0 = 4$  усл. ед. представляется целочисленным вектором

$$x = (x_1, x_2, x_3), x_k \in \{0,1,2,\dots,4\}, k = \overline{1,3}, \sum_{k=1}^4 x_k = 4.$$

Средства  $x_k$ , выделенные предприятию  $k$  приносят прибыль, равную  $f_k(x_k)$  и ЦФ (2) имеет вид

$$F(x) = F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^4 f_k(x_k) \rightarrow \max,$$

где значения  $f_k(x_k)$  определены таблицей 1.

$x_k$	$f_1(x_k)$	$f_2(x_k)$	$f_3(x_k)$
1	6	4	5
2	9	9	7
3	10	11	10
4	13	15	14

#### В-3

Пусть систему  $S$  составляют 3 предприятия  $k=1,2,3$ ; распределение начальных средств  $s_0 = 4$  усл. ед. представляется целочисленным вектором

$$x = (x_1, x_2, x_3), x_k \in \{0,1,2,\dots,4\}, k = \overline{1,3}, \sum_{k=1}^4 x_k = 4.$$

Средства  $x_k$ , выделенные предприятию  $k$  приносят прибыль, равную  $f_k(x_k)$  и ЦФ (2) имеет вид

$$F(x) = F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^4 f_k(x_k) \rightarrow \max,$$

где значения  $f_k(x_k)$  определены таблицей 1.

$x_k$	$f_1(x_k)$	$f_2(x_k)$	$f_3(x_k)$
1	2	5	3
2	6	8	4
3	9	10	7
4	16	15	13

#### В-4

Пусть систему  $S$  составляют 3 предприятия  $k=1,2,3$ ; распределение начальных средств  $s_0 = 4$  усл. Ед. представляется целочисленным вектором

$$x = (x_1, x_2, x_3), \quad x_k \in \{0,1,2,\dots,4\}, \quad k = \overline{1,3}, \quad \sum_{k=1}^4 x_k = 4.$$

Средства  $x_k$ , выделенные предприятию  $k$  приносят прибыль, равную  $f_k(x_k)$  и ЦФ (2) имеет вид

$$F(x) = F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^4 f_k(x_k) \rightarrow \max,$$

где значения  $f_k(x_k)$  определены таблицей 1.

$x_k$	$f_1(x_k)$	$f_2(x_k)$	$f_3(x_k)$
1	5	5	3
2	9	7	5
3	11	9	9
4	14	13	15

#### В-5

Пусть систему  $S$  составляют 3 предприятия  $k=1,2,3$ ; распределение начальных средств  $s_0 = 4$  усл. Ед. представляется целочисленным вектором

$$x = (x_1, x_2, x_3), \quad x_k \in \{0,1,2,\dots,4\}, \quad k = \overline{1,3}, \quad \sum_{k=1}^4 x_k = 4.$$

Средства  $x_k$ , выделенные предприятию  $k$  приносят прибыль, равную  $f_k(x_k)$  и ЦФ (2) имеет вид

$$F(x) = F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^4 f_k(x_k) \rightarrow \max,$$

где значения  $f_k(x_k)$  определены таблицей 1.

$x_k$	$f_1(x_k)$	$f_2(x_k)$	$f_3(x_k)$
1	6	5	5
2	9	8	7
3	12	11	10
4	13	15	14

#### В-6

Пусть систему  $S$  составляют 3 предприятия  $k=1,2,3$ ; распределение начальных средств  $s_0 = 4$  усл. Ед. представляется целочисленным вектором

$$x = (x_1, x_2, x_3), \quad x_k \in \{0,1,2,\dots,4\}, \quad k = \overline{1,3}, \quad \sum_{k=1}^4 x_k = 4.$$

Средства  $x_k$ , выделенные предприятию  $k$  приносят прибыль, равную  $f_k(x_k)$  и ЦФ (2) имеет вид

$$F(x) = F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^4 f_k(x_k) \rightarrow \max,$$

где значения  $f_k(x_k)$  определены таблицей 1.

$x_k$	$f_1(x_k)$	$f_2(x_k)$	$f_3(x_k)$
1	2	5	3
2	6	8	4
3	9	10	7
4	16	15	13

### В-7

Пусть систему  $S$  составляют 3 предприятия  $k=1,2,3$ ; распределение начальных средств  $s_0 = 4$  усл. Ед. представляется целочисленным вектором

$$x = (x_1, x_2, x_3), x_k \in \{0,1,2,\dots,4\}, k = \overline{1,3}, \sum_{k=1}^4 x_k = 4.$$

Средства  $x_k$ , выделенные предприятию  $k$  приносят прибыль, равную  $f_k(x_k)$  и ЦФ (2) имеет вид

$$F(x) = F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^4 f_k(x_k) \rightarrow \max,$$

где значения  $f_k(x_k)$  определены таблицей 1.

$x_k$	$f_1(x_k)$	$f_2(x_k)$	$f_3(x_k)$
1	7	5	4
2	8	8	5
3	11	11	7
4	14	13	13

### В-8

Пусть систему  $S$  составляют 3 предприятия  $k=1,2,3$ ; распределение начальных средств  $s_0 = 4$  усл. Ед. представляется целочисленным вектором

$$x = (x_1, x_2, x_3), x_k \in \{0,1,2,\dots,4\}, k = \overline{1,3}, \sum_{k=1}^4 x_k = 4.$$

Средства  $x_k$ , выделенные предприятию  $k$  приносят прибыль, равную  $f_k(x_k)$  и ЦФ (2) имеет вид

$$F(x) = F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^4 f_k(x_k) \rightarrow \max,$$

где значения  $f_k(x_k)$  определены таблицей 1.

$x_k$	$f_1(x_k)$	$f_2(x_k)$	$f_3(x_k)$
1	6	3	5
2	7	9	7
3	11	13	9
4	13	15	14

### В-9

Пусть систему  $S$  составляют 3 предприятия  $k=1,2,3$ ; распределение начальных средств  $s_0 = 4$  усл. Ед. представляется целочисленным вектором

$$x = (x_1, x_2, x_3), x_k \in \{0,1,2,\dots,4\}, k = \overline{1,3}, \sum_{k=1}^4 x_k = 4.$$

Средства  $x_k$ , выделенные предприятию  $k$  приносят прибыль, равную  $f_k(x_k)$  и ЦФ (2) имеет вид

$$F(x) = F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^4 f_k(x_k) \rightarrow \max,$$

где значения  $f_k(x_k)$  определены таблицей 1.

$x_k$	$f_1(x_k)$	$f_2(x_k)$	$f_3(x_k)$
1	2	5	3
2	6	8	4
3	9	10	7
4	16	15	13

### В-10

Пусть систему  $S$  составляют 3 предприятия  $k=1,2,3$ ; распределение начальных средств  $s_0 = 4$  усл. Ед. представляется целочисленным вектором

$$x = (x_1, x_2, x_3), x_k \in \{0,1,2,\dots,4\}, k = \overline{1,3}, \sum_{k=1}^4 x_k = 4.$$

Средства  $x_k$ , выделенные предприятию  $k$  приносят прибыль, равную  $f_k(x_k)$  и ЦФ (2) имеет вид

$$F(x) = F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{k=1}^4 f_k(x_k) \rightarrow \max,$$

где значения  $f_k(x_k)$  определены таблицей 1.

$x_k$	$f_1(x_k)$	$f_2(x_k)$	$f_3(x_k)$
1	9	5	5
2	12	11	12
3	16	13	13
4	18	17	18

## 2. Задача динамического программирования (замены автомобиля)

Применив алгоритм Дейкстры, найти оптимальный план покупок и замены автомобиля (затраты берутся в \$США).

Таблица значений  $P_i$ - стоимость нового автомобиля (в тыс. \$США).

№ варианта	ГОДЫ							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	480	529	595	650	770	780	850	940
2	610	671	735	810	980	1010	1080	1188
3	720	803	885	970	1069	1080	1294	1423
4	480	528	580	635	702	1176	1850	1935
5	620	682	750	825	907	1000	1098	1208
6	310	693	760	830	922	998	1012	1227
7	560	340	375	412	745	1014	2000	2664

8	580	616	677	740	854	900	992	1090
9	590	638	700	770	820	900	1027	1130
10	640	649	712	785	850	934	1045	1149
11	460	704	775	851	863	950	1133	1246
12	480	506	550	612	937	1031	1814	1896
13	740	520	580	639	674	740	850	935
14	760	814	895	980	1000	1173	1311	1442
15	640	835	916	1011	1083	1191	1452	1480

Таблица значений  $m_k$  – эксплуатационные расходы в начале  $k$ -го года.

№ варианта	ГОДЫ							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	48	52	59	65	77	78	85	94
2	61	67	73	81	98	100	108	118
3	72	80	88	97	106	108	129	142
4	48	52	58	63	70	117	185	193
5	62	68	75	82	90	77	109	120
6	31	69	76	83	92	99	101	122
7	56	34	37	41	74	101	200	266
8	58	61	67	74	85	90	99	109
9	59	63	70	77	82	90	102	113
10	64	64	71	78	85	93	104	114
11	46	70	77	85	86	95	113	124
12	48	50	55	61	93	103	181	189
13	74	52	58	63	67	74	85	93
14	76	81	89	98	100	117	131	144
15	64	83	91	101	108	119	145	148

### 3. Задача о совершенных паросочетаниях

**Цель: По заданному графу найти и построить:**

1. Множество допустимых решений  $X$  (МДР).
2. Паретовское множество (ПМ)  $\tilde{X}$ .
3. Полное множество альтернатив (ПМА)  $X^0$ .
4. Принятие решений (ПР) с помощью решающего правила MINSUM (взвешенной суммы).
5. ПР с помощью решающего правила MINMAX.
6. ПР с помощью решающего правила «расстояние до идеальной точки».
7. ПР с помощью мультипликативного решающего правила.

Таблица – 1 Коэффициенты относительной важности:  $\lambda_1 = 2$ ;  $\lambda_2 = 3$ ;  $\lambda_3 = 1$

Веса	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$	$e_8$	$e_9$	$e_{10}$	$e_{11}$	$e_{12}$	$e_{13}$	$e_{14}$	$e_{15}$	$e_{16}$	$e_{17}$	$e_{18}$
$w_1(e_i)$	8	3	5	8	7	3	2	7	5	6	4	2	8	3	4	9	8	10
$w_2(e_i)$	2	4	6	7	5	3	1	2	6	4	8	3	5	2	7	4	2	1
$w_3(e_i)$	3	4	6	2	1	8	5	9	7	1	7	5	6	7	9	2	1	4

1		2		3	
4		5		6	
7		8		9	
10		11		12	
13		14		15	

#### 4. Решение задачи линейного программирования графическим методом

- построить экономико-математическую модель задачи:
  - составить целевую функцию;
  - записать систему ограничений.
- Решить ЗЛП графическим методом.

##### **Вариант 1**

Выполнить заказ по производству 32 изделий И1 и 4 изделий И2 взялись бригады Б1 и Б2. Производительность бригады Б1 по производству изделий И1 и И2 составляет соответственно 4 и 2 изделия в час, фонд рабочего времени этой бригады 9,5 ч. Производительность бригады Б2 – соответственно 1 и 3 изделия в час, а ее фонд рабочего времени – 4 ч. Затраты, связанные с производством единицы изделия, для бригады Б1 равны соответственно 9 и 20 руб., для бригады Б2 – 15 и 30 руб.

Составьте математическую модель задачи, позволяющую найти оптимальный объем выпуска изделий, обеспечивающий минимальные затраты на выполнение заказа.

##### **Вариант 2**

Для производства столов, стульев и шкафов мебельная фабрика использует два вида древесины. Нормы затрат ресурсов на одно изделие данного вида, прибыль от реализации одного изделия и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в таблице.

Определить сколько изделий мебели каждого вида фабрике следует изготовить, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов на одно изделие			Общее количество ресурсов
	Стол	Стул	Шкаф	
Древесина I вида, м <sup>3</sup>	0,3	0,1	0,4	80
Древесина II вида, м <sup>3</sup>	0,1	0,05	0,5	120
Трудоёмкость, чел.-ч	1,3	0,3	2,5	483,5
Прибыль от реализации одного изделия, руб.	21	25	35	

### **Вариант 3**

При изготовлении изделий И1 и И2 используются сталь и цветные металлы, а также токарные и фрезерные станки. По технологическим нормам на производство единицы изделия И1 требуется 300 и 200 станко-часов соответственно токарного и фрезерного оборудования, а также 10 и 20 кг соответственно стали и цветных металлов. Для производства единицы изделия И2 требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов. Цех располагает 12400 и 6800 станко-часами соответственно токарного и фрезерного оборудования и 640 и 840 кг соответственно стали и цветных металлов. Прибыль от реализации единицы изделия И1 составляет 6 руб. и от единицы изделия И2 – 16 руб.

Постройте математическую модель задачи, используя в качестве показателя эффективности прибыль и учитывая, что время работы фрезерных станков должно быть использовано полностью.

### **Вариант 4**

Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 условных единиц (усл. ед.), жиров – не менее 70 и витаминов – не менее 10 усл. ед. Содержание их в каждой единице продуктов П1 и П2 равно соответственно (0,2; 0,075; 0) и (0,1; 0,1; 0,1) усл. ед. Стоимость 1 ед. продукта П1 – 2 руб., П2 – 3 руб. Постройте математическую модель задачи, позволяющую так организовать питание, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ.

### **Вариант 5**

Для изготовления трёх видов продукции А, В и С используют токарное, фрезерное, сварочное и шлифовальное оборудование. Затраты времени на обработку одного изделия для каждого из типов оборудования указаны в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждого из типов используемого оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия данного вида.

Тип оборудования	Затраты времени на обработку одного изделия вида, станко-ч			Общий фонд рабочего времени оборудования, ч
	А	В	С	
Фрезерное	5	6	8	210
Токарное	3	4	2	320
Сварочное	7	9	4	250
Шлифовальное	2	5	6	160
Прибыль, руб.	8	11	15	

Требуется определить, сколько изделий и какого вида следует изготовить



предприятию, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

### **Вариант 6**

На заводе выпускают изделия четырех типов. От реализации 1 ед. каждого изделия завод получает прибыль соответственно 2, 1, 3, 5 д.е. На изготовление изделий расходуются ресурсы трех типов: энергия, материалы, труд. Данные о технологическом процессе приведены в следующей таблице

Спланируйте производство изделий так, чтобы прибыль от их реализации была наибольшей.

Ресурсы	Затраты ресурсов на единицу изделия				Запасы ресурсов, ед.
	I	II	III	IV	
Энергия	2	3	1	2	30
Материалы	4	2	1	2	40
Труд	1	2	3	1	25

### **Вариант 7**

При производстве карамели на кондитерской фабрике используются сахарный песок, патока, фруктовое пюре и вкусовые добавки. Нормы расхода сырья каждого вида для производства 1 т карамели "Абрикос"(А), "Вишня"(В) и "Клубника"(К) приведены в таблице.

Вид сырья	Нормы расхода сырья на 1 т карамели, т			Общее количество сырья, т
	А	В	К	
Сахарный песок	0,7	0,6	0,8	900
Патока	0,45	0,5	0,3	700
Фруктовое пюре	0,1	0,2	0,15	250
Вкусовые добавки	0,002	0,005	0,003	16
Прибыль, руб.	1000	1200	1350	

Требуется определить, план выпуска карамели, чтобы прибыль от её реализации была максимальной.

### **Вариант 8**

При откорме лосей каждое животное ежедневно должно получить не менее 18 ед. белков, не менее 72 ед. углеводов и не менее 24 ед. жиров. При откорме могут использоваться три вида корма. Содержание единиц питательных веществ в 1 кг каждого из видов корма приведено в таблице.

Составить дневной рацион, обеспечивающий получение необходимого количества питательных веществ при минимальных денежных затратах

Питательные вещества	Число единиц питательных веществ в 1 кг корма		
	I	II	III
Белки	3	4	3
Углеводы	13	20	9
Жиры	5	4	3
Цена 1 кг корма, руб.	21	25	35

### Вариант 9

При откорме каждое животное должно получать не менее 9 ед. белков, 8 ед. углеводов и 11 ед. протеина. Для составления рациона используют два вида корма, представленных в следующей таблице:

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ на 1 кг	
	корма 1	корма 2
Белки	3	1
Углеводы	1	2
Протеин	1	6

Стоимость 1 кг корма первого вида — 4 д.е., второго ~ 6 д.е.

Составьте дневной рацион питательности, имеющий минимальную стоимость.

### Вариант 10

Хозяйство располагает следующими ресурсами: площадь — 100 ед., труд — 120 ед., тяга — 80 ед. Хозяйство производит четыре вида продукции П1, П2, П3 и П4, Организация производства характеризуется следующей таблицей:

Продукция	Затраты на 1 ед. продукции			Доход от единицы продукции
	площадь	труд	тяга	
П <sub>1</sub>	2	2	2	1
П <sub>2</sub>	3	1	3	4
П <sub>3</sub>	4	2	1	3
П <sub>4</sub>	5	4	1	5

Составьте план выпуска продукции, обеспечивающий хозяйству максимальную прибыль.

### Вариант 11

Цех выпускает трансформаторы двух видов. Для изготовления трансформаторов обоих видов используются железо и проволока. Общий запас железа - 3 т, проволоки ~ 18 т. На один трансформатор первого вида расходуются 5 кг железа и 3 кг проволоки, а на один трансформатор второго вида расходуются 3 кг железа и 2 кг проволоки. За каждый реализованный трансформатор первого вида завод получает прибыль 3 д. е., второго — 4 д. е.

Составьте план выпуска трансформаторов, обеспечивающий заводу максимальную прибыль.

### Вариант 12

Для выпуска четырех видов продукции требуются затраты сырья, рабочего времени и оборудования. Исходные данные приведены в таблице:

Тип ресурса	Нормы затрат ресурсов на единицу продукции				Наличие ресурсов
	1	2	3	4	
Сырье	3	5	2	4	60
Рабочее время	22	14	18	30	400
Оборудование	10	14	8	16	128
Прибыль на единицу продукции	30	25	8	16	

Сформулировать экономико-математическую модель задачи на максимум прибыли и найти оптимальный план выпуска продукции.

### Вариант 13

Из трех продуктов - I, II, III составляется смесь. В состав смеси должно входить не менее 6 ед. химического вещества А, 8 ед. — вещества В и не менее 12 ед. вещества С. Структура химических веществ приведена в следующей таблице:

Продукт	Содержание химического вещества в 1 ед. продукции			Стоимость 1 ед. продукции
	А	В	С	
I	2	1	3	2
II	1	2	4	3
III	3	1,5	2	2,5

Составьте наиболее дешевую смесь.

### Вариант 14

В институте проводится конкурс на лучшую стенгазету. Одному студенту дано следующее поручение:

- купить акварельной краски по цене 30 д. е. за коробку, цветные карандаши по цене 20 д.ед. за коробку, линейки по цене 12 д.ед., блокноты по цене 10 д.ед.;
- красок нужно купить не менее трех коробок, блокнотов - столько, сколько коробок карандашей и красок вместе, линеек не более пяти. На покупки выделяется не менее 300 д. е.

В каком количестве студент должен купить указанные предметы, чтобы общее число предметов было наибольшим?

### Вариант 15

Цех выпускает три вида деталей — А, В, С. Каждая деталь обрабатывается тремя станками. Организация производства в цехе характеризуется следующей таблицей:

Станок	Длительность обработки детали, мин.			Фонд времени, час
	А	В	С	
I	12	10	9	220
II	15	18	20	400
III	6	4	4	100
Отпускная цена за одну деталь	30	32	30	

Составьте план загрузки станков, обеспечивающий цеху получение максимальной прибыли.

## 5. Численные методы оптимизации

### Задание №1

Используя метод дихотомии при заданном значении  $\varepsilon_* = 0,1$  наибольшей допустимой длины интервала неопределенности найти интервал, в котором расположена точка  $x_*$  минимума унимодальной на отрезке  $[0,1]$  функции  $f(x)$  и  $\delta = 0,01$ :

1.  $f(x) = -x^2 + x + 1$ ;
2.  $f(x) = (10x - 9)^2 + 1$ ;
3.  $f(x) = 3x^2 - 5x + 3$ ;
4.  $f(x) = 8x^2 - x + 2$ ;
5.  $f(x) = 4x^2 - 3x - 2$ ;
6.  $f(x) = (0,04 - x)^2$ ;
7.  $f(x) = 2,3x^2 - x$ ;
8.  $f(x) = 8x^2 - 2x + 1$ ;
9.  $f(x) = 100(x - 0,2)^2$ ;
10.  $f(x) = (3x - 2)^2 - 2$ ;
11.  $f(x) = 7x^2 - 5x + 1$ ;
12.  $f(x) = 6x^2 - 3x + 9$ ;
13.  $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ ;
14.  $f(x) = (0,25 - x)^2$ ;
15.  $f(x) = 5x^2 - 9x + 3$ ;
16.  $f(x) = 19x + \frac{16}{x}$ ;
17.  $f(x) = 0,8x^2 - x + 7$ ;
18.  $f(x) = 100(x - 0,28)^2$ ;
19.  $f(x) = 9x^2 - 5x + 9$ ;
20.  $f(x) = (0,09 - x)^2$ ;
21.  $f(x) = 0,7x^2 - x + 3$ ;
22.  $f(x) = 2x^2 - x$ ;
23.  $f(x) = 17x + \frac{9}{x}$ ;
24.  $f(x) = 100(x - 0,23)^2$ ;
25.  $f(x) = 8x^2 - 5x + 1$ ;

### Задание №2

Используя метод золотого сечения при заданном значении  $\varepsilon_* = 0,1$  наибольшей допустимой длины интервала неопределенности найти интервал, в котором расположена точка  $x_*$  минимума унимодальной на отрезке  $[0,1]$  функции  $f(x)$ :

1.  $f(x) = -x^2 + x + 1$ ;
2.  $f(x) = (10x - 9)^2 + 1$ ;
3.  $f(x) = 3x^2 - 5x + 3$ ;
4.  $f(x) = 8x^2 - x + 2$ ;

5.  $f(x) = 4x^2 - 3x - 2$ ;
6.  $f(x) = (0,04 - x)^2$ ;
7.  $f(x) = 2,3x^2 - x$ ;
8.  $f(x) = 8x^2 - 2x + 1$ ;
9.  $f(x) = 100(x - 0,2)^2$ ;
10.  $f(x) = (3x - 2)^2 - 2$ ;
11.  $f(x) = 7x^2 - 5x + 1$ ;
12.  $f(x) = 6x^2 - 3x + 9$ ;
13.  $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ ;
14.  $f(x) = (0,25 - x)^2$ ;
15.  $f(x) = 5x^2 - 9x + 3$ ;
16.  $f(x) = 19x + \frac{16}{x}$ ;
17.  $f(x) = 0,8x^2 - x + 7$ ;
18.  $f(x) = 100(x - 0,28)^2$ ;
19.  $f(x) = 9x^2 - 5x + 9$ ;
20.  $f(x) = (0,09 - x)^2$ ;
21.  $f(x) = 0,7x^2 - x + 3$ ;
22.  $f(x) = 2x^2 - x$ ;
23.  $f(x) = 17x + \frac{9}{x}$ ;
24.  $f(x) = 100(x - 0,23)^2$ ;
25.  $f(x) = 8x^2 - 5x + 1$ ;

### Задание №3

Используя модификации метода Ньютона найти минимум  $x_*$  функции унимодальной на отрезке  $[0,1]$  функции  $f(x)$ :

1.  $f(x) = -x^2 + x + 1$ ;
2.  $f(x) = (10x - 9)^2 + 1$ ;
3.  $f(x) = 3x^2 - 5x + 3$ ;
4.  $f(x) = 8x^2 - x + 2$ ;
5.  $f(x) = 4x^2 - 3x - 2$ ;
6.  $f(x) = (0,04 - x)^2$ ;
7.  $f(x) = 2,3x^2 - x$ ;
8.  $f(x) = 8x^2 - 2x + 1$ ;
9.  $f(x) = 100(x - 0,2)^2$ ;
10.  $f(x) = (3x - 2)^2 - 2$ ;
11.  $f(x) = 7x^2 - 5x + 1$ ;
12.  $f(x) = 6x^2 - 3x + 9$ ;
13.  $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ ;
14.  $f(x) = (0,25 - x)^2$ ;

15.  $f(x) = 5x^2 - 9x + 3$ ;
16.  $f(x) = 19x + \frac{16}{x}$ ;
17.  $f(x) = 0,8x^2 - x + 7$ ;
18.  $f(x) = 100(x - 0,28)^2$ ;
19.  $f(x) = 9x^2 - 5x + 9$ ;
20.  $f(x) = (0,09 - x)^2$ ;
21.  $f(x) = 0,7x^2 - x + 3$ ;
22.  $f(x) = 2x^2 - x$ ;
23.  $f(x) = 17x + \frac{9}{x}$ ;
24.  $f(x) = 100(x - 0,23)^2$ ;

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания компетенции**

### **5.1 Критерии оценивания качества устного ответа**

Оценка **«отлично»** выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

Оценка **«хорошо»** – за твердое знание основного (программного) материала, за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы.

Оценка **«удовлетворительно»** – за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала.

Оценка **«неудовлетворительно»** – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в материале, за незнание основных понятий дисциплины.

### **5.2 Критерии оценивания тестирования**

При тестировании все верные ответы берутся за 100%.

90% - 100% отлично

75% - 90% хорошо

60% - 75% удовлетворительно

менее 60% неудовлетворительно

### **5.3 Критерии оценивания результатов коллоквиума**

Оценка **«отлично»** выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, содержащегося в основных и дополнительных рекомендованных литературных источниках, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы, за умение анализировать изучаемые явления в их взаимосвязи и диалектическом развитии, применять теоретические положения при решении практических задач.

Оценка **«хорошо»** – за твердое знание основного (программного) материала, включая расчеты (при необходимости), за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы, за умение применять теоретические положения для решения практических задач.

Оценка **«удовлетворительно»** – за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала, за слабое применение теоретических положений при решении практических задач.

Оценка **«неудовлетворительно»** – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в расчетах, за незнание основных понятий дисциплины.

### **5.4 Критерии оценивания расчетно-графической работы**

При проверке расчетно-графической работы все верные ответы берутся за 100%.

90% - 100% отлично

75% - 90% хорошо

60% - 75% удовлетворительно

менее 60% неудовлетворительно

### **5.5 Критерии оценивания результатов экзамена**

Оценка **«отлично»** выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

Оценка **«хорошо»** – за твердое знание основного (программного) материала, за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы.

Оценка **«удовлетворительно»** – за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала.

Оценка **«неудовлетворительно»** – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в материале, за незнание основных понятий дисциплины.