

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ»

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебной работе

Г.Ю. Нагорная

« 30 » 03



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Дифференциальные уравнения

Уровень образовательной программы бакалавриат

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) Прикладная математика и информатика

Форма обучения очная

Срок освоения ОП 4 года

Институт Цифровых технологий

Кафедра разработчик РПД Математика

Выпускающая кафедра Математика

Начальник  
учебно-методического управления

Семенова Л.У.

Директор института ЦТ

Тебуев Д.Б.

Заведующий выпускающей кафедрой

Кочкаров А.М.

г. Черкесск, 2023 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Цели освоения дисциплины.....</b>  | <b>4</b>  |
| <b>2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....</b>  | <b>4</b>  |
| <b>3. Планируемые результаты обучения по дисциплине .....</b>  | <b>5</b>  |
| <b>4. Структура и содержание дисциплины.....</b>   | <b>6</b>  |
| 4.1. Объем дисциплины и виды учебной работы.....   | 6         |
| 4.2. Содержание дисциплины .....   | 7         |
| 4.2.1. Разделы (темы) дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля....                               | 7         |
| 4.2.2. Лекционный курс .....   | 8         |
| 4.2.3. Лабораторный практикум .....  | 10        |
| 4.2.4. Практические занятия .....  | 10        |
| 4.3. Самостоятельная работа обучающегося.....  | 13        |
| <b>5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....</b> | <b>15</b> |
| <b>6. Образовательные технологии.....</b>  | <b>19</b> |
| <b>7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....</b>                                     | <b>19</b> |
| 7.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы.....  | 19        |
| 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....                                 | 25        |
| 7.3. Информационные технологии .....   | 26        |
| <b>8. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....</b>   | <b>26</b> |
| 8.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий.....                                  | 26        |
| 8.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся.....                                   | 27        |
| 8.3. Требования к специализированному оборудованию.....  | 27        |
| <b>9. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....</b>    | <b>28</b> |
| <b>Приложение 1. Фонд оценочных средств.....</b>   | <b>29</b> |
| <b>Приложение 2. Аннотация рабочей программы.....</b>  | <b>68</b> |
| <b>Рецензия на рабочую программу.....</b>  | <b>69</b> |
| <b>..Лист переутверждения рабочей программы дисциплины.....</b>  | <b>70</b> |

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются:

- формирование знаний по обыкновенным дифференциальным уравнениям, необходимых для решения задач, возникающих в практической деятельности;
- развитие как аналитического, так и геометрического мышления;
- развитие логического мышления и математической культуры;
- обобщение и развитие основных понятий математического анализа.

При этом *задачами* дисциплины являются:

- выработать практические навыки в решении и исследовании дифференциальных уравнений описывающих эволюционные процессы в различных областях естествознания.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

2.1. Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1. Дисциплины (модули), и имеет тесную связь с другими дисциплинами.

2.2. В таблице приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП.

### Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

| № п/п | Предшествующие дисциплины | Последующие дисциплины   |
|-------|---------------------------|--------------------------|
| 1.    | Численные методы          | Оптимальное управление   |
| 2.    | Математический анализ     | Теория принятия решений  |
| 3.    |                           | Интеллектуальные системы |

### 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Планируемые результаты освоения образовательной программы (ОП) – компетенции обучающихся определяются требованиями стандарта по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика и формируются в соответствии с матрицей компетенций ОП

| <b>№ п/п</b> | <b>Номер/ индекс компетенции</b> | <b>Наименование компетенции (или ее части)</b>  | <b>В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:</b>   |
|--------------|----------------------------------|---|---|
| 1            | 2                                | 3   | 4   |
| 2.           | ОПК-1                            | Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук<br>ОПК-1.2 Использует в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук<br>ОПК-1.3 Осуществляет выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений |

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

| Вид учебной работы                                   | Всего часов                        | Семестр      |              |
|--|------------------------------------|--------------|--------------|
|  |                                    | № 6          |              |
|  |                                    | часов        |              |
| 1  | 2                                  | 4            |              |
| <b>Аудиторная контактная работа (всего)</b>          | <b>126</b>                         | <b>72</b>    |              |
| В том числе:   |                                    |              |              |
| Лекции (Л)   | 18                                 | 18           |              |
| Практические занятия (ПЗ),<br>Семинары (С)           | 36                                 | 36           |              |
| Лабораторные работы (ЛР)                             |                                    |              |              |
| <b>Контактная внеаудиторная работа, в том числе:</b> | <b>2</b>                           | <b>2</b>     |              |
| Индивидуальные и групповые консультации              | 2                                  | 2            |              |
| <b>Самостоятельная работа (СРО)** (всего)</b>        | <b>61</b>                          | <b>61</b>    |              |
| <i>Расчетно-графические работы (РГР)</i>             | 20                                 | 20           |              |
| <i>Подготовка к занятиям (ПЗ)</i>                    | 20                                 | 20           |              |
| Подготовка к тестовому контролю                      | 15                                 | 15           |              |
| Подготовка к коллоквиуму                             | 6                                  | 6            |              |
| <b>Промежуточная аттестация</b>                      | экзамен (Э)<br><b>в том числе:</b> | <b>Э(27)</b> | <b>Э(27)</b> |
|  | Прием экз., час.                   | <b>0,5</b>   | <b>0,5</b>   |
|  | Консультация,<br>час.              | <b>2</b>     | <b>2</b>     |
|  | СРО, час.                          | <b>24,5</b>  | <b>24,5</b>  |
| <b>ИТОГО:</b>  | <b>часов</b>                       | <b>144</b>   | <b>144</b>   |
| <b>Общая</b>   | <b>зач. ед.</b>                    | <b>4</b>     | <b>4</b>     |
| <b>трудоемкость</b>                                  |                                    |              |              |

## 4.2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.2.1. Разделы (темы) дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля

| № п/п                            | Наименование раздела дисциплины                      | Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу обучающихся (в часах) |    |           |           |            | Формы текущей и промежуточной аттестации                                 |
|----------------------------------|--|---|----|-----------|-----------|------------|--|
|                                  |  | Л   | ЛР | ПЗ        | СРО       | всего      |  |
| 1                                | 2  | 3   | 4  | 5         | 6         | 7          | 8  |
| <b>Семестр 6</b>                 |  |   |    |           |           |            |  |
| 1.                               | Дифференциальные уравнения первого порядка.          | 6   |    | 8         | 18        | 32         | Коллоквиум, расчетно-графическая работа (РГР), тестовый контроль.        |
| 2.                               | Дифференциальные уравнения высших порядков.          | 4   |    | 8         | 18        | 30         | Коллоквиум, расчетно-графическая работа (РГР) тестовый контроль          |
| 3.                               | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | 4   |    | 8         | 18        | 30         | Коллоквиум, расчетно-графическая работа (РГР) тестовый контроль          |
| 4.                               | Системы дифференциальных уравнений.                  | 4   |    | 4         | 7         | 15         | Контрольные вопросы, расчетно-графическая работа (РГР) тестовый контроль |
| 5.                               | Контактная внеаудиторная работа                      |   |    |           |           | 2          | индивидуальные и групповые консультации                                  |
| 6.                               | Промежуточная аттестация                             |   |    |           |           | 0,5        | Экзамен  |
| <b>Итого часов в 6 семестре:</b> |  | <b>18</b>   |    | <b>36</b> | <b>61</b> | <b>144</b> |  |
| <b>Всего часов:</b>              |  | <b>18</b>   |    | <b>36</b> | <b>61</b> | <b>144</b> |  |

#### 4.2.2. Лекционный курс.

| № п/п            | Наименование темы лекции                           | Содержание лекции   | Всего часов |
|------------------|--|---|-------------|
| 1                | 2  | 3   | 4           |
| <b>Семестр 6</b> |  |   |             |
| 1.               | <b>Дифференциальные уравнения первого порядка.</b> | <p><b>Основные понятия теории дифференциальных уравнений.</b> Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши.</p> <p><b>Дифференциальные уравнения первого порядка:</b> с разделяющимися переменными, однородные и приводящиеся к однородным.</p> <p><b>Линейные уравнения первого порядка, уравнение Бернулли.</b> Уравнения в полных дифференциалах.</p> <p><b>Приближенное интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка методом изоклин.</b></p>  | <b>6</b>    |
| 2.               | <b>Дифференциальные уравнения высших порядков.</b> | <p><b>Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши.</b> Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решения. Общий и частный интегралы.</p> <p><b>Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.</b></p> <p>Линейный дифференциальный оператор, его свойства. Линейное однородное дифференциальное уравнение, свойства его решений.</p> <p>Линейно-зависимые и линейно-независимые системы функций. Необходимое условие линейной зависимости системы функций.</p> <p>Условие линейной независимости решений линейного однородного дифференциального уравнения.</p> <p>Линейное однородное</p> | <b>4</b>    |

|                                  |   |   |           |
|----------------------------------|---|---|-----------|
|                                  |   | <p>дифференциальное уравнение. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.</p> <p>Линейное неоднородное диф. уравнение. Структура общего решения.</p> <p>Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.</p> <p>Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней характеристического уравнения).</p> <p>Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней характеристического уравнения).</p> <p>Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод подбора.</p> |           |
| 3.                               | <b>Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.</b> | <p>Преобразования уравнений и свойства их решений</p> <p>Построение решения линейного уравнения в виде степенного ряда. Уравнение Эйри.</p>   | <b>4</b>  |
| 4.                               | <b>Системы дифференциальных уравнений.</b>                  | <p>Системы линейных диф. уравнений. Задача Коши.</p> <p>Решение однородного матричного уравнения.</p> <p>Импульсная матрица. Решение неоднородного матричного уравнения.</p> <p>Линейные системы диф. уравнений с постоянными коэффициентами.</p>   | <b>4</b>  |
| <b>Итого часов в 6 семестре:</b> |   |   | <b>18</b> |
| <b>Всего часов:</b>              |   |   | <b>18</b> |

#### 4.2.3. Лабораторный практикум.

Не предполагается.

#### 4.2.4. Практические занятия

| № п/п            | Наименование раздела дисциплины                    | Наименование и содержание практического занятия | Всего часов |
|------------------|--|---|-------------|
| 1                | 2  | 3   | 4           |
| <b>Семестр 6</b> |  |   |             |
| 1.               | <b>Дифференциальные уравнения первого порядка.</b> | <b>Основные понятия теории дифференциальных</b> | <b>8</b>    |



|    |   |  |   |
|----|---|--|---|
|    |   | <p><b>уравнений.</b> Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши.</p> <p><b>Дифференциальные уравнения первого порядка:</b> с разделяющимися переменными, однородные и приводящиеся к однородным.</p> <p><b>Линейные уравнения первого порядка, уравнение Бернулли.</b></p> <p>Уравнения в полных дифференциалах.</p> <p><b>Приближенное интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка методом изоклин.</b></p>   |   |
| 2. | <p><b>Дифференциальные уравнения высших порядков.</b></p> | <p><b>Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши.</b> Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решения. Общий и частный интегралы.</p> <p><b>Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.</b></p> <p>Линейный дифференциальный оператор, его свойства. Линейное однородное дифференциальное уравнение, свойства его решений.</p> <p>Линейно-зависимые и линейно-независимые системы функций. Необходимое условие линейной зависимости системы функций.</p> <p>Условие линейной независимости решений линейного однородного дифференциального уравнения.</p> | 8 |

|                                  |   |   |           |
|----------------------------------|---|---|-----------|
|                                  |   | <p>Линейное однородное дифференциальное уравнение. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.</p> <p>Линейное неоднородное диф. уравнение. Структура общего решения.</p> <p>Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.</p> <p>Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней характеристического уравнения).</p> <p>Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней характеристического уравнения).</p> <p>Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод подбора.</p> |           |
| 3.                               | <b>Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.</b> | <p>3.1. Преобразования уравнений и свойства их решений</p> <p>3.2. Построение решения линейного уравнения в виде степенного ряда.</p> <p>3.3. Уравнение Эйри.</p>   | 8         |
| 4.                               | <b>Системы дифференциальных уравнений.</b>                  | <p>Системы линейных диф. уравнений. Задача Коши. Решение однородного матричного уравнения. Импульсная матрица. Решение неоднородного матричного уравнения.</p> <p>Линейные системы диф. уравнений с постоянными коэффициентами.</p>   | 4         |
| <b>Итого часов в 6 семестре:</b> |   |   | <b>36</b> |
| <b>Всего часов:</b>              |   |   | <b>36</b> |

#### 4.3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

| № п/п                             | Наименование раздела дисциплины                             | Виды СРО |                                   | Всего часов |
|-----------------------------------|---|----------|-----------------------------------|-------------|
| 1                                 | 2   | 3        |                                   | 4           |
| <b>Семестр 6</b>                  |   |          |                                   |             |
| 1.                                | <b>Дифференциальные уравнения первого порядка.</b>          | 1.1      | Подготовка к занятиям (ПЗ).       | 4           |
|                                   |   | 1.2      | Подготовка к коллоквиуму.         | 4           |
|                                   |   |          | Расчетно-графическая работа (РГР) |             |
|                                   |   | 1.3      | Подготовка к занятиям (ПЗ).       | 4           |
| Расчетно-графическая работа (РГР) |   |          |                                   |             |
| 2.                                | <b>Дифференциальные уравнения высших порядков.</b>          | 1.4      | Подготовка к занятиям (ПЗ).       | 6           |
|                                   |   |          | Подготовка к коллоквиуму.         |             |
|                                   |   |          | Подготовка к тестированию         |             |
|                                   |   |          | Расчетно-графическая работа (РГР) |             |
| 2.                                | <b>Дифференциальные уравнения высших порядков.</b>          | 2.1      | Подготовка к занятиям (ПЗ).       | 4           |
|                                   |   | 2.2      | Подготовка к коллоквиуму.         | 4           |
|                                   |   |          | Расчетно-графическая работа (РГР) |             |
|                                   |   | 2.3      | Подготовка к занятиям (ПЗ).       | 4           |
| Расчетно-графическая работа (РГР) |   |          |                                   |             |
| 3.                                | <b>Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.</b> | 3.1      | Подготовка к занятиям (ПЗ).       | 6           |
|                                   |   |          |                                   |             |
|                                   |   |          |                                   |             |
|                                   |   |          |                                   |             |

|                                  |  |     |  |           |
|----------------------------------|--|-----|--|-----------|
|                                  |  |     | Расчетно-графическая работа (РГР)  |           |
|                                  |  | 3.2 | Подготовка к коллоквиуму.<br>Расчетно-графическая работа (РГР)   | 6         |
|                                  |  | 3.3 | Подготовка к занятиям (ПЗ).<br>Подготовка к тестированию<br>Расчетно-графическая работа (РГР)                              | 6         |
| <b>4.</b>                        | <b>Системы дифференциальных уравнений.</b> | 4.1 | Подготовка к занятиям (ПЗ).  | 2         |
|                                  |  | 4.2 | Подготовка к коллоквиуму.<br>Расчетно-графическая работа (РГР)   | 2         |
|                                  |  | 4.3 | Подготовка к занятиям (ПЗ).<br>Расчетно-графическая работа (РГР)   | 2         |
|                                  |  | 4.4 | Подготовка к занятиям (ПЗ).<br>Подготовка к коллоквиуму.<br>Подготовка к тестированию<br>Расчетно-графическая работа (РГР) | 1         |
| <b>Итого часов в 6 семестре:</b> |  |     |  | <b>61</b> |
| <b>Всего часов</b>               |  |     |  | <b>61</b> |

## **5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **5.1. Методические указания для подготовки обучающихся к лекционным занятиям**

Лекции составляют основу теоретического обучения и дают систематизированные основы научных знаний по дисциплине, раскрывают состояние и перспективы развития соответствующей области науки, концентрируют внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулируют их активную познавательную деятельность и способствуют формированию творческого мышления.

Ведущим методом в лекции выступает устное изложение учебного материала, сопровождающееся использованием мультимедиа аппаратуры.

Лекция является исходной формой всего учебного процесса, играет направляющую и организующую роль в самостоятельном изучении предмета. Важнейшая роль лекции заключается в личном воздействии лектора на аудиторию.

Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентировочной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Построение лекций по дисциплине «Дифференциальные уравнения» осуществляется на основе принципов научности (предполагает воспитание диалектического подхода к изучаемым предметам и явлениям, диалектического мышления, формирование правильных представлений, научных понятий и умения точно выразить их в определениях и терминах, принятых в науке)

На лекциях раскрываются основные теоретические аспекты, приводятся примеры реализации на практике, освещается достигнутый уровень формализации деятельности по автоматизации процессов.

Специфической чертой изучения данного курса является то, что приобретение умений и навыков работы невозможно без систематической тренировки, которая осуществляется на практических занятиях.

Основное внимание в лекции сосредотачивается на глубоком, всестороннем раскрытии главных, узловых, наиболее трудных вопросов темы. Уже на начальном этапе подготовки лекции решается вопрос о соотношении материалов учебника и лекции.

Для того чтобы лекция для обучающегося была продуктивной, к ней надо готовиться. Подготовка к лекции заключается в следующем:

- узнать тему лекции (по тематическому плану, по информации лектора),
- прочитать учебный материал по учебнику и учебным пособиям,
- уяснить место изучаемой темы в своей профессиональной подготовке,
- выписать основные термины,
- ответить на контрольные вопросы по теме лекции,
- уяснить, какие учебные элементы остались неясными,
- записать вопросы, которые можно задать лектору на лекции.

В ходе лекционных занятий обучающийся должен вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Указания по конспектированию лекций:

- не нужно стараться записать весь материал, озвученный преподавателем. Как правило, лектором делаются акценты на ключевых моментах лекции для начала конспектирования;
- конспектирование необходимо начинать после оглашением главной мысли лектором, перед началом ее комментирования;
- выделение главных мыслей в конспекте другим цветом целесообразно производить вне лекции с целью сокращения времени на конспектирование на самой лекции;
- применение сокращений приветствуется;
- нужно избегать длинных и сложных рассуждений;
- дословное конспектирование отнимает много времени, поэтому необходимо опускать фразы, имеющие второстепенное значение;
- если в лекции встречаются неизвестные термины, лучше всего отметить на полях их существование, оставить место для их пояснения и в конце лекции задать уточняющий вопрос лектору.

Конспектирование и рецензирование, таким образом, это процесс выделения основных мыслей текста, его осмысления и оценки содержащейся в нем информации. Данный вид учебной работы является видом индивидуальной самостоятельной работы обучающегося.

## **5.2. Методические указания для подготовки обучающихся к практическим занятиям**

В процессе подготовки и проведения практических занятий обучающиеся закрепляют полученные ранее теоретические знания, приобретают навыки их практического применения, опыт рациональной организации учебной работы, готовятся к сдаче экзамена.

Поскольку активность на практических занятиях является предметом внутри семестрового контроля его продвижения в освоении курса, подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

При подготовке к занятию в первую очередь должны использовать материал лекций и соответствующих литературных источников. Самоконтроль качества подготовки к каждому занятию осуществляют, проверяя свои знания и отвечая на вопросы для самопроверки по соответствующей теме.

Входной контроль осуществляется преподавателем в виде проверки и актуализации знаний обучающихся по соответствующей теме.

Выходной контроль осуществляется преподавателем проверкой качества и полноты выполнения задания.

Подготовку к практическому занятию каждый обучающийся должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается

на проработке текущего материала, а затем изучение обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме.

Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности обучающегося свободно ответить на теоретические вопросы, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий.

Предлагается следующая опорная схема подготовки к практическим занятиям.

1. Ознакомление с темой практического занятия. Выделение главного (основной темы) и второстепенного (подразделы, частные вопросы темы).

2. Освоение теоретического материала по теме с опорой на лекционный материал, учебник и другие учебные ресурсы. Самопроверка: постановка вопросов, затрагивающих основные термины, определения и положения по теме, и ответы на них.

3. Выполнение практического задания. Обнаружение основных трудностей, их решение с помощью дополнительных интеллектуальных усилий и/или подключения дополнительных источников информации.

4. Решение типовых заданий расчетно-графической работы.

Обучающийся при подготовке к практическому занятию может консультироваться с преподавателем и получать от него наводящие разъяснения, задания для самостоятельной работы.

Дидактические цели практического занятия: углубление, систематизация и закрепление знаний, превращение их в убеждения; проверка знаний; привитие умений и навыков самостоятельной работы с книгой; развитие культуры речи, формирование умения аргументировано отстаивать свою точку зрения, отвечать на вопросы слушателей; умение слушать других, задавать вопросы.

Задачи: стимулировать регулярное изучение программного материала, первоисточников; закреплять знания, полученные на уроке и во время самостоятельной работы; обогащать знаниями благодаря выступлениям товарищей и учителя на занятии, корректировать ранее полученные знания.

Функции практического занятия:

- учебная (углубление, конкретизация, систематизацию знаний, усвоенных во время занятий и в процессе самостоятельной подготовки к семинару);

- развивающая (развитие логического мышления учащихся обучающихся, приобретение ими умений работать с различными литературными источниками, формирование умений и навыков анализа фактов, явлений, проблем и т.д.);

- воспитательная (воспитание ответственности, работоспособности, воспитание культуры общения и мышления, привитие интереса к изучению предмета, формирование потребности рационализации и учебно-познавательной деятельности и организации досуга)

- диагностическая -коррекционную и контролирующую (контроль за качеством усвоения обучающимися учебного материала, выявление пробелов в его усвоении и их преодоления)

- организация самостоятельной работы обучающихся содержит объяснение содержания задачи, методики его выполнения, краткую аннотацию рекомендованных источников информации, предложения по выполнению индивидуальных заданий.

### **5.3. Методические указания по самостоятельной работе обучающихся**

Самостоятельная работа обучающихся предполагает различные формы индивидуальной учебной деятельности: конспектирование научной литературы, сбор и анализ практического материала в СМИ, проектирование, выполнение тематических и творческих заданий и пр. Выбор форм и видов самостоятельной работы определяется индивидуально-личностным подходом к обучению совместно преподавателем и обучающимся.

#### **5.3.1. Методические указания по подготовке к коллоквиуму.**

Подготовка к коллоквиуму начинается с консультации преподавателя, на которой он разъясняет развернутую тематику проблемы, рекомендует литературу для изучения и объясняет и объясняет процедуру проведения коллоквиуму.

Подготовка включает в себя изучение конспекта лекций, рекомендованной литературы и (по указанию преподавателя) конспектирование важнейших источников.

Коллоквиум проводится в форме индивидуальной беседы с каждым обучающимся или беседы в небольших группах (3-5 человек). Обычно преподаватель задает несколько кратких конкретных вопросов, позволяющих выяснить степень добросовестности работы с литературой, контролирует конспект. Далее более подробно обсуждается какая-либо сторона проблемы, что позволяет оценить уровень понимания. Обучающимся дается возможность высказать свое мнение, точку зрения, критику по определенным вопросам. При высказывании требуется аргументированность и обоснованность собственных оценок.

#### **5.3.2. Методические указания по подготовке к тестовому контролю.**

Тесты – это вопросы или задания, предусматривающие конкретный, краткий, четкий ответ на имеющиеся эталоны ответов.

При самостоятельной подготовке к тестированию обучающемуся необходимо:

а) готовясь к тестированию, проработайте информационный материал по дисциплине. Проконсультируйтесь с преподавателем по вопросу выбора учебной литературы;

б) четко выясните все условия тестирования заранее. Вы должны знать, сколько тестов будет предложено, сколько времени отводится на тестирование, какова система оценки результатов и т.д.

в) приступая к работе с тестами, внимательно и до конца прочтите вопрос и предлагаемые варианты ответов. Выберите правильные (их может быть несколько). На отдельном листке ответов выпишите цифру вопроса и буквы соответствующие правильным ответам;

г) если встретили чрезвычайно трудный вопрос, не тратьте много времени на него. Переходите к другим тестам. Вернитесь к трудному вопросу в конце.

д) обязательно оставьте время для проверки ответов, чтобы избежать механических ошибок.

#### **5.3.3 Методические указания по выполнению расчетно-графической работы**

Расчетно-графическая работа оформляется в распечатанном или рукописном варианте. Номер варианта выбирается по порядковому номеру списка обучающихся. РГР с



другим номером варианта не зачитываются. Работа выполняется аккуратно, в случае рукописного оформления чтение ее не должно вызывать затруднений.

РГР должна состоять из титульного листа и основной части. Допускается включение в работу приложений, содержащих таблицы, рисунки, полученные на компьютере. На титульном листе обязательно указывается наименование дисциплины, ФИО обучающегося, группа, вариант задания, ФИО преподавателя. Выполненная и оформленная работа должна быть представлена преподавателю не позднее, чем за 10 дней до начала сессии.

В основной части РГР до решения каждой задачи должны быть представлены собственные данные: вариант задания, формулировка задания, численные значения, соответствующие своему варианту. Далее должно быть представлено решение с расшифровкой формул и последовательности действий. Все вычисления сначала представляются в виде расчетных формул, затем в формулы подставляются численные значения и записывается ответ с указанием единиц измерений (без промежуточных расчетов). Все вычислительные процедуры следует производить с точностью до 0,01.

#### **Промежуточная аттестация**

По итогам семестра проводится экзамен. При подготовке к сдаче экзамена рекомендуется пользоваться материалами лекции и практических занятий, и материалами, изученными в ходе текущей самостоятельной работы.

Экзамен проводится в устной или письменной форме.

## **6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

| <b>№ п/п</b>                     | <b>Виды учебной работы</b>                           | <b>Образовательные технологии</b> | <b>Всего часов</b> |
|----------------------------------|--|-----------------------------------|--------------------|
| 1                                | 2  | 3                                 | 4                  |
| <b>Семестр 6</b>                 |  |                                   |                    |
| 1.                               | Дифференциальные уравнения первого порядка.          | <i>Проблемная</i>                 | 2                  |
| 2.                               | Дифференциальные уравнения высших порядков.          | <i>Проблемная</i>                 | 2                  |
| 3.                               | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | <i>Тренинг</i>                    | 2                  |
| 4.                               | Системы дифференциальных уравнений.                  | <i>Тренинг</i>                    | 2                  |
| 5.                               | Устойчивость решений дифференциальные уравнения.     | <i>Проблемная</i>                 | 2                  |
| <b>Итого часов в 6 семестре:</b> |  |                                   | <b>10</b>          |

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 7.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

#### Основная литература

1. Кюркчан, А. Г. Конспект лекций по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Ч. 3 : учебное пособие / А. Г. Кюркчан, Н. И. Смирнова. — 2-е изд. — Москва : Московский технический университет связи и информатики, 2016. — 40 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92427.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Кюркчан, А. Г. Конспект лекций по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Ч. 2 : учебное пособие / А. Г. Кюркчан, Н. И. Смирнова. — 2-е изд. — Москва : Московский технический университет связи и информатики, 2015. — 53 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92426.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Кюркчан, А. Г. Конспект лекций по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Ч. 1: учебное пособие / А. Г. Кюркчан, Н. И. Смирнова. — 2-е изд. — Москва : Московский технический университет связи и информатики, 2015. — 50 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92425.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
4. Кузьмина, Р. П. Асимптотические методы для обыкновенных дифференциальных уравнений / Р. П. Кузьмина. — 2-е изд. — Москва, Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2019. — 328 с. — ISBN 978-5-4344-0677-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92103.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
5. Беркович, Л. М. Факторизация и преобразования дифференциальных уравнений. Методы и приложения / Л. М. Беркович. — Москва : Институт компьютерных исследований, Регулярная и хаотическая динамика, 2019. — 464 с. — ISBN 978-5-4344-0613-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92073.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
6. Юмагулов, М. Г. Обыкновенные дифференциальные уравнения : теория и приложения / М. Г. Юмагулов. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 181 с. — ISBN 978-5-4344-0763-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/91969.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
7. Назарова, Т. М. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Т. М. Назарова, И. М. Пупышев, В. В. Хаблов. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. — 100 с. — ISBN 978-5-7782-3404-8. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/91659.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей
8. Понтрягин, Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л. С. Понтрягин. — 6-е изд. — Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 396 с. — ISBN 978-5-4344-0786-1. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92055.html>. — Режим доступа: для авторизир. Пользователей

#### Дополнительная литература

1. Лисейкин, В. Д. Высокоточные разностные схемы и адаптивные сетки для решения

дифференциальных уравнений : учебное пособие / В. Д. Лисейкин, В. И. Паасонен. — Новосибирск : Новосибирский государственный университет, 2018. — 68 с. — ISBN 978-5-4437-0855-3. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/93806.html>. — Режим доступа: для авторизир. пользователей

2. Оболенский, А. Ю. Лекции по качественной теории дифференциальных уравнений / А. Ю. Оболенский. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 320 с. — ISBN 978-5-4344-0706-9. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : Режим доступа: для авторизир. пользователей

3. Кудряшов, Н. А. Аналитическая теория нелинейных дифференциальных уравнений / Н. А. Кудряшов. — 2-е изд. — Москва, Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2019. — 360

## 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

<http://window.edu.ru>- Единое окно доступа к образовательным ресурсам;

<http://fcior.edu.ru> - Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов;

<http://elibrary.ru>- Научная электронная библиотека.

## 7.3. Информационные технологии, лицензионное программное обеспечение

| Лицензионное программное обеспечение   | Реквизиты лицензий/ договоров  |
|--|--|
| Microsoft Azure Dev Tools for Teaching<br>1. Windows 7, 8, 8.1, 10<br>2. Visual Studio 2008, 2010, 2013, 2019<br>5. Visio 2007, 2010, 2013<br>6. Project 2008, 2010, 2013<br>7. Access 2007, 2010, 2013 ит. д. | Идентификатор подписчика: 1203743421<br>Срок действия: 30.06.2022<br><br>(продление подписки)  |
| MS Office 2003, 2007, 2010, 2013   | Сведения об OpenOffice: 63143487, 63321452, 64026734, 6416302, 64344172, 64394739, 64468661, 64489816, 64537893, 64563149, 64990070, 65615073<br>Лицензия бессрочная |
| Антивирус Dr.Web Desktop Security Suite  | Лицензионный сертификат<br>Серийный № 8DVG-V96F-H8S7-NRBC<br>Срок действия: с 20.10.2022 до 22.10.2023   |
| Цифровой образовательный ресурс IPRsmart   | Лицензионный договор № 10423/23П от 30.06.2023 г.<br>Срок действия: с 01.07.2023 г. до 01.07.2024г.  |

Свободное программное обеспечение:

*WinDjView, SumatraPDF, 7-Zip*

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **8.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий**

#### **1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа:**

Специализированная мебель:

Стол преподавательский – 1 шт., стул мягкий – 1 шт., доска меловая – 1 шт., парты - 10 шт., компьютерные столы – 11 шт., стулья - 21 шт.,

Лабораторное оборудование, технические средства обучения, служащие для предоставления учебной информации большой аудитории:

Персональный компьютер – 1 шт.

Экран рулонный настенный – 1 шт.

Проектор – 1 шт.

#### **2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнение курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации**

Специализированная мебель:

Стол преподавательский – 1 шт., стул мягкий – 1 шт., доска меловая – 1 шт., парты – 10 шт., компьютерные столы - 11 шт., стулья – 21 шт.,

Лабораторное оборудование, технические средства обучения, служащие для предоставления учебной информации большой аудитории:

Персональный компьютер – 11 шт.

Экран рулонный настенный – 1 шт.

Проектор – 1 шт.

#### **3. Помещение для самостоятельной работы. Библиотечно-издательский центр**

Отдел обслуживания печатными изданиями. Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место – 21 шт. Стулья – 55 шт. Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации: экран настенный – 1 шт.

Проектор – 1 шт. Ноутбук – 1 шт.

Информационно-библиографический отдел. Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место – 6 шт. Стулья – 6 шт.

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «СевКавГА»:

Персональный компьютер – 1 шт. Сканер – 1 шт. МФУ – 1 шт.

Отдел обслуживания электронными изданиями. Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место – 24 шт. Стулья – 24 шт.

Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации:

Интерактивная система – 1 шт. Монитор – 21 шт. Сетевой терминал – 18 шт.

Персональный компьютер – 3 шт. МФУ – 2 шт. Принтер – 1 шт.

#### **4. Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования**

Специализированная мебель: Шкаф – 1 шт., стул – 2 шт., кресло компьютерное – 2 шт., стол угловой компьютерный – 2 шт., тумбочки с ключом – 2 шт. Учебное пособие (персональный компьютер в комплекте) – 2 шт.

## **8.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся**

1. Рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.
2. Рабочие места обучающихся, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

## **8.3. Требования к специализированному оборудованию *нет***

## **9. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Для обеспечения образования инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается (в случае необходимости) адаптированная образовательная программа, индивидуальный учебный план с учетом особенностей их психофизического развития и состояния здоровья, в частности применяется индивидуальный подход к освоению дисциплины, индивидуальные задания: рефераты, письменные работы и, наоборот, только устные ответы и диалоги, индивидуальные консультации, использование диктофона и других записывающих средств для воспроизведения лекционного и семинарского материала.

В целях обеспечения обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья комплектуется фонд основной учебной литературой, адаптированной к ограничению электронных образовательных ресурсов, доступ к которым организован в БИЦ Академии. В библиотеке проводятся индивидуальные консультации для данной категории пользователей, оказывается помощь в регистрации и использовании сетевых и локальных электронных образовательных ресурсов, предоставляются места в читальном зале.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»**

## 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### «Дифференциальные уравнения»

#### Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

| Индекс | Формулировка компетенции   |
|--------|--|
| ОПК -1 | Способность применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности |

#### 2. Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий. Изучение каждого раздела (темы) предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций обучающимися.

Этапность формирования компетенций прямо связана с местом дисциплины в образовательной программе.

| Разделы (темы )<br>дисциплины                        | Формируемые<br>компетенции (коды) |
|--|-----------------------------------|
|  | ОПК-1                             |
| Дифференциальные уравнения первого порядка.          | +                                 |
| Дифференциальные уравнения высших порядков.          | +                                 |
| Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | +                                 |
| Системы дифференциальных уравнений.                  | +                                 |
| Устойчивость решений дифференциальные уравнения.     | +                                 |

**3. Показатели, критерии и средства оценивания компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины**  
**Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1);**

| Индикаторы достижения компетенций  | Критерии оценивания результатов обучения  |  |   |   | Средства оценивания результатов обучения  |                             |
|--|---|--|---|---|---|-----------------------------|
|  | неудовлетворительно   | удовлетворительно  | хорошо  | отлично   | Текущий контроль  | Промежуточная аттестация    |
| ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук                       | Не обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук                               | Имеет небольшие представления о базовых знаниях, полученных в области математических и (или) естественных наук                         | Знает приемы базовых знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук  | Отлично обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук .                        | Коллоквиум, контрольные вопросы, тестирование, индивидуальные задания к типовым расчетам. | Зачет с оценкой<br>Экзамен  |
| ОПК-1.2 Использует в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук | Не умеет использовать в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук | Незначительно умеет использовать в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук | Умеет частично использовать в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук | Умеет использовать в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук    | Коллоквиум, контрольные вопросы, тестирование, индивидуальные задания к типовым расчетам. | Зачет с оценкой<br>Экзамен. |
| ОПК-1.3 Осуществляет выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений          | Не осуществляет выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений                  | Слабо осуществляет выбор методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений                          | Владеет частично осуществлением выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений       | Владеет свободно осуществлением выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений | Коллоквиум, контрольные вопросы, тестирование, индивидуальные задания к типовым расчетам. | Зачет с оценкой<br>Экзамен. |



## 4. Комплект контрольно-оценочных средств по дисциплине

### Вопросы к экзамену

по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные определения.
2. Решение дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$  методом изоклин.
3. Теорема Чаплыгина о дифференциальных неравенствах.
4. Уравнения с разделяющимися переменными и его интегрирование.
5. Однородные уравнения и приводящиеся к ним.
6. Линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.
7. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
8. Решение задачи Коши для уравнения  $y' = f(x, y)$  методом построения ломаной Эйлера.
9. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения  $y' = f(x, y)$ .
10. Теорема существования и единственности начальной задачи для уравнения  $F(x, y, y') = 0$ .
11. Интегрирование путем введения параметра. Особые решения диф. уравнения.
12. Уравнения Лагранжа, Клеро.
13. Теорема существования и единственности решения начальной задачи для нормальной системы (формулировка).
14. Теоремы о непрерывной зависимости решения от параметра и от дифференцируемости решения по параметру..
15. Решение задачи Коши для уравнения  $y' = f(x, y)$  методом последовательных приближений ( метод Пикара).
16. Теорема о неподвижной точке и ее применение.
17. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Свойства линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка.
18. Определитель Вронского, его свойства
19. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения  $n$ -го порядка. Импульсная функция и решение неоднородного уравнения.
20. Интегрирование уравнения вида  $y^{(n)} = f(x)$
21. Интегрирование уравнений вида  $F(x, y^{(n)}, y^{(n-1)}, \dots, y) = 0$ .
22. Интегрирование уравнений вида  $F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$ .
23. Линейные дифференциалы  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
24. Построение решения неоднородного уравнения методом неопределенных коэффициентов.
25. Линейные неоднородные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами решения уравнения  $L(y) = f(x)$  при  $f(x) = P(x)e^{\lambda x}$
26. Решение уравнения  $L(y) = f(x)$ , где  $f(x) = e^{\lambda x}(P(x) \cos \beta x + Q(x) \sin \beta x)$
27. Метод вариации решения неоднородного уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.
28. Уравнение Эйлера и его решение.

29. Системы линейных дифференциальных уравнений. Задача Коши. Решение однородного матричного уравнения.
30. Импульсная матрица. Решение неоднородного матричного уравнения.
31. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
32. Построение решения линейного уравнения в виде степенного ряда. Уравнение Эйри.

### Перечень задач для экзамена

1. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 6x.$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 2y' = -2e^x (\sin x + \cos x).$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y = 2\cos 7x + 3\sin 7x.$$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x.$$

5. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' + 8y = e^x (5\sin x - 3\cos x).$$

6. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 6y' + 13y = -e^{3x} \cos 5x.$$

7. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 2y' + 5y = 10\cos x.$$

8. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 8x.$$

9. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 4x.$$

10. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 2y' = 3e^x (\sin x + \cos x).$$

11. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' + 8y = e^x (2\sin x - \cos x).$$

12. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 2y' + 5y = -\cos x.$$

13. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y = 2\cos 7x - 3\sin 7x.$$

14. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 2y' = 6e^x (\sin x + \cos x).$$

15. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' + 8y = e^x (3\sin x + 5\cos x).$$

16. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos x.$$

17. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 2y' + 5y = -17 \sin 2x.$$

18. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + y = 2 \cos 5x + 3 \sin 5x.$$

19. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 5x.$$

20. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 2y' = 10e^x (\sin x + \cos x).$$

21. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' + 8y = e^x (-3 \sin x + 4 \cos x).$$

22. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' + 2y' + 5y = -2 \sin x.$$

СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ  
АКАДЕМИЯ

Кафедра «Математика»

20\_\_ - 20\_\_ учебный год.

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

По дисциплине Дифференциальные уравнения

Для обучающихся 3 курса направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Вопросы:**

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные определения.
2. Линейные диф. уравнения  $n$ -го порядка. Свойства линейного диф. уравнения  $n$ -го порядка.
3. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 6x.$$

Заведующий кафедрой

А.М. Кочкаров

## Комплект тестовых вопросов и заданий

по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

**Задание 1.** Дифференциальным уравнением является уравнение:

- 1)  $x + 4 = 7$ ;
- 2)  $x + \sin x \cdot y = 0$ ;
- 3)  $xy' + \sin x \cdot y = 0$ ;
- 4)  $\sin 3x = y$ .

**Задание 2.** Дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение:

- 1)  $xy' + \sin x \cdot y = 0$ ;
- 2)  $x + \sin x \cdot y = 0$ ;
- 3)  $y'' + y' \sin x + y = 1$ ;
- 4)  $y''' + y' - 2 = \cos x$ .

**Задание 3.** Дифференциальным уравнением второго порядка является:

- 1)  $xy' + \sin x \cdot y = 0$ ;
- 2)  $x + \sin x \cdot y = 0$ ;
- 3)  $y'' + y' \sin x + y = 1$ ;
- 4)  $y''' + y' - 2 = \cos x$ .

**Задание 4.** При каком значении  $C$  функция  $y = x^3$  является решением уравнения  $y' = Cx^2$

**Задание 5.** Решением дифференциального уравнения  $3y - xy' = 0$  является функция:

- 1)  $y = Cx$ ;
- 2)  $y = Cx^3$ ;
- 3)  $y = x + C$ ;
- 4)  $y = x^3 + C$ .

**Задание 6.** Запишите подстановку, используемую для интегрирования однородного уравнения.

**Задание 7.** Общим решением некоторого дифференциального уравнения является функция  $y = Cx^3$ , тогда частным решением этого дифференциального уравнения, удовлетворяющим начальным условиям  $y(1) = 3$ , является:

- 1)  $y = 2x$ ;
- 2)  $y = Cx^3$ ;
- 3)  $y = x + C$ ;

4)  $y = 3x^3$ .

**Задание 8.** При каком условии уравнение  $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$  является уравнением в полных дифференциалах?

**Задание 9.** Общий интеграл некоторого дифференциального уравнения имеет вид  $x^2 + y^2 = C$ , тогда частным интегралом этого дифференциального уравнения, удовлетворяющим начальным условиям  $y(4) = -3$ , является:

- 1)  $x^2 + y^2 = 4$ ;
- 2)  $x^2 + y^2 = -3$ ;
- 3)  $x^2 + y^2 = 25$ ;
- 4)  $x^2 + y^2 = 7$ .

**Задание 10.** Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является уравнение вида:

- 1)  $y' = f(x)g(y)$ ;
- 2)  $y' = f(x) + g(y)$ ;
- 3)  $y' = f(x; y)$ , где функция  $f(x; y)$  – однородная степени ноль;
- 4)  $y' + p(x)y = g(x)$ .

**Задание 11.** Однородным дифференциальным уравнением первого порядка является:

- 1)  $y \cdot \cos x = 0$ ;
- 2)  $y' = x^2 y$ ;
- 3)  $y' = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ ;
- 4)  $y' + \frac{2y}{x} = x$ .

**Задание 12.** Запишите вид начальных условий в задаче Коши для дифференциального уравнения второго порядка.

**Задание 13.** Решение однородного дифференциального уравнения первого порядка может быть найдено в виде:

- 1)  $y = u \cdot v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции;
- 2)  $y = u \cdot x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;
- 3)  $y = u + v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции;
- 4)  $y = u + x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция.

**Задание 14.** Линейным неоднородным дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение вида:

- 1)  $y' = f(x)g(y)$ ;

- 2)  $y' + p(x)y = q(x)y^n$ ;
- 3)  $y' = f(x; y)$ , где функция  $f(x; y)$  – однородная;
- 4)  $y' + p(x)y = g(x)$ .

**Задание 15.** Чему равен определитель Вронского для линейно зависимых функций?

**Задание 16.** Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка  $y' + p(x)y = g(x)$  может быть найдено в виде:

- 1)  $y = u \cdot v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции;
- 2)  $y = u \cdot x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;
- 3)  $y = u + v$ , где  $u = u(x)$  и  $v = v(x)$  – некоторые неизвестные функции;
- 4)  $y = u + x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция.

**Задание 17.** Уравнением Бернулли является уравнение:

- 1)  $y \cdot \cos x = 0$ ;
- 2)  $y' = x^2 y$ ;
- 3)  $y' = \frac{xy}{x^2 + y^2}$ ;
- 4)  $y' + \frac{2y}{x} = xy^4$ .

**Задание 18.** Запишите форму общего решения линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

**Задание 19.** Однородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами является уравнение вида:

- 1)  $y' = f(x)g(y)$ ;
- 2)  $y = f(x; y)$ ;
- 3)  $y'' + py' + qy = 0$ ;
- 4)  $y'' + py' + qy = f(x)$ .

**Задание 20.** Запишите подстановку, используемую для решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка?

**Задание 21.** Характеристическое уравнение  $k^2 + pk + q = 0$  имеет два различных действительных корня  $k_1$  и  $k_2$ . Тогда общее решение однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + py' + qy = 0$  имеет вид:

- 1)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$ ;
- 2)  $y = u \cdot x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;
- 3)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}$ ;
- 4)  $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$ .

**Задание 22.** Общее решение дифференциального уравнения  $y'' + 2y' + y = 0$  находим по

формуле:

- 1)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$ ;
- 2)  $y = u \cdot x$ , где  $u = u(x)$  – некоторая неизвестная функция;
- 3)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}$ ;
- 4)  $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$ .

**Задание 23.** Запишите вид нормальной системы дифференциальных уравнений.

**Задание 24.** Линейным неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами является уравнение вида:

- 1)  $y' = f(x)g(y)$ ;
- 2)  $y' + p(x)y = g(x)$ ;
- 3)  $y'' + py' + qy = 0$ ;
- 4)  $y'' + py' + qy = f(x)$ .

**Задание 25.** Как понижается порядок в уравнениях вида  $y^{(n)} = f(x)$

**Задание 26.** Как найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения, если известно одно его частное решение и общее решение соответствующего линейного однородного дифференциального уравнения?

**Задание 27.** Общее решение неоднородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + py' + qy = f(x)$  имеет вид:

- 1)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$ ;
- 2)  $y(x) = y_0(x)$ , где  $y_0(x)$  – общее решение соответствующего однородного уравнения;
- 3)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}$ ;
- 4)  $y(x) = y_n(x)$ , где  $y_n(x)$  – частное решение неоднородного уравнения.

**Задание 28.** Характеристическое уравнение  $k^2 - 4k + 3 = 0$ , соответствующее однородному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами  $y'' + 4y' - 3y = 0$ , имеет корни  $k_1 = 1$ ;  $k_2 = 3$ . Тогда частное решение соответствующего неоднородного уравнения  $y'' - 4y' + 3y = e^{2x}(x + 7)$  имеет вид:

- 1)  $y_n(x) = e^{2x}(Ax + B)$ ;
- 2)  $y_n(x) = e^{2x}x(Ax + B)$ ;
- 3)  $y_n(x) = e^{2x}B$ ;
- 4)  $y_n(x) = e^{3x}(Ax + B)$ .

**Задание 29.** Даны: уравнение  $y' = x + y^2$  и точка  $(1; 2)$ . Сколько имеет уравнение решений, проходящих через данную точку?

- 1) ни одного,
- 2) одно,
- 3) два.



4) бесконечно много.

**Задание 30.** Запишите вид обыкновенного дифференциального уравнения Бернулли?

### Вопросы к коллоквиуму

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши.

2. Дифференциальные уравнения первого порядка: с разделяющимися переменными, однородные и приводящиеся к однородным.

3. Линейные уравнения первого порядка, уравнение Бернулли.

4. Уравнения в полных дифференциалах.

5. Приближенное интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка методом изоклин.

6. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решения. Общий и частный интегралы.

7. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.

8. Линейный дифференциальный оператор, его свойства. Линейное однородное дифференциальное уравнение, свойства его решений.

9. Линейно-зависимые и линейно-независимые системы функций. Необходимое условие линейной зависимости системы функций.

10. Условие линейной независимости решений линейного однородного дифференциального уравнения.

11. Линейное однородное дифференциальное уравнение. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.

12. Линейное неоднородное диф. уравнение. Структура общего решения.

13. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.

14. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней характеристического уравнения).

15. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней характеристического уравнения).

16. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод подбора.

### Задания расчетно-графической работы

**Задача 1.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения. (Ответ представить в виде  $\psi(x, y) = C$ .)

1.1.  $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$ .

1.2.  $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$ .

1.3.  $\sqrt{4+y^2}dx - ydy = x^2ydy$ .

1.4.  $\sqrt{3+y^2}dx - ydy = x^2ydy$ .

$$1.5. 6xdx - 6ydy = 2x^2 ydy - 3xy^2 dx.$$

$$x\sqrt{3+y^2} dx + y\sqrt{2+x^2} dy = 0.$$

$$1.7. (e^{2x} + 5)dy + ye^{2x} dx = 0.$$

$$1.9. 6xdx - 6ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx.$$

$$x\sqrt{5+y^2} dx + y\sqrt{4+x^2} dy = 0.$$

$$1.11. y(4 + e^x)dy - e^x dx = 0.$$

$$1.13. 2xdx - 2ydy = x^2 ydy - 2xy^2 dx.$$

$$x\sqrt{4+y^2} dx + y\sqrt{1+x^2} dy = 0.$$

$$1.15. (e^x + 8)dy - ye^x dx = 0.$$

$$1.17. 6xdx - ydy = yx^2 dy - 3xy^2 dx.$$

$$1.19. (1 + e^x)y' = ye^x.$$

$$1.21. 6xdx - 2ydy = 2yx^2 dy - 3xy^2 dx.$$

$$1.23. (3 + e^x)yy' = e^x.$$

$$1.25. xdx - ydy = yx^2 dy - xy^2 dx.$$

$$1.27. (1 + e^x)yy' = e^x.$$

$$3(x^2 y + y)dy + \sqrt{2+y^2} dx = 0.$$

$$1.29. 2xdx - ydy = yx^2 dy - xy^2 dx.$$

$$1.31. 20xdx - 3ydy = 3x^2 ydy - 5xy^2 dx.$$

1.6.

$$1.8. y'y\sqrt{\frac{1-x^2}{1-y^2}} + 1 = 0.$$

1.10.

$$1.12. \sqrt{4-x^2} y' + xy^2 + x = 0.$$

1.14.

$$1.16. \sqrt{5+y^2} + y'y\sqrt{1-x^2} = 0.$$

$$1.18. y \ln y + xy' = 0.$$

$$1.20. \sqrt{1-x^2} y' + xy^2 + x = 0.$$

$$1.22. y(1 + \ln y) + xy' = 0.$$

$$1.24. \sqrt{3+y^2} + \sqrt{1-x^2} yy' = 0.$$

$$1.26. \sqrt{5+y^2} dx + 4(x^2 y + y)dy = 0.$$

1.28.

$$1.30. 2x + 2xy^2 + \sqrt{2-x^2} y' = 0.$$

**Задача 2.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

$$2.1. y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2.$$

$$2.2. xy' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}.$$

$$2.3. y' = \frac{x+y}{x-y}.$$

$$2.4. xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

$$2.5. 2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3.$$

$$2.6. xy' = \frac{3y^3 + 4yx^2}{2y^2 + 2x^2}.$$

$$2.7. y' = \frac{x+2y}{2x-y}.$$

$$2.9. 3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 4.$$

$$2.11. y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}.$$

$$2.13. y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 6.$$

$$2.15. y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{2x^2 - 2xy}.$$

$$2.17. 2y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 8.$$

$$2.19. y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}.$$

$$2.21. y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 12.$$

$$2.23. y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy}.$$

$$2.25. 4y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 5.$$

$$2.27. y' = \frac{x^2 + xy - 5y^2}{x^2 - 6xy}.$$

$$2.29. 3y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 10.$$

$$2.31. y' = \frac{x^2 + 2xy - 5y^2}{2x^2 - 6xy}.$$

$$2.8. xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

$$2.10. xy' = \frac{3y^3 + 6yx^2}{2y^2 + 3x^2}.$$

$$2.12. xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y.$$

$$2.14. xy' = \frac{3y^3 + 8yx^2}{2y^2 + 4x^2}.$$

$$2.16. xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

$$2.18. xy' = \frac{3y^3 + 10yx^2}{2y^2 + 5x^2}.$$

$$2.20. xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$$

$$2.22. xy' = \frac{3y^3 + 12yx^2}{2y^2 + 6x^2}.$$

$$2.24. xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y.$$

$$2.26. xy' = \frac{3y^3 + 14yx^2}{2y^2 + 7x^2}.$$

$$2.28. xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y.$$

$$2.30. xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$$

**Задача 3.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

$$3.1. y' = \frac{x+2y-3}{2x-2}.$$

$$3.2. y' = \frac{x+y-2}{2x-2}.$$

3.3.  $y' = \frac{3y - x - 4}{3x + 3}$ .

3.5.  $y' = \frac{x + y - 2}{3x - y - 2}$ .

3.7.  $y' = \frac{x + y - 8}{3x - y - 8}$ .

3.9.  $y' = \frac{3y + 3}{2x + y - 1}$ .

3.11.  $y' = \frac{x - 2y + 3}{-2x - 2}$ .

3.13.  $y' = \frac{2x + 3y - 5}{5x - 5}$ .

3.15.  $y' = \frac{x + 3y - 4}{5x - y - 4}$ .

3.17.  $y' = \frac{x + 2y - 3}{x - 1}$ .

3.19.  $y' = \frac{5y + 5}{4x + 3y - 1}$ .

3.21.  $y' = \frac{x + y + 2}{x + 1}$ .

3.23.  $y' = \frac{2x + y - 3}{2x - 2}$ .

3.25.  $y' = \frac{x + 5y - 6}{7x - y - 6}$ .

3.27.  $y' = \frac{2x + y - 1}{2x - 2}$ .

3.29.  $y' = \frac{6y - 6}{5x + 4y - 9}$ .

3.31.  $y' = \frac{y + 2}{2x + y - 4}$ .

3.4.  $y' = \frac{2y - 2}{x + y - 2}$ .

3.6.  $y' = \frac{2x + y - 3}{x - 1}$ .

3.8.  $y' = \frac{x + 3y + 4}{3x - 6}$ .

3.10.  $y' = \frac{x + 2y - 3}{4x - y - 3}$ .

3.12.  $y' = \frac{x + 8y - 9}{10x - y - 9}$ .

3.14.  $y' = \frac{4y - 8}{3x + 2y - 7}$ .

3.16.  $y' = \frac{y - 2x + 3}{x - 1}$ .

3.18.  $y' = \frac{3x + 2y - 1}{x + 1}$ .

3.20.  $y' = \frac{x + 4y - 5}{6x - y - 5}$ .

3.22.  $y' = \frac{2x + y - 3}{4x - 4}$ .

3.24.  $y' = \frac{y}{2x + 2y - 2}$ .

3.26.  $y' = \frac{x + y - 4}{x - 2}$ .

3.28.  $y' = \frac{3y - 2x + 1}{3x + 3}$ .

3.30.  $y' = \frac{x + 6y - 7}{8x - y - 7}$ .

**Задача 4.** Найти решение задачи Коши.

- 4.1.  $y' - y/x = x^2$ ,  $y(1) = 0$ . 4.2.  
 $y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$ ,  $y(\pi/2) = 0$ .
- 4.3.  $y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ ,  $y(0) = 0$ . 4.4.  
 $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x$ ,  $y(\pi/4) = 1/2$ .
- 4.5.  $y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x$ ,  $y(-1) = 3/2$ . 4.6.  
 $y' - \frac{1}{x+1} y = e^x (x+1)$ ,  $y(0) = 1$ .
- 4.7.  $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ . 4.8.  $y' + \frac{y}{x} = \sin x$ ,  $y(\pi) = \frac{1}{\pi}$ .
- 4.9.  $y' + \frac{y}{2x} = x^2$ ,  $y(1) = 1$ . 4.10.  
 $y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{2x^2}{1+x^2}$ ,  $y(0) = \frac{2}{3}$ .
- 4.11.  $y' - \frac{2x-5}{x^2} y = 5$ ,  $y(2) = 4$ . 4.12.  $y' + \frac{y}{x} = \frac{x+1}{x} e^x$ ,  $y(1) = e$ .
- 4.13.  $y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}$ ,  $y(1) = 1$ . 4.14.  $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$ ,  $y(1) = 4$ .
- 4.15.  $y' + \frac{2}{x} y = x^3$ ,  $y(1) = -5/6$ . 4.16.  $y' + \frac{y}{x} = 3x$ ,  $y(1) = 1$ .
- 4.17.  $y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2$ ,  $y(1) = 3$ . 4.18.  $y' + \frac{1-2x}{x^2} y = 1$ ,  $y(1) = 1$ .
- 4.19.  $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}$ ,  $y(1) = 1$ . 4.20.  
 $y' + 2xy = -2x^3$ ,  $y(1) = e^{-1}$ .
- 4.21.  $y' + \frac{xy}{2(1-x^2)} = \frac{x}{2}$ ,  $y(0) = \frac{2}{3}$ . 4.22.  $y' + xy = -x^3$ ,  $y(0) = 3$ .
- 4.23.  $y' - \frac{2}{x+1} y = e^x (x+1)^2$ ,  $y(0) = 1$ . 4.24.  
 $y' + 2xy = x e^{-x^2} \sin x$ ,  $y(0) = 1$ .
- 4.25.  $y' - 2y/(x+1) = (x+1)^3$ ,  $y(0) = 1/2$ . 4.26.

$$y' - y \cos x = -\sin 2x, \quad y(0) = 3.$$

$$4.27. \quad y' - 4xy = -4x^3, \quad y(0) = -1/2.$$

$$4.28. \quad y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$$

$$4.29. \quad y' - 3x^2 y = x^2(1 + x^3)/3, \quad y(0) = 0. \quad 4.30.$$

$$y' - y \cos x = \sin 2x, \quad y(0) = -1.$$

$$4.31. \quad y' - y/x = -2/x^2, \quad y(1) = 1.$$

**Задача 5.** Решить задачу Коши.

$$5.1. \quad y^2 dx + (x + e^{2/y}) dy = 0, \quad y|_{x=e} = 2.$$

$$5.2. \quad (y^4 e^y + 2x) y' = y, \quad y|_{x=0} = 1.$$

$$5.3. \quad y^2 dx + (xy - 1) dy = 0, \quad y|_{x=1} = e.$$

$$5.4. \quad 2(4y^2 + 4y - x) y' = 1, \quad y|_{x=0} = 0.$$

$$5.5. \quad (\cos 2y \cos^2 y - x) y' = \sin y \cos y, \quad y|_{x=1/4} = \pi/3.$$

$$5.6. \quad (x \cos^2 y - y^2) y' = y \cos^2 y, \quad y|_{x=\pi} = \pi/4.$$

$$5.7. \quad e^{y^2} (dx - 2xy dy) = y dy, \quad y|_{x=0} = 0.$$

$$5.8. \quad (104y^3 - x) y' = 4y, \quad y|_{x=8} = 1.$$

$$5.9. \quad dx + (xy - y^3) dy = 0, \quad y|_{x=-1} = 0.$$

$$5.10. \quad (3y \cos 2y - 2y^2 \sin 2y - 2x) y' = y, \quad y|_{x=16} = \pi/4.$$

$$5.11. \quad 8(4y^3 + xy - y) y' = 1, \quad y|_{x=0} = 0.$$

$$5.12. \quad (2 \ln y - \ln^2 y) dy = y dx - x dy, \quad y|_{x=4} = e^2.$$

$$5.13. \quad 2(x + y^4) y' = y, \quad y|_{x=-2} = -1.$$

$$5.14. \quad y^3(y-1) dx + 3xy^2(y-1) dy = (y+2) dy, \quad y|_{x=1/4} = 2.$$

$$5.15. \quad 2y^2 dx + (x + e^{1/y}) dy = 0, \quad y|_{x=e} = 1.$$

$$5.16. \quad (xy + \sqrt{y}) dy + y^2 dx = 0, \quad y|_{x=-1/2} = 4.$$

$$5.17. \quad \sin 2y dx = (\sin^2 2y - 2 \sin^2 y + 2x) dy, \quad y|_{x=-1/2} = \pi/4.$$

$$5.18. \quad (y^2 + 2y - x) y' = 1, \quad y|_{x=2} = 0.$$

- 5.19.  $2y\sqrt{y}dx - (6x\sqrt{y} + 7)dy = 0, \quad y|_{x=-4} = 1.$
- 5.20.  $dx = (\sin y + 3\cos y + 3x)dy, \quad y|_{x=e^{\pi/2}} = \pi/2.$
- 5.21.  $2(\cos^2 y \cdot \cos 2y - x)y' = \sin 2y, \quad y|_{x=3/2} = 5\pi/4.$
- 5.22.  $\operatorname{ch} y dx = (1 + x \operatorname{sh} x)dy, \quad y|_{x=1} = \ln 2.$
- 5.23.  $(13y^3 - x)y' = 4y, \quad y|_{x=5} = 1.$
- 5.24.  $y^2(y^2 + 4)dx + 2xy(y^2 + 4)dy = 2dy, \quad y|_{x=\pi/8} = 2.$
- 5.25.  $(x + \ln^2 y - \ln y)y' = y/2, \quad y|_{x=2} = 1.$
- 5.26.  $(2xy + \sqrt{y})dy + 2y^2 dx = 0, \quad y|_{x=-1/2} = 1.$
- 5.27.  $ydx + (2x - 2\sin^2 y - y \sin 2y)dy = 0, \quad y|_{x=3/2} = \pi/4.$
- 5.28.  $2(y^3 - y + xy)dy = dx, \quad y|_{x=-2} = 0.$
- 5.29.  $(2y + x \operatorname{tg} y - y^2 \operatorname{tg} y)dy = dx, \quad y|_{x=0} = \pi.$
- 5.30.  $4y^2 dx + (e^{1/(2y)} + x)dy = 0, \quad y|_{x=e} = 1/2.$
- 5.31.  $dx + (2x + \sin 2y - 2\cos^2 y)dy = 0, \quad y|_{x=-1} = 0.$

**Задача 6.** Найти решение задачи Коши.

- 6.1.  $y' + xy = (1+x)e^{-x}y^2, \quad y(0) = 1.$
- 6.2.  $xy' + y = 2y^2 \ln x, \quad y(1) = 1/2.$
- 6.3.  $2(xy' + y) = xy^2, \quad y(1) = 2.$
- 6.4.  $y' + 4x^3 y = 4(x^3 + 1)e^{-4x}y^2, \quad y(0) = 1.$
- 6.5.  $xy' - y = -y^2(\ln x + 2)\ln x, \quad y(1) = 1.$
- 6.6.  $2(y' + xy) = (1+x)e^{-x}y^2, \quad y(0) = 2.$
- 6.7.  $3(xy' + y) = y^2 \ln x, \quad y(1) = 3.$
- 6.8.  $2y' + y \cos x = y^{-1} \cos x(1 + \sin x), \quad y(0) = 1.$
- 6.9.  $y' + 4x^3 y = 4y^2 e^{4x}(1 - x^3), \quad y(0) = -1.$
- 6.10.  $3y' + 2xy = 2xy^{-2} e^{-2x^2}, \quad y(0) = -1.$
- 6.11.  $2xy' - 3y = -(5x^2 + 3)y^3, \quad y(1) = 1/\sqrt{2}.$

- 6.12.  $3xy' + 5y = (4x - 5)y^4, \quad y(1) = 1.$
- 6.13.  $2y' + 3y \cos x = e^{2x} (2 + 3 \cos x) y^{-1}, \quad y(0) = 1.$
- 6.14.  $3(xy' + y) = xy^2, \quad y(1) = 3.$
- 6.15.  $y' - y = 2xy^2, \quad y(0) = 1/2.$
- 6.16.  $2xy' - 3y = -(20x^2 + 12)y^3, \quad y(1) = 1/2\sqrt{2}.$
- 6.17.  $y' + 2xy = 2x^3 y^3, \quad y(0) = \sqrt{2}.$
- 6.18.  $xy' + y = y^2 \ln x, \quad y(1) = 1.$
- 6.19.  $2y' + 3y \cos x = (8 + 12 \cos x) e^{2x} y^{-1}, \quad y(0) = 2.$
- 6.20.  $4y' + x^3 y = (x^3 + 8) e^{-2x} y^2, \quad y(0) = 1.$
- 6.21.  $8xy' - 12y = -(5x^2 + 3)y^3, \quad y(1) = \sqrt{2}.$
- 6.22.  $2(y' + y) = xy^2, \quad y(0) = 2.$
- 6.23.  $y' + xy = (x - 1) e^x y^2, \quad y(0) = 1.$
- 6.24.  $2y' + 3y \cos x = -e^{-2x} (2 + 3 \cos x) y^{-1}, \quad y(0) = 1.$
- 6.25.  $y' - y = xy^2, \quad y(0) = 1.$
- 6.26.  $2(xy' + y) = y^2 \ln x, \quad y(1) = 2.$
- 6.27.  $y' + y = xy^2, \quad y(0) = 1.$
- 6.28.  $y' + 2y \operatorname{cth} x = y^2 \operatorname{ch} x, \quad y(1) = 1/\operatorname{sh} 1.$
- 6.29.  $2(y' + xy) = (x - 1) e^x y^2, \quad y(0) = 2.$
- 6.30.  $y' - y \operatorname{tg} x = -(2/3) y^4 \sin x, \quad y(0) = 1.$
- 6.31.  $xy' + y = xy^2, \quad y(1) = 1.$

**Задача 7.** Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

- 7.1.  $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1) dy = 0.$
- 7.2.  $\left( 3x^2 + \frac{2}{y} \cos \frac{2x}{y} \right) dx - \frac{2x}{y^2} \cos \frac{2x}{y} dy = 0.$
- 7.3.  $(3x^2 + 4y^2) dx + (8xy + e^y) dy = 0.$
- 7.4.  $\left( 2x - 1 - \frac{y}{x^2} \right) dx - \left( 2y - \frac{1}{x} \right) dy = 0.$



$$7.5. (y^2 + y \sec^2 x) dx + (2xy + \operatorname{tg} x) dy = 0.$$

$$7.6. (3x^2 y + 2y + 3) dx + (x^3 + 2x + 3y^2) dy = 0.$$

$$7.7. \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) dx + \left( \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x} - \frac{x}{y^2} \right) dy = 0.$$

$$7.8. [\sin 2x - 2\cos(x + y)] dx - 2\cos(x + y) dy = 0.$$

$$7.9. (xy^2 + x/y^2) dx + (x^2 y - x^2/y^3) dy = 0.$$

$$7.10. \left( \frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4} \right) dx - \frac{2y}{x^3} dy = 0.$$

$$7.11. \frac{y}{x^2} \cos \frac{y}{x} dx - \left( \frac{1}{x} \cos \frac{y}{x} + 2y \right) dy = 0.$$

$$7.12. \left( \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} + y \right) dx + \left( x + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) dy = 0.$$

$$7.13. \frac{1 + xy}{x^2 y} dx + \frac{1 - xy}{xy^2} dy = 0.$$

$$7.14. \frac{dx}{y} - \frac{x + y^2}{y^2} dy = 0.$$

$$7.15. \frac{y}{x^2} dx - \frac{xy + 1}{x} dy = 0.$$

$$7.16. \left( x e^x + \frac{y}{x^2} \right) dx - \frac{1}{x} dy = 0.$$

$$7.17. \left( 10xy - \frac{1}{\sin y} \right) dx + \left( 5x^2 + \frac{x \cos y}{\sin^2 y} - y^2 \sin y^3 \right) dy = 0.$$

$$7.18. \left( \frac{y}{x^2 + y^2} + e^x \right) dx - \frac{x dy}{x^2 + y^2} = 0. \quad 7.19.$$

$$e^y dx + (\cos y + x e^y) dy = 0.$$

$$7.20. (y^3 + \cos x) dx + (3xy^2 + e^y) dy = 0.$$

$$7.21. x e^{y^2} dx + (x^2 y e^{y^2} + \operatorname{tg}^2 y) dy = 0.$$

$$7.22. (5xy^2 - x^3) dx + (5x^2 y - y) dy = 0.$$

$$7.23. [\cos(x + y^2) + \sin x] dx + 2y \cos(x + y^2) dy = 0.$$

$$7.24. (x^2 - 4xy - 2y^2) dx + (y^2 - 4xy - 2x^2) dy = 0.$$

$$7.25. \left( \sin y + y \sin y + \frac{1}{x} \right) dx + \left( x \cos y - \cos x + \frac{1}{y} \right) dy = 0.$$

$$7.26. \left( 1 + \frac{1}{y} e^{x/y} \right) dx + \left( 1 - \frac{x}{y^2} e^{x/y} \right) dy = 0.$$

$$7.27. \frac{(x-y)dx + (x+y)dy}{x^2 + y^2} = 0.$$

$$7.28. 2(3xy^2 + 2x^3)dx + 3(2x^2y + y^2)dy = 0.$$

$$7.29. (3x^3 + 6x^2y + 3xy^2)dx + (2x^3 + 3x^2y)dy = 0.$$

$$7.30. xy^2dx + y(x^2 + y^2)dy = 0.$$

$$7.31. xdx + ydy + (xdy - ydx)/(x^2 + y^2) = 0.$$

**Задача 8.** Для данного дифференциального уравнения методом изоклин построить интегральную кривую, проходящую через точку  $M$ .

$$8.1. y' = y - x^2, \quad M(1, 2).$$

$$8.2. yy' = -2x, \quad M(0, 5).$$

$$8.3. y' = 2 + y^2, \quad M(1, 2).$$

$$8.4. y' = \frac{2x}{3y}, \quad M(1, 1).$$

$$8.5. y' = (y-1)x, \quad M(1, 3/2).$$

$$8.6. yy' + x = 0, \quad M(-2, -3).$$

$$8.7. y' = 3 + y^2, \quad M(1, 2).$$

$$8.8. xy' = 2y, \quad M(2, 3).$$

$$8.9. y'(x^2 + 2) = y, \quad M(2, 2).$$

8.10.

$$x^2 - y^2 + 2xyy' = 0, \quad M(2, 1).$$

$$8.11. y' = y - x, \quad M(9/2, 1).$$

$$8.12. y' = x^2 - y, \quad M(1, 1/2).$$

$$8.13. y' = xy, \quad M(0, -1).$$

$$8.14. y' = xy, \quad M(0, 1).$$

$$8.15. yy' = -\frac{x}{2}, \quad M(4, 2).$$

$$8.16. 2(y + y') = x + 3, \quad M(1, 1/2).$$

$$8.17. y' = x + 2y, \quad M(3, 0).$$

$$8.18. xy' = 2y, \quad M(1, 3).$$

$$8.19. 3yy' = x, \quad M(-3, -2).$$

$$8.20. y' = y - x^2, \quad M(-3, 4).$$

$$8.21. x^2 - y^2 + 2xyy' = 0, \quad M(-2, 1).$$

$$8.22. y' = x^2 - y, \quad M(2, 3/2).$$

$$8.23. y' = y - x, \quad M(2, 1).$$

$$8.24. yy' = -x, \quad M(2, 3).$$

$$8.25. y' = y - x, \quad M(4, 2).$$

$$8.26. 3yy' = x, \quad M(1, 1).$$

- 8.27.  $y' = x^2 - y$ ,  $M(0, 1)$ .                      8.28.  $y' = 3y^{2/3}$ ,  $M(1, 3)$ .  
 8.29.  $x^2 - y^2 + 2xyy' = 0$ ,  $M(-2, -1)$ . 8.30.  $y' = x(y-1)$ ,  $M(1, 1/2)$ .  
 8.31.  $y' = x + 2y$ ,  $M(1, 2)$ .

**Задача 9.** Найти линию, проходящую через точку  $M_0$  и обладающую тем свойством, что в любой ее точке  $M$  нормальный вектор  $\overrightarrow{MN}$  с концом на оси  $Oy$  имеет длину, равную  $a$ , и образует острый угол с положительным направлением оси  $Oy$ .

- 9.1.  $M_0(15, 1)$ ,  $a = 25$ .                                      9.2.  $M_0(12, 2)$ ,  $a = 20$ .  
 9.3.  $M_0(9, 3)$ ,  $a = 15$ .                                      9.4.  $M_0(6, 4)$ ,  $a = 10$ .  
 9.5.  $M_0(3, 5)$ ,  $a = 5$ .

Найти линию, проходящую через точку  $M_0$ , если отрезок любой ее касательной между точкой касания и осью  $Oy$  делится в точке пересечения с осью абсцисс в отношении  $a:b$  (считая от оси  $Oy$ ).

- 9.6.  $M_0(1, 1)$ ,  $a:b = 1:2$ .                                      9.7.  $M_0(-2, 3)$ ,  $a:b = 1:3$ .  
 9.8.  $M_0(0, 1)$ ,  $a:b = 2:3$ .                                      9.9.  $M_0(1, 0)$ ,  $a:b = 3:2$ .  
 9.10.  $M_0(2, -1)$ ,  $a:b = 3:1$ .

Найти линию, проходящую через точку  $M_0$ , если отрезок любой ее касательной между точкой касания и осью  $Oy$  делится в точке пересечения с осью абсцисс в отношении  $a:b$  (считая от оси  $Oy$ ).

- 9.11.  $M_0(2, -1)$ ,  $a:b = 1:1$ .                                      9.12.  $M_0(1, 2)$ ,  $a:b = 2:1$ .  
 9.13.  $M_0(-1, 1)$ ,  $a:b = 3:1$ .                                      9.14.  $M_0(2, 1)$ ,  $a:b = 1:2$ .  
 9.15.  $M_0(1, -1)$ ,  $a:b = 1:3$ .

Найти линию, проходящую через точку  $M_0$ , если отрезок любой ее касательной, заключенный между осями координат, делится в точке касания в отношении  $a:b$  (считая от оси  $Oy$ ).

- 9.16.  $M_0(1, 2)$ ,  $a:b = 1:1$ .                                      9.17.  $M_0(2, 1)$ ,  $a:b = 1:2$ .  
 9.18.  $M_0(1, 3)$ ,  $a:b = 2:1$ .                                      9.19.  $M_0(2, -3)$ ,  $a:b = 3:1$ .  
 9.20.  $M_0(3, -1)$ ,  $a:b = 3:2$ .

Найти линию, проходящую через точку  $M_0$  и обладающую тем свойством, что в любой ее точке  $M$  касательный вектор  $\overrightarrow{MN}$  с концом на оси  $Ox$  имеет проекцию на ось  $Ox$ , обратно пропорциональную абсциссе точки  $M$ . Коэффициент пропорциональности равен  $a$ .

9.21.  $M_0(1, e), a = -1/2.$

9.22.  $M_0(2, e), a = -2.$

9.23.  $M_0(-1, \sqrt{e}), a = -1.$

9.24.  $M_0(2, 1/e), a = 2.$

9.25.  $M_0(1, 1/e^2), a = 1/4.$

Найти линию, проходящую через точку  $M_0$  и обладающую тем свойством, что в любой ее точке  $M$  касательный вектор  $\overrightarrow{MN}$  с концом на оси  $Oy$  имеет проекцию на ось  $Oy$ , равную  $a$ .

9.26.  $M_0(1, 2), a = -1.$

9.27.  $M_0(1, 4), a = 2.$

9.28.  $M_0(1, 5), a = -2.$

9.29.  $M_0(1, 3), a = -4.$

9.30.  $M_0(1, 6), a = 3.$

9.31.  $M_0(1, 1), a = 1.$

**Задача 10.** Найти общее решение дифференциального уравнения.

10.1.  $y'''x \ln x = y''.$

10.2.  $xy''' + y'' = 1.$

10.3.  $2xy''' = y''.$

10.4.  $xy''' + y'' = x + 1.$

10.5.  $\operatorname{tg} x \cdot y'' - y' + \frac{1}{\sin x} = 0.$

10.6.  $x^2 y'' + xy' = 1.$

10.7.  $y''' \operatorname{ctg} 2x + 2y'' = 0.$

10.8.  $x^3 y''' + x^2 y'' = 1.$

10.9.  $\operatorname{tg} x \cdot y''' = 2y''.$

10.10.  $y''' \operatorname{cth} 2x = 2y''.$

10.11.  $x^4 y'' + x^3 y' = 1.$

10.12.  $xy''' + 2y'' = 0.$

10.13.  $(1 + x^2) y'' + 2xy' = x^3.$

10.14.  $x^5 y''' + x^4 y'' = 1.$

10.15.  $xy''' - y'' + \frac{1}{x} = 0.$

10.16.  $xy''' + y'' + x = 0.$

10.17.  $\operatorname{th} x \cdot y^{IV} = y''.$

10.18.  $xy''' + y'' = \sqrt{x}.$

10.19.  $y''' \operatorname{tg} x = y'' + 1.$

10.20.  $y''' \operatorname{tg} 5x = 5y''.$

10.21.  $y''' \operatorname{th} 7x = 7y''.$

10.22.  $x^3 y''' + x^2 y'' = \sqrt{x}.$

10.23.  $\operatorname{cth} x \cdot y'' - y' + \frac{1}{\operatorname{ch} x} = 0.$

10.24.  $(x+1) y''' + y'' = (x+1).$

10.25.  $(1 + \sin x) y''' = \cos x \cdot y''.$

10.26.  $xy''' + y'' = \frac{1}{\sqrt{x}}.$

10.27.  $-xy''' + 2y'' = \frac{2}{x^2}.$

10.28.  $\operatorname{cth} xy'' + y' = \operatorname{ch} x.$

10.29.  $x^4 y'' + x^3 y' = 4.$

10.30.  $y'' + \frac{2x}{x^2 + 1} y' = 2x.$

10.31.  $(1 + x^2)y'' + 2xy' = 12x^3$ .

**Задача 11.** Найти решение задачи Коши.

11.1.  $4y^3y'' = y^4 - 1$ ,  $y(0) = \sqrt{2}$ ,  $y'(0) = 1/(2\sqrt{2})$ .

11.2.  $y'' = 128y^3$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 8$ .

11.3.  $y''y^3 + 64 = 0$ ,  $y(0) = 4$ ,  $y'(0) = 2$ .

11.4.  $y'' + 2\sin y \cos^3 y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

11.5.  $y'' = 32\sin^3 y \cos y$ ,  $y(1) = \pi/2$ ,  $y'(1) = 4$ .

11.6.  $y'' = 98y^3$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 7$ .

11.7.  $y''y^3 + 49 = 0$ ,  $y(3) = -7$ ,  $y'(3) = -1$ .

11.8.  $4y^3y'' = 16y^4 - 1$ ,  $y(0) = \sqrt{2}/2$ ,  $y'(0) = 1/\sqrt{2}$ .

11.9.  $y'' + 8\sin y \cos^3 y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 2$ .

11.10.  $y'' = 72y^3$ ,  $y(2) = 1$ ,  $y'(2) = 6$ .

11.11.  $y''y^3 + 36 = 0$ ,  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 2$ .

11.12.  $y'' = 18\sin^3 y \cos y$ ,  $y(1) = \pi/2$ ,  $y'(1) = 3$ .

11.13.  $4y^3y'' = y^4 - 16$ ,  $y(0) = 2\sqrt{2}$ ,  $y'(0) = 1/\sqrt{2}$ .

11.14.  $y'' = 50y^3$ ,  $y(3) = 1$ ,  $y'(3) = 5$ .

11.15.  $y''y^3 + 25 = 0$ ,  $y(2) = -5$ ,  $y'(2) = -1$ .

11.16.  $y'' + 18\sin y \cos^3 y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 3$ .

11.17.  $y'' = 8\sin^3 y \cos y$ ,  $y(1) = \pi/2$ ,  $y'(1) = 2$ .

11.18.  $y'' = 32y^3$ ,  $y(4) = 1$ ,  $y'(4) = 4$ .

11.19.  $y''y^3 + 16 = 0$ ,  $y(1) = 2$ ,  $y'(1) = 2$ .

11.20.  $y'' + 32\sin y \cos^3 y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 4$ .

11.21.  $y'' = 50\sin^3 y \cos y$ ,  $y(1) = \pi/2$ ,  $y'(1) = 5$ .

11.22.  $y'' = 18y^3$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 3$ .

11.23.  $y''y^3 + 9 = 0$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 3$ .

11.24.  $y^3y'' = 4(y^4 - 1)$ ,  $y(0) = \sqrt{2}$ ,  $y'(0) = \sqrt{2}$ .

11.25.  $y'' + 50\sin y \cos^3 y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 5$ .

- 11.26.  $y'' = 8y^3$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ .  
 11.27.  $y''y^3 + 4 = 0$ ,  $y(0) = -1$ ,  $y'(0) = -2$ .  
 11.28.  $y'' = 2\sin^3 y \cos y$ ,  $y(1) = \pi/2$ ,  $y'(1) = 1$ .  
 11.29.  $y^3 y'' = y^4 - 16$ ,  $y(0) = 2\sqrt{2}$ ,  $y'(0) = \sqrt{2}$ .  
 11.30.  $y'' = 2y^3$ ,  $y(-1) = 1$ ,  $y'(-1) = 1$ .  
 11.31.  $y''y^3 + 1 = 0$ ,  $y(1) = -1$ ,  $y'(1) = -1$ .

**Задача 12.** Найти общее решение дифференциального уравнения.

- 12.1.  $y''' + 3y'' + 2y' = 1 - x^2$ .  
 12.2.  $y''' - y'' = 6x^2 + 3x$ .  
 12.3.  $y''' - y' = x^2 + x$ .  
 12.4.  $y^{IV} - 3y''' + 3y'' - y' = 2x$ .  
 12.5.  $y^{IV} - y''' = 5(x + 2)^2$ .  
 12.6.  $y^{IV} - 2y''' + y'' = 2x(1 - x)$ .  
 12.7.  $y^{IV} + 2y''' + y'' = x^2 + x - 1$ .  
 12.8.  $y^V - y^{IV} = 2x + 3$ .  
 12.9.  $3y^{IV} + y''' = 6x - 1$ .  
 12.10.  $y^{IV} + 2y''' + y'' = 4x^2$ .  
 12.11.  $y''' + y'' = 5x^2 - 1$ .  
 12.12.  $y^{IV} + 4y''' + 4y'' = x - x^2$ .  
 12.13.  $7y''' - y'' = 12x$ .  
 12.14.  $y''' + 3y'' + 2y' = 3x^2 + 2x$ .  
 12.15.  $y''' - y' = 3x^2 - 2x + 1$ .  
 12.16.  $y''' - y'' = 4x^2 - 3x + 2$ .  
 12.17.  $y^{IV} - 3y''' + 3y'' - y' = x - 3$ .  
 12.18.  $y^{IV} + 2y''' + y'' = 12x^2 - 6x$ .  
 12.19.  $y''' - 4y'' = 32 - 384x^2$ .  
 12.20.  $y^{IV} + 2y''' + y'' = 2 - 3x^2$ .  
 12.21.  $y''' + y'' = 49 - 24x^2$ .  
 12.22.  $y''' - 2y'' = 3x^2 + x - 4$ .  
 12.23.  $y''' - 13y'' + 12y' = x - 1$ .  
 12.24.  $y^{IV} + y''' = x$ .  
 12.25.  $y''' - y'' = 6x + 5$ .  
 12.26.  $y''' + 3y'' + 2y' = x^2 + 2x + 3$ .  
 12.27.  $y''' - 5y'' + 6y' = (x - 1)^2$ .  
 12.28.  $y^{IV} - 6y''' + 9y'' = 3x - 1$ .  
 12.29.  $y''' - 13y'' + 12y' = 18x^2 - 39$ .  
 12.30.  $y^{IV} + y''' = 12x + 6$ .  
 12.31.  $y''' - 5y'' + 6y' = 6x^2 + 2x - 5$ .

**Задача 13.** Найти общее решение дифференциального уравнения.

- 13.1.  $y''' - 4y'' + 5y' - 2y = (16 - 12x)e^{-x}$ .  
 13.2.  $y''' - 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^x$ .  
 13.3.  $y''' - y'' - y' + y = (3x + 7)e^{2x}$ .  
 13.4.  $y''' - 2y'' + y' = (2x + 5)e^{2x}$ .

- 13.5.  $y''' - 3y'' + 4y = (18x - 21)e^{-x}$ .
- 13.6.  $y''' - 5y'' + 8y' - 4y = (2x - 5)e^x$ .
- 13.7.  $y''' - 4y'' + 4y' = (x - 1)e^x$ .
- 13.8.  $y''' + 2y'' + y' = (18x + 21)e^{2x}$ .
- 13.9.  $y''' + y'' - y' - y = (8x + 4)e^x$ .
- 13.10.  $y''' - 3y' - 2y = -4x \cdot e^x$ .
- 13.11.  $y''' - 3y' + 2y = (4x + 9)e^{2x}$ .
- 13.12.  $y''' + 4y'' + 5y' + 2y = (12x + 16)e^x$ .
- 13.13.  $y''' - y'' - 2y' = (6x - 11)e^{-x}$ .
- 13.14.  $y''' + y'' - 2y' = (6x + 5)e^x$ .
- 13.15.  $y''' + 4y'' + 4y' = (9x + 15)e^x$ .
- 13.16.  $y''' - 3y'' - y' + 3y = (4 - 8x)e^x$ .
- 13.17.  $y''' - y'' - 4y' + 4y = (7 - 6x)e^x$ .
- 13.18.  $y''' + 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^{-x}$ .
- 13.19.  $y''' - 5y'' + 7y' - 3y = (20 - 16x)e^{-x}$ .
- 13.20.  $y''' - 4y'' + 3y' = -4x \cdot e^x$ .
- 13.21.  $y''' - 5y'' + 3y' + 9y = (32x - 32)e^{-x}$ .
- 13.22.  $y''' - 6y'' + 9y' = 4x \cdot e^x$ .
- 13.23.  $y''' - 7y'' + 15y' - 9y = (8x - 12)e^x$ .
- 13.24.  $y''' - y'' - 5y' - 3y = -(8x + 4)e^x$ .
- 13.25.  $y''' + 5y'' + 7y' + 3y = (16x + 20)e^x$ .
- 13.26.  $y''' - 2y'' - 3y' = (8x - 14)e^{-x}$ .
- 13.27.  $y''' + 2y'' - 3y' = (8x + 6)e^x$ .
- 13.28.  $y''' + 6y'' + 9y' = (16x + 24)e^x$ .
- 13.29.  $y''' - y'' - 9y' + 9y = (12 - 16x)e^x$ .
- 13.30.  $y''' + 4y'' + 3y' = 4(1 - x)e^{-x}$ .
- 13.31.  $y''' + y'' - 6y' = (20x + 14)e^{2x}$ .

**Задача 14.** Найти общее решение дифференциального уравнения.

- 14.1.  $y'' + 2y' = 4e^x (\sin x + \cos x)$ .                      14.2.  $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 6x$ .  
 14.3.  $y'' + 2y' = -2e^x (\sin x + \cos x)$ .                      14.4.  $y'' + y = 2\cos 7x + 3\sin 7x$ .  
 14.5.  $y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x$ .                      14.6.  $y'' - 4y' + 8y = e^x (5\sin x - 3\cos x)$ .  
 14.7.  $y'' + 2y' = e^x (\sin x + \cos x)$ .                      14.8.  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 3x$ .  
 14.9.  $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 4x$ .                      14.10.  $y'' + y = 2\cos 3x - 3\sin 3x$ .  
 14.11.  $y'' + 2y' + 5y = -2\sin x$ .                      14.12.  $y'' - 4y' + 8y = e^x (-3\sin x + 4\cos x)$ .  
 14.13.  $y'' + 2y' = 10e^x (\sin x + \cos x)$ .                      14.14.  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 5x$ .  
 14.15.  $y'' + y = 2\cos 5x + 3\sin 5x$ .                      14.16.  $y'' + 2y' + 5y = -17\sin 2x$ .  
 14.17.  $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos x$ .                      14.18.  $y'' - 4y' + 8y = e^x (3\sin x + 5\cos x)$ .  
 14.19.  $y'' + 2y' = 6e^x (\sin x + \cos x)$ .                      14.20.  $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 4x$ .  
 14.21.  $y'' + 6y' + 13y = -e^{3x} \cos 5x$ .                      14.22.  $y'' + y = 2\cos 7x - 3\sin 7x$ .  
 14.23.  $y'' + 2y' + 5y = -\cos x$ .                      14.24.  $y'' - 4y' + 8y = e^x (2\sin x - \cos x)$ .  
 14.25.  $y'' + 2y' = 3e^x (\sin x + \cos x)$ .                      14.26.  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 4x$ .  
 14.27.  $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 8x$ .                      14.28.  $y'' + 2y' + 5y = 10\cos x$ .  
 14.29.  $y'' + y = 2\cos 4x + 3\sin 4x$ .                      14.30.  $y'' - 4y' + 8y = e^x (-\sin x + 2\cos x)$ .  
 14.31.  $y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \sin 6x$ .

**Задача 15.** Найти общее решение дифференциального уравнения.

- 15.1.  $y'' - 2y' = 2\operatorname{ch} 2x$ .  
 15.2.  $y'' + y = 2\sin x - 6\cos x + 2e^x$ .  
 15.3.  $y''' - y' = 2e^x + \cos x$ .  
 15.4.  $y'' - 3y' = 2\operatorname{ch} 3x$ .  
 15.5.  $y'' + 4y = -8\sin 2x + 32\cos 2x + 4e^{2x}$ .  
 15.6.  $y''' - y' = 10\sin x + 6\cos x + 4e^x$ .  
 15.7.  $y'' - 4y' = 16\operatorname{ch} 4y$ .



- 15.8.  $y'' + 9y = -18\sin 3x - 18e^{3x}$ .
- 15.9.  $y''' - 4y' = 24e^{2x} - 4\cos 2x + 8\sin 2x$ .
- 15.10.  $y'' - 5y' = 50\operatorname{ch} 5x$ .
- 15.11.  $y'' + 16y = 16\cos 4x - 16e^{4x}$ .
- 15.12.  $y''' - 9y' = -9e^{3x} + 18\sin 3x - 9\cos 3x$ .
- 15.13.  $y'' - y' = 2\operatorname{ch} x$ .
- 15.14.  $y'' + 25y = 20\cos 5x - 10\sin 5x + 50e^{5x}$ .
- 15.15.  $y''' - 16y' = 48e^{4x} + 64\cos 4x - 64\sin 4x$ .
- 15.16.  $y'' + 2y' = 2\operatorname{sh} 2x$ .
- 15.17.  $y'' + 36y = 24\sin 6x - 12\cos 6x + 36e^{6x}$ .
- 15.18.  $y''' - 25y' = 25(\sin 5x + \cos 5x) - 50e^{5x}$ .
- 15.19.  $y'' + 3y' = 2\operatorname{sh} 3x$ .
- 15.20.  $y'' + 49y = 14\sin 7x + 7\cos 7x - 98e^{7x}$ .
- 15.21.  $y''' - 36y' = 36e^{6x} - 72(\cos 6x + \sin 6x)$ .
- 15.22.  $y'' + 4y' = 16\operatorname{sh} 4x$ .
- 15.23.  $y'' + 64y = 16\sin 8x - 16\cos 8x - 64e^{8x}$ .
- 15.24.  $y''' - 49y' = 14e^{7x} - 49(\cos 7x + \sin 7x)$ .
- 15.25.  $y'' + 5y' = 50\operatorname{sh} 5x$ .
- 15.26.  $y'' + 81y = 9\sin 9x + 3\cos 9x + 162e^{9x}$ .
- 15.27.  $y''' - 64y' = 128\cos 8x - 64e^{8x}$ .
- 15.28.  $y'' + y' = 2\operatorname{sh} x$ .
- 15.29.  $y'' + 100y = 20\sin 10x - 30\cos 10x - 200e^{10x}$ .
- 15.30.  $y''' - 81y' = 162e^{9x} + 81\sin 9x$ .
- 15.31.  $y''' - 100y' = 20e^{10x} + 100\cos 10x$ .

**Задача 16.** Найти решение задачи Коши.

- 16.1.  $y'' + \pi^2 y = \pi^2 / \cos \pi x$ ,  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 0$ .
- 16.2.  $y'' + 3y' = 9e^{3x} / (1 + e^{3x})$ ,  $y(0) = \ln 4$ ,  $y'(0) = 3(1 - \ln 2)$ .
- 16.3.  $y'' + 4y = 8\operatorname{ctg} 2x$ ,  $y(\pi/4) = 5$ ,  $y'(\pi/4) = 4$ .
- 16.4.  $y'' - 6y' + 8y = 4 / (1 + e^{-2x})$ ,  $y(0) = 1 + 2\ln 2$ ,  $y'(0) = 6\ln 2$ .

- 16.5.  $y'' - 9y' + 18y = 9e^{3x}/(1 + e^{-3x}), y(0) = 0, y'(0) = 0.$
- 16.6.  $y'' + \pi^2 y = \pi^2/\sin \pi x = 1, y(1/2), y'(1/2) = \pi^2/2.$
- 16.7.  $y'' + \frac{1}{\pi^2} y = \frac{1}{\pi^2 \cos(x/\pi)}, y(0) = 2, y'(0) = 0.$
- 16.8.  $y'' - 3y' = \frac{9e^{-3x}}{3 + e^{-3x}}, y(0) = 4\ln 4, y'(0) = 3(3\ln 4 - 1).$
- 16.9.  $y'' + y = 4\text{ctg } x, y(\pi/2) = 4, y'(\pi/2) = 4.$
- 16.10.  $y'' - 6y' + 8y = 4/(2 + e^{-2x}), y(0) = 1 + 3\ln 3, y'(0) = 10\ln 3.$
- 16.11.  $y'' + 6y' + 8y = 4e^{-2x}/(2 + e^{2x}), y(0) = 0, y'(0) = 0.$
- 16.12.  $y'' + 9y = 9/\sin 3x, y(\pi/6) = 4, y'(\pi/6) = 3\pi/2.$
- 16.13.  $y'' + 9y = 9/\cos 3x, y(0) = 1, y'(0) = 0.$
- 16.14.  $y'' - y' = e^{-x}/(2 + e^{-x}), y(0) = \ln 27, y'(0) = \ln 9 - 1.$
- 16.15.  $y'' + 4y = 4\text{ctg } 2x, y(\pi/4) = 3, y'(\pi/4) = 2.$
- 16.16.  $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{3 + e^{-x}}, y(0) = 1 + 8\ln 2, y'(0) = 14\ln 2.$
- 16.17.  $y'' - 6y' + 8y = 4e^{2x}/(1 + e^{-2x}), y(0) = 0, y'(0) = 0.$
- 16.18.  $y'' + 16y = 16/\sin 4x, y(\pi/8) = 3, y'(\pi/8) = 2\pi.$
- 16.19.  $y'' + 16y = 16/\cos 4x, y(0) = 3, y'(0) = 0.$
- 16.20.  $y'' - 2y' = 4e^{-2x}/(1 + e^{-2x}), y(0) = \ln 4, y'(0) = \ln 4 - 2.$
- 16.21.  $y'' + \frac{y}{4} = \frac{1}{4}\text{ctg}(x/2), y(\pi) = 2, y'(\pi) = 1/2.$
- 16.22.  $y'' - 3y' + 2y = 1/(2 + e^{-x}), y(0) = 1 + 3\ln 3, y'(0) = 5\ln 3.$
- 16.23.  $y'' + 3y' + 2y = e^{-x}/(2 + e^x), y(0) = 0, y'(0) = 0.$
- 16.24.  $y'' + 4y = 4/\sin 2x, y(\pi/4) = 2, y'(\pi/4) = \pi.$
- 16.25.  $y'' + 4y = 4/\cos 2x, y(0) = 2, y'(0) = 0.$
- 16.26.  $y'' + y' = e^x/(2 + e^x), y(0) = \ln 27, y'(0) = 1 - \ln 9.$
- 16.27.  $y'' + y = 2\text{ctg } x, y(\pi/2) = 1, y'(\pi/2) = 2.$
- 16.28.  $y'' - 3y' + 2y = 1/(1 + e^{-x}), y(0) = 1 + 2\ln 2, y'(0) = 3\ln 2.$

$$16.29. y'' - 3y' + 2y = e^x / (1 + e^{-x}), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

$$16.30. y'' + y = 1/\sin x, \quad y(\pi/2) = 1, \quad y'(\pi/2) = \pi/2.$$

$$16.31. y'' + y = 1/\cos x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания компетенции**

### **5.1 Критерии оценивания коллоквиума.**

Оценка **«отлично»** выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

Оценка **«хорошо»** – за твердое знание основного (программного) материала, за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы.

Оценка **«удовлетворительно»** – за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала.

Оценка **«неудовлетворительно»** – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в материале, за незнание основных понятий дисциплины.

### **5.2 Критерии оценивания тестирования**

При тестировании все верные ответы берутся за 100%.

90%-100% отлично

75%-90% хорошо

60%-75% удовлетворительно

менее 60% неудовлетворительно

### **5.3 Критерии оценивания результатов освоения дисциплины (экзамена)**

Оценка **«отлично»** выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, содержащегося в основных и дополнительных рекомендованных литературных источниках, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы, за умение анализировать изучаемые явления в их взаимосвязи и диалектическом развитии, применять теоретические положения при решении практических задач.

Оценка **«хорошо»** – за твердое знание основного (программного) материала, включая расчеты (при необходимости), за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы, за умение применять теоретические положения для решения практических задач.

Оценка **«удовлетворительно»** – за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала, за слабое применение теоретических положений при решении практических задач.

Оценка **«неудовлетворительно»** – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в расчетах, за незнание основных понятий дисциплины.

### **5.4. Критерии оценивания расчетно-графической работы**

При проверке расчетно-графической работы все верные ответы берутся за 100%.

90%-100% отлично

75%-90% хорошо

60%-75% удовлетворительно

менее 60% неудовлетворитель