

«СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ  
АКАДЕМИЯ»

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебной работе

« 31 » 03 20 21 г.



Г.Ю. Нагорная

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы математической физики

Уровень образовательной программы \_\_\_\_\_ бакалавриат \_\_\_\_\_

Направление подготовки \_\_\_\_\_ 01.03.02 Прикладная математика и информатика \_\_\_\_\_

Направленность (профиль) \_\_\_\_\_ общий \_\_\_\_\_

Форма обучения \_\_\_\_\_ очная \_\_\_\_\_

Срок освоения ОП \_\_\_\_\_ 4 года \_\_\_\_\_

Институт \_\_\_\_\_ Прикладной математики и информационных технологий \_\_\_\_\_

Кафедра разработчик РПД \_\_\_\_\_ Математика \_\_\_\_\_

Выпускающая кафедра \_\_\_\_\_ Математика \_\_\_\_\_

Начальник  
учебно-методического управления

Семенова Л.У.

Директор института ПМ и ИТ

Тебубев Д.Б.

Заведующий выпускающей кафедрой

Кочкаров А.М.

г. Черкесск, 2021г.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Цели освоения дисциплины.....</b>	<b>4</b>
<b>2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....</b>	<b>4</b>
<b>3. Планируемые результаты обучения по дисциплине .....</b>	<b>5</b>
<b>4. Структура и содержание дисциплины.....</b>	<b>7</b>
4.1. Объем дисциплины и виды учебной работы.....	7
4.2. Содержание дисциплины .....	8
4.2.1. Разделы (темы) дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля.....	8
4.2.2. Лекционный курс.....	8
4.2.3. Лабораторный практикум .....	11
4.2.4. Практические занятия .....	11
4.3. Самостоятельная работа обучающегося.....	12
<b>5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....</b>	<b>13</b>
<b>6. Образовательные технологии.....</b>	<b>16</b>
<b>7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....</b>	<b>17</b>
7.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы.....	17
7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....	17
7.3. Информационные технологии .....	18
<b>8. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....</b>	<b>19</b>
8.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий...	19
8.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся...	19
8.3. Требования к специализированному оборудованию.....	19
<b>9. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....</b>	<b>20</b>
<b>Приложение 1. Фонд оценочных средств.....</b>	<b>21</b>
<b>Приложение 2. Аннотация дисциплины.....</b>	<b>42</b>
<b>Рецензия на рабочую программу.....</b>	<b>43</b>
<b>Лист переутверждения рабочей программы дисциплины.....</b>	<b>44</b>

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Цель освоения дисциплины** «Численные методы математической физики» является формирование у обучающихся знаний в области разнообразных численных методов решения задач математической физики и умения применять численные методы на практике при решении практических задач для уравнений математической физики. Выбирать нужный метод, разрабатывать алгоритм решения, соответствующий этому методу, писать программу или воспользоваться пакетом прикладных программ, получить опыт решения задач математической физики на компьютере.

При этом **задачами** дисциплины являются

- умение применять разностные схемы для различных типов уравнений;
- решение краевых нестационарных задач,
- решение краевых стационарных задач,
- умение решать задачи математической физики на компьютере,
- применять численные методы для решения задач математической физики;

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

2.1. Дисциплина «Численные методы математической физики» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 Дисциплины (модули), имеет тесную связь с другими дисциплинами.

2.2. В таблице приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП.

### Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций

№ п/п	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины
1.	Математический анализ	Научно –исследовательская работа
2.		Технологическая (проектно – технологическая) практика
3.		Выполнение и защита выпускной квалификационной работы

### 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Планируемые результаты освоения образовательной программы (ОП) – компетенции обучающихся определяются требованиями стандарта по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика и формируются в соответствии с матрицей компетенций ОП

<b>№ п/п</b>	<b>Номер/ индекс компетенции</b>	<b>Наименование компетенции (или ее части)</b>	<b>В результате изучения дисциплины обучающиеся должны:</b>
1	2	3	4
1.	ПК-1	Способен применять современный математический аппарат при решении теоретических задач и при моделировании социальных и экономических процессов	ПК-1.1 Обладает знаниями математических методов в моделировании социальных и экономических процессов ПК-1.2 Способен собирать, анализировать большие массивы данных для проведения научно – исследовательской работы, компьютерной обработки ПК-1.3 Способен моделировать различные задачи прикладного характера, используя научный исследовательский подход

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры		
			№ 7		
			часов		
1		2	3		
<b>Аудиторная контактная работа (всего)</b>		<b>70</b>	<b>70</b>		
В том числе:					
Лекции (Л)		28	28		
Практические занятия (ПЗ)		28	28		
Лабораторные работы (ЛР)		14	14		
<b>Контактная внеаудиторная работа, в том числе:</b>		<b>2</b>	<b>2</b>		
Индивидуальные и групповые консультации					
<b>Самостоятельная работа обучающихся (СРО) (всего)</b>		<b>117</b>	<b>117</b>		
<i>Подготовка к лабораторным занятиям</i>		30	30		
<i>Подготовка к текущему контролю (ПТК)</i>		26	26		
<i>Подготовка к промежуточному контролю (ППК)</i>		30	30		
<i>Самоподготовка</i>		31	31		
<b>Промежуточная аттестация</b>	экзамен (Э)	<b>Э(27)</b>	<b>Э(27)</b>		
	<b>в том числе:</b>				
	Прием экз., час.			0,5	0,5
	Консультация, час			2	2
	СРО, час.	24,5	24,5		
<b>ИТОГО:</b>	<b>часов</b>	<b>216</b>	<b>216</b>		
	<b>зач. ед.</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		
<b>Общая трудоемкость</b>					

## 4.2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.2.1. Разделы (темы) дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля

№ п/п	Наименование раздела (темы) дисциплины	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу обучающихся (в часах)					Формы текущей и промежуточной аттестации
		Л	ЛР	ПЗ	СРО	всего	
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Семестр 7</b>							
1.	1. Основные понятия теории разностных схем	2	2	2	39	45	Контрольные вопросы, индивидуальные задания к лабораторным занятиям
2.	2. Методы решения нестационарных краевых задач	14	6	14	39	73	Контрольные вопросы, индивидуальные задания к лабораторным занятиям
3.	3. Методы решения стационарных краевых задач	12	6	12	39	69	Контрольные вопросы, индивидуальные задания к лабораторным занятиям
	Промежуточная аттестация					27	Экзамен
	Внеаудиторная контактная работа					2	Групповые и индивидуальные консультации
<b>Итого</b>		<b>28</b>	<b>14</b>	<b>28</b>	<b>117</b>	<b>216</b>	

### 4.2.2. Лекционный курс

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы лекции	Содержание лекции	Всего часов
1	2	3	4	5
<b>Семестр 7</b>				
1.	1. Основные понятия теории разностных схем	Тема 1. Основные понятия теории разностных схем	Методы построения и анализа разностных схем. Аппроксимация, устойчивость и сходимость. Аппарат дифференциальных приближений.	2
2.	2. Методы решения	Тема 2.1 Одномерные	Явные и неявные	6

	нестационарных краевых задач	задачи.	разностные схемы. Схема Лакса для уравнения переноса. Схемы Лакса-Вендроффа и Дюфора для уравнений диффузии. Схема Кранка-Николсона для уравнения колебаний.	
		Тема 2.2 Многомерные задачи	Явные схемы, условия их устойчивости. Неявные экономичные схемы. Метод переменных направлений. Факторизованные схемы. Схемы с суммарной аппроксимацией. Локально-одномерные схемы	8
3.	3. Методы решения стационарных краевых задач	Тема 3.1 Прямые методы.	Методы преобразования Фурье Алгоритм быстрого преобразования Фурье Методы циклической редукции.	6
		Тема 3.2. Итерационные методы.	Явные и неявные итерационные методы. Итерационные параметры, анализ скорости сходимости. Многослойные итерационные схемы.	6
<b>Всего часов:</b>				<b>28</b>

#### 4.2.3. Лабораторный практикум

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование лабораторной работы	Содержание лабораторной работы	Всего часов
1	2	3	4	5
<b>Семестр 7</b>				
1.	1. Основные	Лабораторная работа.	Методы построения и	2

	понятия теории разностных схем	Основные понятия теории разностных схем	анализа разностных схем. Аппроксимация, устойчивость и сходимость. Аппарат дифференциальных приближений	
2.	2. Методы решения нестационарных краевых задач	Лабораторная работа. Одномерные и многомерные задачи	Явные и неявные разностные схемы. Схема Лакса для уравнения переноса. Схемы Лакса-Вендроффа и Дюфора для уравнений диффузии. Схема Кранка-Николсона для уравнения колебаний.	<b>6</b>
3.	3. Методы решения стационарных краевых задач	Лабораторная работа. Прямые и итерационные методы.	Методы преобразования Фурье. Алгоритм быстрого преобразования Фурье. Методы циклической редукции Явные и неявные итерационные методы. Итерационные параметры, анализ скорости сходимости. Многослойные итерационные схемы	<b>6</b>
<b>ВСЕГО часов:</b>				<b>14</b>

#### 4.2.4. Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование практического занятия	Содержание практического занятия	Всего часов
1	2	3	4	5
<b>Семестр 7</b>				
1.	1. Основные понятия теории разностных схем	Основные понятия теории разностных схем	Методы построения и анализа разностных схем. Аппроксимация, устойчивость и сходимость. Аппарат дифференциальных приближений	<b>2</b>
2.	2. Методы решения нестационарных краевых задач	Одномерные и многомерные задачи	Явные и неявные разностные схемы. Схема Лакса для уравнения переноса. Схемы Лакса-	<b>14</b>



			Вендроффа и Дюфора для уравнений диффузии. Схема Кранка-Николсона для уравнения колебаний.	
3.	3. Методы решения стационарных краевых задач	Прямые и итерационные методы.	Методы преобразования Фурье. Алгоритм быстрого преобразования Фурье. Методы циклической редукции Явные и неявные итерационные методы. Итерационные параметры, анализ скорости сходимости. Многослойные итерационные схемы	<b>12</b>
<b>Всего часов:</b>				<b>28</b>

#### 4.3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩИХСЯ

№ п/п	Наименование раздела (темы) учебной дисциплины	№ п/п	Виды СРО	Всего часов
1	2	3	4	5
<b>Семестр 7</b>				
1.	1. Основные понятия теории разностных схем	1.1.	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Подготовка к лабораторному практикуму.	<b>39</b>
2.	2. Методы решения нестационарных краевых задач	2.1.	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Подготовка к лабораторному практикуму.	<b>30</b>
		2.2.	Изучение конспекта лекций для выполнения индивидуальных заданий по лабораторному практикуму.	<b>9</b>
3.	1. Основные понятия теории разностных схем	3.1	Работа с лекционным материалом, поиск и обзор литературы и электронных источников информации по индивидуально заданной проблеме. Выполнение домашних заданий по лабораторному практикуму.	<b>9</b>
		3.2	Изучение конспекта лекций для выполнения индивидуальных заданий по лабораторному практикуму.	<b>10</b>
		3.3	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий для написания реферата по разделу.	<b>20</b>
<b>ВСЕГО часов</b>				<b>117</b>

## **5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **5.1. Методические указания для подготовки обучающихся к лекционным занятиям**

Основными формами обучения численным методам являются лекции, лабораторные занятия и консультации, а также самостоятельная работа.

Лекции составляют основу теоретического обучения и дают систематизированные основы научных знаний по дисциплине, раскрывают состояние и перспективы развития соответствующей области науки, концентрируют внимание обучающихся на наиболее сложных и узловых вопросах, стимулируют их активную познавательную деятельность и способствуют формированию творческого мышления.

Ведущим методом в лекции выступает устное изложение учебного материала, сопровождающееся демонстрацией видеофильмов, схем, плакатов, показом моделей, приборов, макетов, использование мультимедиа аппаратуры.

Лекция является исходной формой всего учебного процесса, играет направляющую и организующую роль в самостоятельном изучении предмета. Важнейшая роль лекции заключается в личном воздействии лектора на аудиторию.

На лекциях раскрываются основные теоретические аспекты, приводятся примеры реализации на практике, освещается достигнутый уровень формализации деятельности по автоматизации экономических процессов.

Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работу над основной и дополнительной литературой;
- изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);
- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- самостоятельная работа обучающегося при подготовке к экзамену;
- самостоятельная работа обучающегося в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети «Интернет».

Требуется творческое отношение и к самой программе учебного курса. Вопросы, составляющие ее содержание, обладают разной степенью важности. Есть вопросы, выполняющие функцию логической связки содержания темы и всего курса, имеются вопросы описательного или разъяснительного характера. Все эти вопросы не составляют сути, понятийного, концептуального содержания темы, но необходимы для целостного восприятия изучаемых проблем. Проработка лекционного курса является одной из важных активных форм самостоятельной работы. Лекция преподавателя не является озвученным учебником, а представляет плод его индивидуального творчества. Он читает свой авторский курс со своей логикой со своими теоретическими и методическими подходами. Это делает лекционный курс конкретного преподавателя индивидуально-личностным событием, которым вряд ли обучающемуся стоит пренебрегать. Кроме того, в своих лекциях преподаватель стремится преодолеть многие недостатки, присущие опубликованным учебникам, учебным пособиям, лекционным курсам. Количество часов, отведенных для лекционного курса, не позволяет реализовать в лекциях всей учебной программы. Исходя из этого, каждый лектор создает свою тематику лекций, которую в устной или письменной форме представляет обучающимся при первой встрече. Важно обучающемуся понять, что лекция есть своеобразная творческая форма самостоятельной работы. Надо пытаться стать активным соучастником лекции: думать, сравнивать известное с вновь получаемыми знаниями, войти в логику изложения материала лектором, по возможности вступать с ним в мысленную полемику. Во время лекции можно задать

лектору вопрос. Вопросы можно задать и во время перерыва (письменно или устно), а также после лекции или перед началом очередной. Лектор найдет формы и способы ответить.

## **5.2. Методические указания для подготовки обучающихся к лабораторным занятиям**

Ведущей дидактической целью лабораторных занятий является систематизация и обобщение знаний по изучаемой теме, приобретение практических навыков по тому или другому разделу курса, закрепление практически полученных теоретических знаний.

В начале каждого лабораторного занятия кратко приводится теоретический материал, необходимый для решения задач по данной теме. После него предлагается решение этих задач и список заданий для самостоятельного выполнения.

Практическая работа включает в себя самоконтроль по предложенным вопросам, выполнение творческих и проверочных заданий, тестирование по теме.

Лабораторные работы сопровождают и поддерживают лекционный курс.

Количество лабораторных работ в строгом соответствии с содержанием курса. Каждая лабораторная предусматривает получение практических навыков по лекционным темам дисциплины «Численные методы». Для обучающихся подготовлен набор индивидуальных заданий по каждой лабораторной работе. В каждой лабораторной работе обучающийся оформляет полученные результаты. Также в текущей аттестации к лабораторным занятиям предусмотрена форма контроля в виде устной защиты каждого практического индивидуального задания по всем темам лабораторных занятий.

При проведении промежуточной и итоговой аттестации обучающемуся важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность — главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний. Проверка, контроль и оценка знаний.

По окончании курса обучающимися сдается экзамен, в ходе которого они должны показать свои теоретические знания и практические навыки в численных методах.

## **5.3. Методические указания для подготовки обучающихся к практическим занятиям**

В процессе подготовки и проведения практических занятий, обучающиеся закрепляют полученные ранее теоретические знания, приобретают навыки их практического применения, опыт рациональной организации учебной работы, готовятся к сдаче зачета, экзамена.

В начале семестра обучающиеся получают сводную информацию о формах проведения занятий и формах контроля знаний. Тогда же обучающимся предоставляется список тем лекционных и практических заданий, а также тематика рефератов. Каждое практическое занятие по соответствующей тематике теоретического курса состоит из вопросов для подготовки, на основе которых проводится устный опрос каждого обучающегося. Также после изучения каждого раздела для закрепления проеденного материала решают тесты, делают реферативные работы по дополнительным материалам курса.

Используя лекционный материал, учебники, дополнительную литературу, проявляя творческий подход, обучающийся готовится к практическим занятиям, рассматривая их как пополнение, углубление, систематизацию своих теоретических знаний. Обучающийся должен прийти в Академию с полным пониманием того, что самостоятельное овладение знаниями является главным, определяющим. Изучение каждой темы следует начинать с внимательного ознакомления с набором вопросов. Они ориентируют обучающегося, показывают, что он должен знать по данной теме. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие вопросы темы программы учебного курса, и с какой глубиной раскрыты в данном учебном материале, а какие вообще опущены

Типовой план практических занятий:

1. Изложение преподавателем темы занятия, его целей и задач.

2. Выдача преподавателем задания обучающимся, необходимые пояснения.
  3. Выполнение задания обучающимися под наблюдением преподавателя.
- Обсуждение результатов. Резюме преподавателя.

4. Общее подведение итогов занятия преподавателем и выдача домашнего задания.  
Обучающийся при подготовке к практическому занятию может консультироваться с преподавателем и получать от него наводящие разъяснения.

Формы самостоятельной работы обучающегося по освоению дисциплины

1. Усвоение текущего учебного материала;
2. Конспектирование первоисточников;
3. Работа с конспектами лекций;
4. Подготовка по темам для самостоятельного изучения;
5. Написание докладов и реферативных работ по заданным темам;
6. Изучение специальной, методической литературы;
7. Подготовка к зачету с оценкой.

Дидактические цели практического занятия: углубление, систематизация и закрепление знаний, превращение их в убеждения; проверка знаний; привитие умений и навыков самостоятельной работы с книгой; развитие культуры речи, формирование умения аргументировано отстаивать свою точку зрения, отвечать на вопросы слушателей; умение слушать других, задавать вопросы.

Задачи: стимулировать регулярное изучение программного материала, первоисточников; закреплять знания, полученные на уроке и во время самостоятельной работы; обогащать знаниями благодаря выступлениям товарищей и учителя на занятии, корректировать ранее полученные знания.

#### **5.4 Методические указания по самостоятельной работе обучающихся**

Самостоятельная работа обучающегося предполагает различные формы индивидуальной учебной деятельности: конспектирование научной литературы, сбор и анализ практического материала в СМИ, проектирование, выполнение тематических и творческих заданий и пр. Выбор форм и видов самостоятельной работы определяется индивидуально-личностным подходом к обучению совместно преподавателем и обучающимся.

Содержание внеаудиторной самостоятельной работы обучающегося по дисциплине «Численные методы математической физики» включает в себя различные виды деятельности:

- чтение текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы);
- составление плана текста;
- конспектирование текста;
- работа со словарями и справочниками;
- ознакомление с нормативными документами;
- исследовательская работа;
- использование аудио- и видеозаписи;
- работа с электронными информационными ресурсами;
- выполнение тестовых заданий;
- ответы на контрольные вопросы;
- аннотирование, реферирование, рецензирование текста;
- составление глоссария, кроссворда или библиографии по конкретной теме;
- решение вариативных задач и упражнений.

По данной дисциплине по темам курса предлагается выполнить самостоятельные работы, а также индивидуальные задания. Индивидуальные задания выполняются после прохождения тем на практических занятиях, проверяются преподавателем и зачитываются после устранения обучающимся всех ошибок и замечаний. Изучение тем курса для практических занятий, самостоятельной работы, прохождения тестирования и сдачи

зачета рекомендуется проводить в такой последовательности: 1) изучение теоретических фактов выбранной темы (включая определения, формулы и формулировки теорем, следствий и т.п.); 2) разбор примеров в тексте; 3) ответы на контрольные вопросы; 4) практические упражнения; 5) доказательства теорем, вывод формул; 6) теоретические упражнения. Предлагаемая схема носит лишь принципиальный характер, так как при выполнении ее очередного этапа нередко приходится возвращаться к одному или нескольким предшествующим. Возможны и отдельные разумные перестановки.

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

№ п/п	Виды учебной работы	Образовательные технологии	Всего часов
1	2	3	4
<b>Семестр 7</b>			
1	Лабораторная работа №1 Основные понятия теории разностных схем	Самостоятельная работа обучающихся по индивидуальным заданиям лабораторного практикума с ПЭВМ.	<b>2</b>
2	Лабораторная работа №2 Одномерные и многомерные задачи	Самостоятельная работа обучающихся по индивидуальным заданиям лабораторного практикума с ПЭВМ	<b>6</b>
3	Лабораторная работа №3. Прямые и итерационные методы.	Самостоятельная работа обучающихся по индивидуальным заданиям лабораторного практикума с ПЭВМ.	<b>6</b>
<b>Всего часов</b>			<b>14</b>

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 7.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

#### Основная литература

1. Бояршинов, М. Г. Прикладные задачи вычислительной математики и механики : учебное пособие / М. Г. Бояршинов. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 344 с. — ISBN 978-5-4487-0689-9. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/93067.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Корнеев, П. К. Численные методы. Ч.1 : учебное пособие / П. К. Корнеев, Е. О. Тарасенко, А. В. Гладков. — Ставрополь : Северо-Кавказский федеральный университет, 2017. — 145 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92622.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Гильмутдинов, Р. Ф. Численные методы : учебное пособие / Р. Ф. Гильмутдинов, К. Р. Хабибуллина. — Казань : Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2018. — 92 с. — ISBN 978-5-7882-2427-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/95068.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей
4. Войтишек, А. В. Лекции по численным методам Монте-Карло : учебное пособие / А. В. Войтишек. — Новосибирск : Новосибирский государственный университет, 2018. — 315 с. — ISBN 978-5-4437-0812-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/93812.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей
5. Махмутов, М. М. Лекции по численным методам / М. М. Махмутов. — Москва, Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2019. — 237 с. — ISBN 978-5-4344-0688-8. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/91951.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей

#### Дополнительная литература

1. Аверина, Т. А. Верификация численных методов решения систем со случайной структурой : учебное пособие / Т. А. Аверина. — Новосибирск : Новосибирский государственный университет, 2015. — 178 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/93449.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Бояршинов, М. Г. Вычислительные методы алгебры и анализа : учебное пособие / М. Г. Бояршинов. — Саратов : Вузовское образование, 2020. — 225 с. — ISBN 978-5-4487-0687-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/93065.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Семенова, Т. И. Вычислительные модели и алгоритмы решения задач численными методами : учебное пособие / Т. И. Семенова, О. М. Кравченко, В. Н. Шакин. — Москва : Московский технический университет связи и информатики, 2017. — 83 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART :

- [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92423.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей
4. Богун, В. В. Численные методы. Исследование функций вещественного переменного с применением программ для ЭВМ : практикум / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 84 с. — ISBN 978-5-4497-0405-4. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92642.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей
  5. Богун, В. В. Исследование функций вещественного переменного: дистанционные динамические расчетные проекты : учебное пособие / В. В. Богун. — Саратов : Ай Пи Ар Медиа, 2020. — 144 с. — ISBN 978-5-4497-0407-8. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/92635.html> . — Режим доступа: для авторизир. пользователей

## 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

<http://window.edu.ru>- Единое окно доступа к образовательным ресурсам;  
<http://fcior.edu.ru> - Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов;  
<http://elibrary.ru>- Научная электронная библиотека.

## 7.3. Информационные технологии, лицензионное программное обеспечение

Лицензионное программное обеспечение	Реквизиты лицензий/ договоров
Microsoft Azure Dev Tools for Teaching 1. Windows 7, 8, 8.1, 10	Идентификатор подписчика: 1203743421 Срок действия: 30.06.2022  (продление подписки)
MS Office 2003, 2007, 2010, 2013	Сведения об Open Office: 63143487, 63321452, 64026734, 6416302, 64344172, 64394739, 64468661, 64489816, 64537893, 64563149, 64990070, 65615073 Лицензия бессрочная
Антивирус Dr.Web Desktop Security Suite	Лицензионный сертификат Серийный № 8DVG-V96F-H8S7-NRBC Срок действия: с 20.10.2022 до 22.10.2023
Цифровой образовательный ресурс IPRsmart	Лицензионный договор № 9368/22П от 01.07.2022 г. Срок действия: с 01.07.2022 до 01.07.2023

Свободное программное обеспечение:  
WinDjView, Sumatra PDF, 7-Zip

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 8.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий

#### 1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа.

Специализированная мебель:

Кафедра настольная - 1 шт., доска меловая - 1 шт., стулья – 65 шт., парты - 34шт.

Технические средства обучения, служащие для предоставления учебной информации большой аудитории:

Экран на штативе – 1 шт.

Проектор – 1 шт.



Ноутбук – 1 шт.

**2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.**

Специализированная мебель:

Кафедра настольная - 1шт., доска меловая - 1шт., стулья – 65 шт., парты - 34шт.

Технические средства обучения, служащие для предоставления учебной информации большой аудитории:

Экран на штативе – 1 шт.

Проектор – 1 шт.

Ноутбук – 1 шт.

Специализированная мебель:

Кафедра настольная - 1шт., парты - 31шт., стулья - 54шт., доска меловая - 1шт.

Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации:

Проектор – 1 шт.

Экран рулонный настенный – 1 шт.

Ноутбук – 1 шт.

**3. Помещение для самостоятельной работы.**

Отдел обслуживания печатными изданиями

Специализированная мебель: Рабочие столы на 1 место – 21 шт. Стулья – 55 шт. Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации: экран настенный – 1 шт.

Проектор – 1шт. Ноутбук – 1шт.

Информационно-библиографический отдел.

Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место - 6 шт. Стулья - 6 шт.

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «СевКавГА»:

Персональный компьютер – 1шт. Сканер – 1 шт. МФУ – 1 шт. Отдел обслуживания электронными изданиями Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место – 24 шт. Стулья – 24 шт.

Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации:

Интерактивная система - 1 шт. Монитор – 21 шт. Сетевой терминал -18 шт. Персональный компьютер -3 шт. МФУ – 2 шт. Принтер –1шт.

**4. Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.**

Специализированная мебель: Шкаф – 1 шт., стул -2 шт., кресло компьютерное – 2 шт., стол угловой компьютерный – 2 шт., тумбочки с ключом – 2 шт. Учебное пособие (персональный компьютер в комплекте) – 2 шт.

**8.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся**

1. Рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.
2. Рабочие места обучающихся оснащенные компьютером.

**8.3. Требования к специализированному оборудованию - нет**

## **9. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Для обеспечения образования инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается (в случае необходимости) адаптированная образовательная программа, индивидуальный учебный план с учетом особенностей их психофизического развития и состояния здоровья, в частности применяется индивидуальный подход к освоению дисциплины, индивидуальные задания: рефераты, письменные работы и, наоборот, только устные ответы и диалоги, индивидуальные консультации, использование диктофона и других записывающих средств для воспроизведения лекционного и семинарского материала.

В целях обеспечения обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья комплектуется фонд основной учебной литературой, адаптированной к ограничению электронных образовательных ресурсов, доступ к которым организован в БИЦ Академии. В библиотеке проводятся индивидуальные консультации для данной категории пользователей, оказывается помощь в регистрации и использовании сетевых и локальных электронных образовательных ресурсов, предоставляются места в читальном зале.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Численные методы математической физики**

# 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

## Численные методы математической физики

### 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Индекс	Формулировка компетенции
ПК-1	Способен применять современный математический аппарат при решении теоретических задач и при моделировании социальных и экономических процессов

### 2. Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий. Изучение каждого раздела (темы) предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций обучающимися.

Этапность формирования компетенций прямо связана с местом дисциплины в образовательной программе.

Разделы (темы ) дисциплины	Формируемые компетенции (коды)
	ПК-1
1. Основные понятия теории разностных схем	+
2. Методы решения нестационарных краевых задач	+
3. Методы решения стационарных краевых задач	+

**3. Показатели, критерии и средства оценивания компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины**  
**ПК-1 Способен применять современный математический аппарат при решении теоретических задач и при моделировании социальных и экономических процессов**

Индикаторы достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения				Средства оценивания результатов обучения	
	неудовлетв	удовлетв	хорошо	отлично	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
ПК-1.1 Обладает знаниями математических методов в моделировании социальных и экономических процессов	Допускает существенные ошибки в знаниях математических методов в моделировании социальных и экономических процессов	Демонстрирует частичные знания математических методов в моделировании социальных и экономических процессов	Демонстрирует сформированные, но имеющие отдельные пробелы знания математических методов в моделировании социальных и экономических процессов	Демонстрирует знания математических методов в моделировании социальных и экономических процессов	контрольные вопросы, тестирование.	экзамен.
ПК-1.2 Способен собирать, анализировать большие массивы данных для проведения научно – исследовательской работы, компьютерной обработки	Имеет частично освоенное умение собирать, анализировать большие массивы данных для проведения научно – исследовательской работы, компьютерной обработки	Демонстрирует в целом удовлетворительные, но не систематизированные умения собирать, анализировать большие массивы данных для проведения научно – исследовательской работы, компьютерной обработки	Демонстрирует в целом хорошие, но содержащие отдельные пробелы умения собирать, анализировать большие массивы данных для проведения научно – исследовательской работы, компьютерной обработки	Демонстрирует умения собирать, анализировать большие массивы данных для проведения научно – исследовательской работы, компьютерной обработки	контрольные вопросы, тестирование, индивидуальные задания к лабораторным работам	экзамен.
ПК-1.3 Способен моделировать различные задачи прикладного характера, используя научный исследовательский подход	Фрагментарно владеет навыками моделировать различные задачи прикладного характера, используя научный исследовательский подход	Владеет отдельными навыками моделировать различные задачи прикладного характера, используя научный исследовательский подход	Демонстрирует в целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение навыками моделировать различные задачи прикладного характера, используя научный исследовательский подход	Демонстрирует владение навыками моделировать различные задачи прикладного характера, используя научный исследовательский подход	контрольные вопросы, тестирование, индивидуальные задания к лабораторным работам.	экзамен.

## 4. Комплект контрольно-оценочных средств по дисциплине

### Вопросы к экзамену

по дисциплине Численные методы математической физики

1. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка.
2. Квазилинейные уравнения.
3. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка.
4. Приведение дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными к каноническому виду.
5. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными.
6. Канонический вид дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с постоянными коэффициентами с двумя независимыми переменными
7. Понятие о начальных и граничных условиях.
8. Типы граничных условий.
9. Постановка краевых задач для уравнений в частных производных гиперболического типа.
10. Волновое уравнение.
11. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.
12. Метод Фурье решения смешанной задачи для уравнения колебаний струны с однородными граничными условиями.
13. Задача Штурма-Лиувилля.
14. Решение смешанной краевой задачи для неоднородного уравнения колебаний струны. Функция Грина.
15. Постановка задачи Гурса для линейного неоднородного гиперболического уравнения.
16. Уравнение Гельмгольца с постоянными коэффициентами.
17. Уравнение Шредингера одномерного осциллятора.
18. Виды граничных условий.
19. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности.
20. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
21. Метод Фурье решения первой краевой задачи однородными граничными условиями. Математическое обоснование метода.
22. Однородная первая краевая задача для неоднородного уравнения теплопроводности.
23. Общая первая краевая задача для уравнения теплопроводности.
24. Уравнение Лапласа.
25. Гармонические функции.
26. Связь гармонических функций с аналитическими функциями комплексной переменной.
27. Свойства гармонических функций
28. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле, задача Неймана, задача с кривой производной для дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка эллиптического типа.
29. Решение задачи Дирихле в круге для уравнения Лапласа.
30. Формула Пуассона.

### Задачи к экзамену

по дисциплине Численные методы математической физики

1. Привести к канонической форме уравнение вида

$$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + b_1u_x + b_2u_y + cu + f = 0, \text{ где}$$

$a_{12}$	$a_{11}$	$a_{22}$	$b_1$	$b_2$	$c$	$f$
4	3	5	1	0	0	0
1	2	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0

2. Привести к канонической форме уравнение вида

$$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + b_1u_x + b_2u_y + cu + f = 0, \text{ где}$$

$a_{12}$	$a_{11}$	$a_{22}$	$b_1$	$b_2$	$c$	$f$
2	1	1	0	1	1	1
2	3	2	0	1	1	1
2	2	2	0	1	1	1

3. Привести к канонической форме уравнение вида

$$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + b_1u_x + b_2u_y + cu + f = 0, \text{ где}$$

$a_{12}$	$a_{11}$	$a_{22}$	$b_1$	$b_2$	$c$	$f$
3	4	1	1	0	0	0
1	2	3	1	0	0	0
$2\sqrt{2}$	2	4	1	0	0	0

4. Привести к канонической форме уравнение вида

$$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + b_1u_x + b_2u_y + cu + f = 0, \text{ где}$$

$a_{12}$	$a_{11}$	$a_{22}$	$b_1$	$b_2$	$c$	$f$
1	2	0	0	1	1	0
1	3	1	0	1	1	0
$\sqrt{3}$	3	1	0	1	1	0

5. Привести к канонической форме уравнение вида

$$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + b_1u_x + b_2u_y + cu + f = 0, \text{ где}$$

$a_{12}$	$a_{11}$	$a_{22}$	$b_1$	$b_2$	$c$	$f$

2	1	2	1	0	0	0
3	4	3	1	0	0	0
$\sqrt{2}$	1	2	1	0	0	0

6. Привести к канонической форме уравнение вида

$$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + b_1u_x + b_2u_y + cu + f = 0, \text{ где}$$

$a_{12}$	$a_{11}$	$a_{22}$	$b_1$	$b_2$	$c$	$f$
4	2	3	1	1	0	0
2	3	3	1	1	0	0
-1	1	1	1	1	0	0

7. Привести к канонической форме уравнение вида

$$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + b_1u_x + b_2u_y + cu + f = 0, \text{ где}$$

$a_{12}$	$a_{11}$	$a_{22}$	$b_1$	$b_2$	$c$	$f$
5	3	2	1	1	1	0
2	1	5	1	1	1	0
$\sqrt{2}$	2	1	1	1	1	0

8. Привести к канонической форме уравнение вида

$$a_{11}u_{xx} + 2a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + b_1u_x + b_2u_y + cu + f = 0, \text{ где}$$

$a_{12}$	$a_{11}$	$a_{22}$	$b_1$	$b_2$	$c$	$f$
3	1	2	-1	0	0	1
3	4	3	-1	0	0	1
-2	2	2	-1	0	0	1

9. Найти решение задачи

$$u_{tt} = 9u_{xx} + \sin x, \quad u(x, 0) = 1, \quad u_t(x, 0) = 1.$$

10. Найти решение уравнения

$$xU_x + U_y - xU = 0$$

11. Найти уравнение характеристик для дифференциального уравнения

$$U_{xx} - 2U_{xy} - 8U_{yy} = 0$$

12. Найти решение уравнения  $U_{tt} = a^2U_{xx}$  при начальном отклонении  $U(x, 0) =$



$e^{-x}$  и начальной скорости  $U_t(x,0) = 0$

13. Найти решение уравнения  $U_{tt} = 16U_{xx}$  при начальном отклонении  $U(x,0) = \frac{1}{x}$  и начальной скорости  $U_t(x,0) = 0$

14. Найти решение уравнения  $U_{tt} = a^2U_{xx}$  при начальном отклонении  $U(x,0) = x$  и начальной скорости  $U_t(x,0) = 0$

15. Найти решение задачи

$$u_{tt} = 4u_{xx}, \quad u(x,0) = 11 \cos 6\pi x, \quad u_t(x,0) = 0, \quad u(0,t) = u(2,t) = 0.$$

16. Решить задачу Коши для одномерного волнового уравнения  
 $u_{tt} = u_{xx} + 8, \quad u(x,0) = \sin 9\pi x, \quad u_t(x,0) = 0$

17. Решить задачу

$$u_{tt} = 81u_{xx}, \quad u(x,0) = \cos \pi x, \quad u_t(x,0) = 0, \quad u(0,t) = u(5,t) = 0;$$

18. Решить задачу

$$u_{tt} = 9u_{xx} + x, \quad u(x,0) = \cos 6\pi x, \quad u_t(x,0) = 0, \quad u(0,t) = -8, \quad u(2,t) = 2$$

19. Решить задачу

$$u_{tt} = 9u_{xx} + x^2, \quad u_t(x,0) = 12\pi \cos 4\pi x, \quad u(x,0) = 7 - 5x = 0,$$

20. Решить задачу для данного неоднородного уравнения теплопроводности с нулевыми начальным и граничным условиями

$$u(x,0) = u(0,t) = u(\pi,t) = 0$$

$$u_t = \frac{1}{9}u_{xx} + 5 \sin 2t \sin 3x ;$$

21. Решить задачи для данного неоднородного уравнения теплопроводности

$$u_t = \frac{1}{36}u_{xx} + 5 \sin 2t \sin 6x, \quad u(x,0) = \sin 12x + \pi + 3x, \quad u(0,t) = \pi, \quad u(\pi,t) = 4\pi$$

22. Решить задачи для данного неоднородного уравнения теплопроводности

$$u_t = \frac{1}{4}u_{xx} + 5 \cos 2t \sin 2x, \quad u(x,0) = 2 \sin 6x - \pi + 2x,$$

$$u(0,t) = -\pi, \quad u(\pi,t) = \pi.$$

# СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ

Кафедра Математика

20\_ - 20\_ учебный год

Экзаменационный билет № 1

по дисциплине Численные методы математической физики  
для обучающихся по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика  
и информатика

1. Какие дополнительные условия привлекаются для получения однозначного решения уравнений математической физики?

2. Метод граничных элементов

3. Найти решение уравнения  $u_{tt} = 9u_{xx} + \sin x$ ,  $u(x, 0) = 1$ ,  $u_t(x, 0) = 1$ .

Зав. кафедрой «Математика»

Кочкаров А.М.

## Контрольные вопросы

по дисциплине Численные методы математической физики

1. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка.
2. Квазилинейные уравнения.
3. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка.
4. Приведение дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными к каноническому виду.
5. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными.
6. Канонический вид дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с постоянными коэффициентами с двумя независимыми переменными
7. Понятие о начальных и граничных условиях.
8. Типы граничных условий.
9. Постановка краевых задач для уравнений в частных производных гиперболического типа.
10. Волновое уравнение.
11. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера.
12. Метод Фурье решения смешанной задачи для уравнения колебаний струны с однородными граничными условиями.
13. Задача Штурма-Лиувилля.
14. Решение смешанной краевой задачи для неоднородного уравнения колебаний струны. Функция Грина.
15. Постановка задачи Гурса для линейного неоднородного гиперболического уравнения.
16. Уравнение Гельмгольца с постоянными коэффициентами.
17. Уравнение Шредингера одномерного осциллятора.
18. Виды граничных условий.
19. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности.
20. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
21. Метод Фурье решения первой краевой задачи однородными граничными условиями. Математическое обоснование метода.
22. Однородная первая краевая задача для неоднородного уравнения теплопроводности.
23. Общая первая краевая задача для уравнения теплопроводности.
24. Уравнение Лапласа.
25. Гармонические функции.
26. Связь гармонических функций с аналитическими функциями комплексной переменной.
27. Свойства гармонических функций
28. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле, задача Неймана, задача с косою производной для дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка эллиптического типа.
29. Решение задачи Дирихле в круге для уравнения Лапласа.
30. Формула Пуассона.

## Задания для лабораторной работы

по дисциплине «Численные методы математической физики»

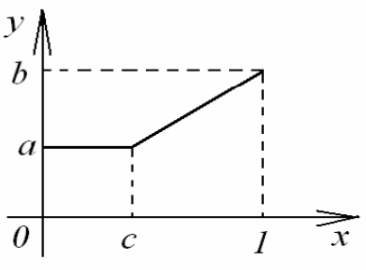
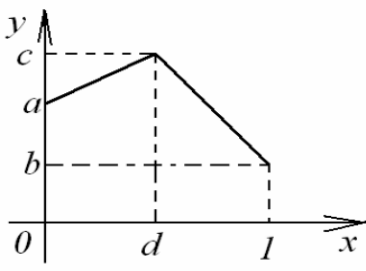
### Лабораторная работа №1. Основные понятия теории разностных схем

Выбрать индивидуальное задание из таблицы по варианту, номер которого совпадает с порядковым номером в групповом журнале. Решите первую краевую задачу для волнового уравнения  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  с начальными  $u(x,0) = f(x)$ ,  $\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x)$ ,  $0 \leq x \leq l$  и нулевыми краевыми условиями  $u(0,t) = u(l,t) = 0$ .

№ варианта	$f(x), g(x)$	$a$	$b$	$c$	$d$	$s$
1		1.0	0.1	1.5	0.1	0.5
2		2.0	0.1	1.6	0.1	0.5
3		3.0	0.2	1.7	0.2	0.6
4		4.0	0.2	1.8	0.2	0.6
5		5.0	0.3	-1.9	0.3	0.7
6		6.0	0.3	-2.0	0.3	0.7
7		7.0	0.4	-2.1	0.4	0.8
8		8.0	0.4	-2.2	0.4	0.8
9		9.0	0.5	-2.3	0.5	0.9
10		10.0	0.5	-2.4	0.5	0.9
11		1.0	0.1	0.5		
12		2.0	0.1	0.7		
13		3.0	0.2	0.4		
14		4.0	0.2	0.6		
15		5.0	0.3	0.7		
16		6.0	0.3	0.9		
17		7.0	0.4	0.6		
18		8.0	0.4	0.8		
19		9.0	0.5	0.9		
20		10.0	0.1	0.9		

### Лабораторная работа № 2. Одномерные и многомерные задачи

Выбрать индивидуальное задание из таблицы по варианту, номер которого совпадает с порядковым номером в групповом журнале. Решите первую краевую задачу для уравнения теплопроводности  $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  с начальными  $u(x,0) = f(x)$ ,  $0 \leq x \leq a$  и граничными условиями  $u(0,t) = f(a)$ ;  $u(l,t) = f(b)$ .

№ варианта	$f(x)$	$a$	$b$	$c$	$d$
1		1.1	3.0	0.1	
2		1.2	3.5	0.1	
3		1.3	4.0	0.2	
4		1.4	4.5	0.3	
5		1.5	5.0	0.4	
6		1.6	5.5	0.5	
7		1.7	6.0	0.6	
8		1.8	6.5	0.7	
9		1.9	7.0	0.8	
10		1.0	8.0	0.9	
11		8.0	3.0	20.0	0.1
12		9.0	4.0	21.0	0.1
13		10.0	5.0	22.0	0.2
14		11.0	6.0	23.0	0.3
15		12.0	7.0	24.0	0.4
16		13.0	8.0	25.0	0.5
17		14.0	9.0	26.0	0.6
18		15.0	10.0	27.0	0.7
19		16.0	11.0	28.0	0.8
20		17.0	12.0	29.0	0.9

Лабораторная работа № 3 Прямые и итерационные методы.

Выбрать индивидуальное задание из таблицы по варианту, номер которого совпадает с порядковым номером в групповом журнале. Найдите решение  $u(x, y)$  задачи Дирихле в квадрате со стороной 1 для уравнения Лапласа с краевыми условиями вида

$$u(0, y) = f_1(y), (0 < y < 1); u(1, y) = f_2(y), (0 < y < 1)$$

$$u(x, 0) = f_3(x), (0 < x < 1); u(x, 1) = f_4(x), (0 < x < 1).$$

№ варианта	$f1(x)$	$f2(x)$	$f3(x)$	$f4(x)$
1	$y^2$	$\cos(y) + (2 - \cos(1))y$	$x^3$	$x+1$
2	$e^y - ey^2$	$y$	$-x^3 + 1$	$x^2$
3	$-y^2 + 1$	$y$	$\sin(x) - (1 + \sin(1))x^3 + 1$	$x$
4	$0$	$y$	$\sin(x) - x^3 \sin(1)$	$x$
5	$e^y + (1 - e)y^2 - 1$	$y$	$0$	$x$
6	$y^2$	$\cos(y) + (3 - \cos(1))y$	$x^3$	$2x+1$
7	$0$	$y$	$\sin(x) - x^3 \sin(1)$	$x^2$
8	$2e^y + (1 + 2e)y^2 - 1$	$-y$	$-x^3 + 1$	$x-2$
9	$-10y^2 - 8y + 6$	$-10y^2 - 30y + 22$	$9x^2 + 7x + 6$	$9x^2 - 15x - 12$
10	$-7y^2 - 5y + 3$	$-7y^2 - 21y + 13$	$6x^2 + 4x + 3$	$6x^2 - 12x - 9$
11	$-6y^2 - 4y + 2$	$-6y^2 - 18y + 10$	$5x^2 + 3x + 2$	$5x^2 - 11x - 8$
12	$-5y^2 - 3y + 1$	$-5y^2 - 15y + 7$	$4x^2 + 2x + 1$	$4x^2 - 24x - 21$
13	$-19y^2 - 17y + 15$	$-19y^2 - 57y + 49$	$18x^2 + 16x + 15$	$18x^2 - 24x - 21$
14	$-2y - 4y^2$	$4 - 12y - 4y^2$	$x + 3x^2$	$-6 - 9x + 3x^2$
15	$1$	$y+1$	$1$	$x+1$
16	$1$	$y+1$	$1$	$x^2+1$
17	$1$	$e^y$	$1$	$e^x$
18	$e^{-y}$	$e^{1-y}$	$e^x$	$e^{x-1}$
19	$-y^3$	$1 - y^3$	$x^2$	$x^2 - 1$
20	$5y - y^2$	$4 - y^2 + 5y$	$x^2 + 3x$	$x^2 + 3x + 4$

## Тестовые вопросы и задания

по дисциплине Численные методы математической физики

№ 1. Решение  $u = u(x)$  дифференциального уравнения в частных производных непрерывное в области его задания вместе со своими частными производными, входящими в это уравнение называется \_\_\_\_\_

№2. Уравнение

$$u_{xx} - 6u_{xy} + 10u_{yy} + u_x - 3u_y = 0$$

является уравнением \_\_\_\_\_

1

№ 3. Функция гармоническая внутри единичного круга и такая, что  $u|_{r=1} = \sin^3 \varphi$  равна

1)  $3 \sin \varphi + r^2 \sin 3\varphi$

2)  $\frac{r}{4} (3 \sin \varphi - r^2 \sin 3\varphi)$

3)  $r(3 \sin 2\varphi - r^2 \sin 3\varphi)$

4)  $3 \sin \varphi - r^2 \sin 3\varphi$

№ 4. Что определяет знак выражения  $a_{12}^2 - a_{11} a_{22}$  для уравнения  $a_{11}u_{xx} + a_{12}u_{xy} + a_{22}u_{yy} + F = 0$

№ 5. Формула

$$u(x, y) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} d\xi$$

называется \_\_\_\_\_

№ 6. Уравнение

$$u u_{xx} + u_{yy} = 0$$

является уравнением

1) гиперболического типа

2) параболического типа

3) эллиптического типа

4) смешанного типа

№ 7. Выражение  $u_{\eta\eta} = \Phi(\xi, \eta, u, u_{\xi}, u_{\eta})$  является канонической формой уравнения

1) гиперболического типа

2) параболического типа

3) эллиптического типа

4) смешанного типа

№ 8. Задача: Найти решение уравнения  $\Delta u = -f(x, y, z)$  с условиями  $u = f$  на  $\Sigma$  называется задачей

- 1) Коши
- 2) Первой краевой задачей
- 3) Гурса
- 4) Второй краевой задачей

№ 9. Задача: Найти решение уравнения  $u_{tt} = a^2 u_{xx} + f(x, t)$  для  $-\infty < x < \infty, t > 0$  с начальными условиями  $\left. \begin{aligned} u(x, 0) &= \varphi(x), \\ u_t(x, 0) &= \psi(t), \end{aligned} \right\}$  при  $-\infty < x < \infty$  называется задачей

- 1) Дирихле
- 2) Коши
- 3) Гурса
- 4) Дарбу

№ 10

Уравнение вида  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$  называется уравнением

- 1) Лапласа
- 2) теплопроводности
- 3) колебания струны
- 4) Трикоми

№ 11

Уравнение вида

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, y)$$

называется уравнением

- 1) Лапласа
- 2) неоднородным уравнением теплопроводности
- 3) неоднородным уравнением колебания струны
- 4) телеграфным

№ 12

Функция

$$G(x, \xi, t) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(\frac{\pi n}{l})^2 a^2 t} \sin \frac{\pi n}{l} x \sin \frac{\pi n}{l} \xi$$

называется функцией \_\_\_\_\_

№ 13

Действительная и мнимая части аналитической функции удовлетворяют уравнению

- 1) Лапласа
- 2) теплопроводности
- 3) колебания струны

4) телеграфному

№ 14

Граничные условия первого рода  $u(0, t) = \mu(t)$  определяют задан \_\_\_\_\_

№ 15

Формула

$$u(x, y) = \frac{\varphi(x + at) + \varphi(x - at)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{x-at}^{x+at} \psi(z) dz$$

называется формулой \_\_\_\_\_

№ 16

Функции  $u$  и  $v$  удовлетворяющие условию Коши-Римана, являются функциями

- 1) температурного влияния
- 2) Фурье
- 3) мультииндекса
- 4) сопряженными гармоническими

№ 17

Выражение

$$u_{\xi\xi} + u_{\eta\eta} = \Phi(\xi, \eta, u, u_{\xi}, u_{\eta})$$

является канонической формой уравнения

- 1) гиперболического типа
- 2) параболического типа
- 3) эллиптического типа
- 4) смешанного типа

№ 18

Обыкновенное дифференциальное уравнение

$$a_{11} dy^2 - 2a_{12} dx dy + a_{22} dx^2 = 0$$

для уравнения

$$a_{11} u_{xx} + a_{12} u_{xy} + a_{22} u_{yy} + F = 0$$

называется уравнением

- 1) Линейным
- 2) Квазилинейным
- 3) Характеристик
- 4) Пуассона

№ 19

Уравнение с частными производными второго порядка вида  $\frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \cdot \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)$ , где  $U$  - неизвестная функция,  $a > 0$  - постоянная - это

- 1) уравнение вынужденных колебаний струны
- 2) уравнение теплопроводности на плоскости
- 3) уравнение свободных колебаний струны
- 4) уравнение теплопроводности в пространстве



№ 20 Краевая задача  $DU = 0$ ,  $\frac{\partial U}{\partial n} \Big|_{\Gamma} = g(S)$ ,  $S \subset \Gamma$  называется

- 1) задачей Штурма-Лиувилля
- 2) третьей краевой задачей
- 3) задачей Неймана
- 4) задачей Дирихле

№ 21. Найти решение уравнения  $U_t = U_{xx}$ ,  $0 < x < 1$ ,  $0 < t < \infty$ , удовлетворяющее граничным условиям  $U(0, t) = U(1, t) = 0$ ,  $0 < t < \infty$ , и начальному условию

$U(x, 0) = \varphi(x)$ ,  $0 \leq x \leq 1$ . Данная задача является

- 1) задачей Пуассона для уравнения теплопроводности
- 2) задачей Штурма-Лиувилля
- 3) второй краевой задачей для уравнения теплопроводности
- 4) первой краевой задачей для уравнения теплопроводности

№ 22. Гиперболический тип имеет уравнение

- 1)  $5U_{xx} + 2U_{xy} - U_{yy} = 0$
- 2)  $3U_{xx} + U_{yy} - U_{xy} = 0$
- 3)  $U_{xx} + U_{yy} = 0$
- 4)  $4U_{xx} - 8U_{xy} + 4U_{yy} = 0$

№ 23

Решение уравнения колебания струны  $U_{tt} = a^2 U_{xx}$  с начальным отклонением  $U(x, 0) = j(x)$  и

начальной скоростью  $U_t(x, 0) = y(x)$  записывается в виде  $U(x, t) = \frac{\varphi(x+at) + \varphi(x-at)}{2} +$

$\frac{1}{2at} \int_{x-at}^{x+at} y(x) dx$ . Тогда решение уравнения  $U_{tt} = a^2 U_{xx}$  при начальном отклонении  $U(x, 0) = x$  и начальной скорости  $U_t(x, 0) = 0$  имеет вид

- 1)  $U(x, t) = x^2 - a^2 t^2$
- 2)  $U(x, t) = x$
- 3)  $U(x, t) = 2x^2 + a^2 t^2$
- 4)  $U(x, t) = t^2$

№ 24

Решение уравнения колебания струны  $U_{tt} = a^2 U_{xx}$  с начальным отклонением  $U(x, 0) = \phi(x)$  и

начальной скоростью  $U_t(x, 0) = y(x)$  записывается в виде  $U(x, t) = \frac{\varphi(x+at) + \varphi(x-at)}{2} +$

$\frac{1}{2ax-at} \int_{x-at}^{x+at} y(x) dx$ . Тогда решение уравнения  $U_{tt} = 16U_{xx}$  при начальном отклонении  $U(x,0) = x$  и начальной скорости  $U_t(x,0) = 0$  имеет вид

$$1) U(x,t) = \frac{x}{x^2 - 4t^2}$$

$$2) U(x,t) = \frac{x}{x^2 - 16t^2}$$

$$3) U(x,t) = \frac{t}{x^2 - 16t^2}$$

$$4) U(x,t) = \frac{1}{8} \ln \left| \frac{x+4t}{x-4t} \right|$$

№ 25

Фундаментальным решением уравнения теплопроводности  $U_t = a^2 U_{xx}$  в области  $\{(x,t) : x \in (-\infty, \infty), t \in (0, \infty)\}$  является функция вида

$$1) f_t(x,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{(x-t)^2}{4t}}$$

$$2) U(x,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4t}} d\xi$$

$$3) U(x,t) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi) e^{-\frac{(x-\xi)^2}{4a^2 t}} d\xi$$

$$4) f_t(x,t) = \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} e^{-\frac{(x-t)^2}{4a^2 t}}$$

№ 26

Решение уравнения колебания струны  $U_{tt} = a^2 U_{xx}$  с начальным отклонением  $U(x,0) = j(x)$  и начальной скоростью  $U_t(x,0) = y(x)$  записывается в виде

$U(x,t) = \frac{\varphi(x+at) + \varphi(x-at)}{2} + \frac{1}{2ax-at} \int_{x-at}^{x+at} y(x) dx$ . Тогда решение уравнения  $U_{tt} = a^2 U_{xx}$  при начальном отклонении  $U(x,0) = e^{-x^2}$  и начальной скорости  $U_t(x,0) = 0$  имеет вид

$$1) U(x,t) = \frac{1}{2} (e^{-(x+at)^2} + e^{-(x-at)^2})$$

$$2) U(x,t) = \frac{1}{2} (e^{-x^2+2at} + e^{-x^2-2at})$$

$$3) U(x,t) = \frac{1}{2}(e^{-(x+at)^2} + e^{-(x-at)^2})$$

$$4) U(x,t) = \frac{1}{2a}(e^{-(x+at)^2} - e^{-(x-at)^2})$$

№ 27

Верны ли утверждения?

А) Задача Коши для уравнения теплопроводности - задача об отыскании решения уравнения теплопроводности, удовлетворяющего начальному условию – заданному распределению температуры

В) Задача Неймана - (вторая краевая задача) для уравнения Лапласа (Пуассона) - задача об отыскании решения уравнения Лапласа (или уравнения Пуассона), удовлетворяющего условию Неймана на границе области

1) А – нет, В – нет

2) А – нет, В - да

3) А – да, В – да

4) А – да, В – нет

№ 28

Метод решения дифференциальных уравнений, который позволяет от одного уравнения перейти к нескольким уравнениям, но с меньшим числом независимых переменных называется методом \_\_\_\_\_

№ 29.

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cos \alpha(t-x) dt$$

Представление функции в виде \_\_\_\_\_ – это \_\_\_\_\_

№ 30

Дополнительные условия, которым должно удовлетворять решение нестационарного уравнения в начальный момент времени, называются \_\_\_\_\_

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания компетенции**

### **5.1 Критерии оценивания качества выполнения лабораторного практикума**

Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если лабораторная работа выполнена правильно и обучающийся ответил на все вопросы, поставленные преподавателем на защите. Оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, если лабораторная работа выполнена не правильно или обучающийся не проявил глубоких теоретических знаний при защите работы

### **5.2 Критерии оценивания качества устного ответа**

Оценка «отлично» выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

Оценка «хорошо» – за твердое знание основного (программного) материала, за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» – за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала.

Оценка «неудовлетворительно» – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в материале, за незнание основных понятий дисциплины.

### **5.3 Критерии оценивания тестирования**

При тестировании все верные ответы берутся за 100%.

90%-100% отлично

75%-90% хорошо

60%-75% удовлетворительно

менее 60% неудовлетворительно

### **5.4 Критерии оценивания результатов освоения дисциплины**

Оценка «отлично» выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, содержащегося в основных и дополнительных рекомендованных литературных источниках, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы, за умение анализировать изучаемые явления в их взаимосвязи и диалектическом развитии, применять теоретические положения при решении практических задач.

Оценка «хорошо» – за твердое знание основного (программного) материала, включая расчеты (при необходимости), за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы, за умение применять теоретические положения для решения практических задач.

Оценка «удовлетворительно» – за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала, за слабое применение теоретических положений при решении практических задач.

Оценка «неудовлетворительно» – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в расчетах, за незнание основных понятий дисциплины.

