

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«СЕВЕРО-КАВКАЗСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ  
АКАДЕМИЯ»

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебной работе \_\_\_\_\_ Г.Ю. Нагорная

« 31 »

03

2021 г.



### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Комплексный анализ

Уровень образовательной программы \_\_\_\_\_ бакалавриат

Направление подготовки \_\_\_\_\_ 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) \_\_\_\_\_ общий

Форма обучения \_\_\_\_\_ очная

Срок освоения ОП \_\_\_\_\_ 4 года

Институт \_\_\_\_\_ Прикладной математики и информационных технологий

Кафедра разработчик РПД \_\_\_\_\_ Математика

Выпускающая кафедра \_\_\_\_\_ Математика

Начальник  
учебно-методического управления

\_\_\_\_\_

Семенова Л.У.

Директор института ПМ и ИТ

\_\_\_\_\_

Тебуев Д.Б.

Заведующий выпускающей кафедрой

\_\_\_\_\_

Кочкаров А.М.

г. Черкесск, 2021г.

## Содержание

<b>1</b>	<b>Цели освоения дисциплины</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Место дисциплины в структуре образовательной программы</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Структура и содержание дисциплины</b>	<b>6</b>
	4.1. Объем дисциплины и виды учебной работы	6
	4.2. Содержание дисциплины	7
	4.2.1. Разделы (темы) дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля	7
	4.2.2. Лекционный курс	8
	4.2.3. Лабораторный практикум	9
	4.2.4. Практические занятия	10
	4.3. Самостоятельная работа обучающегося	11
<b>5</b>	<b>Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине</b>	<b>12</b>
<b>6</b>	<b>Образовательные технологии</b>	<b>15</b>
<b>7</b>	<b>Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины</b>	<b>16</b>
	7.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы	16
	7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	16
	7.3. Информационные технологии, лицензионное программное обеспечение	17
<b>8</b>	<b>Материально-техническое обеспечение дисциплины</b>	<b>17</b>
	8.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий	18
	8.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся:	18
	8.3. Требования к специализированному оборудованию	18
<b>9</b>	<b>Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья</b>	<b>19</b>
	<b>Приложение 1. Фонд оценочных средств</b>	<b>20</b>
	<b>Приложение 2. Аннотация рабочей программы</b>	<b>43</b>
	<b>Рецензия на рабочую программу</b>	<b>44</b>
	<b>Лист переутверждения рабочей программы дисциплины</b>	<b>45</b>

## 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

**Целью освоения дисциплины** "Комплексный анализ" является изучение методов, задач и теорем теории функций комплексного переменного, их применение к решению задач прикладной математики и информатики.

### **Задачи дисциплины:**

- сформировать базовые теоретические понятия основы функций комплексного переменного, основные методы комплексного анализа
- присвоить умения и навыки решения задач теории функций комплексного переменного;
- присвоить навыки понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач комплексного анализа;
- применять теоретические аспекты теории функций комплексного переменного для решения математических, экономических и других прикладных задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

2.1. Дисциплина «Комплексный анализ» относится к обязательной части Блока 1 Дисциплины (модули) и имеет тесную связь с другими дисциплинами.

2.2. В таблице приведены предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций дисциплины в соответствии с матрицей компетенций ОП.

### **Предшествующие и последующие дисциплины, направленные на формирование компетенций**

№ п/п	Предшествующие дисциплины	Последующие дисциплины
1.	Математический анализ	Дифференциальные уравнения
2.		Уравнения математической физики

### 3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Планируемые результаты освоения образовательной программы (ОП) – компетенции обучающихся определяются требованиями стандарта по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика и формируются в соответствии с матрицей компетенций ОП

№ п/п	Номер/индекс компетенции	Наименование компетенции (или ее части)	Индикаторы достижения компетенции
1	2	3	4
1	ОПК-2	Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1. Обладает базовыми знаниями о существующих математических методах и системах программирования ОПК-2.2. Использует и адаптирует существующие математические методы и системы программирования для решения прикладных задач ОПК-2.3. Умеет использовать существующих математические алгоритмы и пакеты прикладных программ для решения прикладных задач

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид учебной работы		Всего часов	Семестры
			№ 4
			Часов
1		2	3
<b>Аудиторная контактная работа (всего)</b>		54	54
В том числе:			
Лекции		36	36
Практические работы		18	18
<b>Контактная внеаудиторная работа, в том числе:</b>		1,7	1,7
Индивидуальные и групповые консультации		1,7	1,7
<b>Самостоятельная работа обучающегося (СРО) (всего)</b>		52	52
<i>Работа с книжными источниками</i>		10	10
<i>Работа с электронными источниками</i>		10	10
<i>Подготовка к практическим занятиям</i>		10	10
<i>Подготовка к контрольной работе</i>		10	10
<i>Работа с электронным портфолио</i>		10	10
<i>Самоподготовка</i>		2	2
<b>Промежуточная аттестация</b>	Зачет (За) <b>в том числе:</b>	За	За
	Прием зачета, час.	0,3	0,3
<b>ИТОГО: Общая трудоемкость</b>	<b>Часов</b>	108	108
	<b>зач. ед.</b>	3	3

## 4.2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.2.1. Разделы (темы) дисциплины, виды учебной деятельности и формы контроля

№ п/п	Наименование раздела (темы) дисциплины	Виды учебной деятельности, включая самостоятельную работу обучающихся (в часах)					Формы текущей и промежуточной аттестации
		Л	ЛР	ПЗ	СРО	Всего	
1	2	3	4	5	6	7	8
<b>Семестр 4</b>							
1.	Раздел 1. Раздел 1. Введение в ТФКП.	6	-	4	12	23	Коллоквиум, контрольные вопросы Тестовый контроль, Контрольная работа
2.	Раздел 2. Функции, аналитические функции.	10	-	4	14	23	Коллоквиум, контрольные вопросы, контрольная работа Тестовый контроль
3.	Раздел 3. Конкретные функции.	10	-	6	16	32	Коллоквиум, контрольные вопросы Тестовый контроль
4.	Раздел 4. Интегрирование и теорема Коши.	10	-	4	10	28	Коллоквиум, контрольные вопросы, контрольная работа Тестовый контроль
5.	Контактная внеаудиторная работа					1,7	индивидуальные и групповые консультации
6.	<b>Промежуточная аттестация</b>					<b>0,3</b>	<b>Зачет</b>
<b>ИТОГО:</b>		<b>36</b>	<b>-</b>	<b>18</b>	<b>52</b>	<b>108</b>	

#### 4.2.2. Лекционный курс

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы лекции	Содержание лекции	Всего часов
1	2	3	4	5
<b>Семестр 4</b>				
1.	Раздел 1. Введение в ТФКП	Тема 1.1 Комплексные числа	Комплексные числа: комплексные числа, комплексная плоскость; модули и аргумент комплексного числа, их свойства. Геометрическая интерпретация. Алгебраическая, тригонометрическая, показательная формы комплексного числа.	<b>6</b>
		Тема 1.2 Действия над комплексными числами	Стереографическая проекция, ее свойства; сфера Римана, расширенная комплексная плоскость. Бесконечно удаленная точка. Топология комплексной плоскости. Числовые последовательности и их пределы, ряды. Множества на плоскости, области и кривые.	
2.	Раздел 2. Функции, аналитические функции	Тема 2.1 Функции на множестве комплексных чисел	Функции комплексного переменного и отображения множеств. Выделение вещественной и мнимой части.	<b>10</b>
		Тема 2.2 Анализ функции комплексного переменного	Предел функции; непрерывность, модуль непрерывности. Предел, непрерывность, равномерная непрерывность функции. Дифференцируемость по комплексному переменному, условие Коши-Римана (Д'Аламбера-Эйлера); аналитическая функция. Дифференцируемость в смысле действительного и комплексного анализа. Правила дифференцирования.	
		Тема 2.3 Свойства аналитических функций	Свойства аналитических функций. Геометрический смысл аргумента и модуля производной; понятие о конформном отображении. Геометрический и гидродинамический смысл комплексной дифференцируемости. Вещественная и мнимая части аналитической функции как сопряженные гармонические функции. Физическая интерпретация (гидродинамическая модель,	

			волновая модель).	
3.	Раздел 3. Конкретные функции	Тема 3.1 Элементарные функции и отображения	Элементарные функции: целая линейная и дробно-линейная функция, их свойства. Общий вид дробно-линейного отображения круга на себя и верхней полуплоскости на круг	<b>10</b>
		Тема 3.2 Критерий устойчивости системы автоматического управления	Элементарные функции: экспонента и логарифм, степень с произвольным показателем; понятие о римановой поверхности. Элементарные функции: тригонометрические и гиперболические функции, их связь. Формула Эйлера. Перенос тождеств	
		Тема 3.3. Многозначные функции комплексного переменного	Многозначные функции. Точки ветвления, ветви многозначной функции. Логарифм (главное значение логарифма), корень $n$ -ой степени. Построение римановой поверхности для $n$ -ой степени $z$ .	
4.	Раздел 4. Интегрирование и теорема Коши.	Тема 4.1. Интегральное исчисление функций комплексного переменного	Интеграл по комплексному переменному. Его простейшие свойства, связь с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода; сведение к интегралу по действительному переменному.	<b>10</b>
		Тема 4.2 Интегральное исчисление функций комплексного переменного	Первообразная функция, формула Ньютона-Лейбница; переход к пределу под знаком интеграла; интегральная теорема Коши. Интегральная теорема Коши для многосвязной области. Интеграл Коши: интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных; теорема Морера и Лиувилля.	



<b>ИТОГО:</b>	<b>36</b>
---------------	-----------

#### 4.2.3 Лабораторный практикум (не предусмотрен учебным планом)

#### 4.2.4 Практические работы

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Наименование темы практической работы	Всего часов
1	2	3	5
<b>Семестр 4</b>			
5.	Раздел 1. Введение в ТФКП.	Комплексные числа, различные формы записи, геометрическая интерпретация. Формула Эйлера. Формула Мавра. Корни из комплексных чисел.	4
		Функция комплексного переменного и отображения множеств. Функции комплексного переменного. Выделение вещественной и мнимой части.	
6.	Раздел 2. Функции, аналитические функции.	Условия Кош-Римана. Аналитические функции.	4
		Вещественная и мнимая части аналитической функции как гармонические функции.	
7.	Раздел 3. Конкретные функции.	Дробно-линейные функции	6
		Элементарные функции комплексного переменного (степенная, показательная, тригонометрические функции).	
		Логарифм, корень n-степени	
8.	Раздел 4. Интегрирование и теорема Коши.	Интегрирование функций комплексного переменного	4
<b>ИТОГО:</b>			<b>18</b>

### 4.3. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

№ п/п	Наименование раздела (темы) дисциплины	№ п/п	Виды СРО	Всего часов
1	2	3	4	5
<b>Семестр 4</b>				
1.	Раздел 1. Введение в ТФКП.	1.1.	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Подготовка к практической работе. Подготовка к коллоквиуму.	<b>12</b>
2.	Раздел 2. Функции, аналитические функции.	2.1.	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Подготовка к практической работе. Подготовка к коллоквиуму.	<b>14</b>
		2.2.	Изучение конспекта лекций для выполнения индивидуальных заданий по практическому занятию. Подготовка к контрольной работе.	
3.	Раздел 3. Конкретные функции.	3.1	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Подготовка к практической работе.	<b>16</b>
		3.2	Изучение конспекта лекций для выполнения индивидуальных заданий по практическому занятию. Подготовка к коллоквиуму.	
4.	Раздел 4. Интегрирование и теорема Коши.	4.1	Проработка лекций - включает чтение конспекта лекций, профессиональной литературы, периодических изданий. Подготовка к практической работе.	<b>10</b>
		4.2	Изучение конспекта лекций для выполнения индивидуальных заданий по практическому занятию. Подготовка к контрольной работе. Подготовка к коллоквиуму.	
<b>ИТОГО:</b>				<b>52</b>

## **5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **5.1. Методические указания для обучающихся к лекционным занятиям**

Какими бы замечательными качествами в области методики ни обладал лектор, какое бы большое значение на занятиях ни уделял лекции слушатель, глубокое понимание материала достигается только путем самостоятельной работы над ним.

Работа над конспектом лекции осуществляется по этапам:

- повторить изученный материал по конспекту;
- непонятные положения отметить на полях и уточнить;
- неоконченные фразы, пропущенные слова и другие недочеты в записях устранить, пользуясь материалами из учебника и других источников;
- завершить техническое оформление конспекта (подчеркивания, выделение главного, выделение разделов, подразделов и т.п.).

Самостоятельную работу следует начинать с доработки конспекта, желательно в тот же день, пока время не стерло содержание лекции из памяти (через 10 ч после лекции в памяти остается не более 30-40 % материала). Работа над конспектом не должна заканчиваться с прослушивания лекции. После лекции, в процессе самостоятельной работы, перед тем, как открыть тетрадь с конспектом, полезно мысленно восстановить в памяти содержание лекции, вспомнив ее структуру, основные положения и выводы.

С целью доработки необходимо прочитать записи, восстановить текст в памяти, а также исправить описки, расшифровать не принятые ранее сокращения, заполнить пропущенные места, понять текст, вникнуть в его смысл. Далее прочитать материал по рекомендуемой литературе, разрешая в ходе чтения, возникшие ранее затруднения, вопросы, а также дополнения и исправляя свои записи. Записи должны быть наглядными, для чего следует применять различные способы выделений. В ходе доработки конспекта углубляются, расширяются и закрепляются знания, а также дополняется, исправляется и совершенствуется конспект. Еще лучше, если вы переработаете конспект, дадите его в новой систематизации записей. Это, несомненно, займет некоторое время, но материал вами будет хорошо проработан, а конспективная запись его приведена в удобный для запоминания вид. Введение заголовков, скобок, обобщающих знаков может значительно повысить качество записи. Этому может служить также подчеркивание отдельных мест конспекта красным карандашом, приведение на полях или на обратной стороне листа краткой схемы конспекта и др.

Подготовленный конспект и рекомендуемая литература используется при подготовке к практическому (семинарскому) занятию. Подготовка сводится к внимательному прочтению учебного материала, к выводу с карандашом в руках всех утверждений и формул, к решению примеров, задач, к ответам на вопросы, предложенные в конце лекции преподавателем или помещенные в рекомендуемой литературе. Примеры, задачи, вопросы по теме являются средством самоконтроля.

Непременным условием глубокого усвоения учебного материала является знание основ, на которых строится изложение материала. Обычно преподаватель напоминает, какой ранее изученный материал и в какой степени требуется подготовить к очередному занятию. Эта рекомендация, как и требование систематической и серьезной работы над всем лекционным курсом, подлежит безусловному выполнению. Потери логической связи как внутри темы, так и между ними приводит к негативным последствиям: материал учебной дисциплины перестает основательно восприниматься, а творческий труд подменяется утомленным переписыванием. Обращение к ранее изученному материалу не только помогает восстановить в памяти известные положения, выводы, но и приводит разрозненные знания в систему, углубляет и расширяет их. Каждый возврат к старому материалу позволяет найти в нем что-то новое, переосмыслить его с иных позиций,

определить для него наиболее подходящее место в уже имеющейся системе знаний. Неоднократное обращение к пройденному материалу является наиболее рациональной формой приобретения и закрепления знаний. Очень полезным, но, к сожалению, еще мало используемым в практике самостоятельной работы, является предварительное ознакомление с учебным материалом. Даже краткое, беглое знакомство с материалом очередной лекции дает многое. обучающиеся получают общее представление о ее содержании и структуре, о главных и второстепенных вопросах, о терминах и определениях. Все это облегчает работу на лекции и делает ее целеустремленной.

**5.2. Методические указания для подготовки обучающихся к лабораторным занятиям.** (*Учебным планом не предусмотрено*)

**5.3. Методические указания для подготовки обучающихся к практическим занятиям**

В процессе подготовки и проведения практических занятий обучающиеся закрепляют полученные ранее теоретические знания, приобретают навыки их практического применения, опыт рациональной организации учебной работы, готовятся к сдаче зачета с оценкой.

Поскольку активность на практических занятиях является предметом внутрисеместрового контроля его продвижения в освоении курса, подготовка к таким занятиям требует ответственного отношения.

При подготовке к занятию в первую очередь должны использовать материал лекций и соответствующих литературных источников. Самоконтроль качества подготовки к каждому занятию осуществляют, проверяя свои знания и отвечая на вопросы для самопроверки по соответствующей теме.

Входной контроль осуществляется преподавателем в виде проверки и актуализации знаний обучающихся по соответствующей теме.

Выходной контроль осуществляется преподавателем проверкой качества и полноты выполнения задания.

Подготовку к практическому занятию каждый обучающийся должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала, а затем изучение обязательной и дополнительной литературы, рекомендованной к данной теме.

Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности обучающегося свободно ответить на теоретические вопросы, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий.

Предлагается следующая опорная схема подготовки к практическим занятиям.

1. Ознакомление с темой практического занятия. Выделение главного (основной темы) и второстепенного (подразделы, частные вопросы темы).

2. Освоение теоретического материала по теме с опорой на лекционный материал, учебник и другие учебные ресурсы. Самопроверка: постановка вопросов, затрагивающих основные термины, определения и положения по теме, и ответы на них.

3. Выполнение практического задания. Обнаружение основных трудностей, их решение с помощью дополнительных интеллектуальных усилий и/или подключения дополнительных источников информации.

4. Решение контрольной работы.

Обучающийся при подготовке к практическому занятию может консультироваться с преподавателем и получать от него наводящие разъяснения, задания для самостоятельной работы.

Дидактические цели практического занятия: углубление, систематизация и закрепление знаний, превращение их в убеждения; проверка знаний; привитие умений и навыков самостоятельной работы с книгой; развитие культуры речи, формирование умения аргументировано отстаивать свою точку зрения, отвечать на вопросы слушателей; умение слушать других, задавать вопросы.

Задачи: стимулировать регулярное изучение программного материала, первоисточников; закреплять знания, полученные на уроке и во время самостоятельной работы; обогащать знаниями благодаря выступлениям товарищей и учителя на занятии, корректировать ранее полученные знания.

Функции практического занятия:

- учебная (углубление, конкретизация, систематизацию знаний, усвоенных во время занятий и в процессе самостоятельной подготовки к семинару);

- развивающая (развитие логического мышления учащихся обучающихся, приобретение ими умений работать с различными литературными источниками, формирование умений и навыков анализа фактов, явлений, проблем и т.д.);

- воспитательная (воспитание ответственности, работоспособности, воспитание культуры общения и мышления, привитие интереса к изучению предмета, формирование потребности рационализации и учебно-познавательной деятельности и организации досуга)

- диагностическая -коррекционную и контролирующую (контроль за качеством усвоения обучающимися учебного материала, выявление пробелов в его усвоении и их преодоления)

- организация самостоятельной работы обучающихся содержит объяснение содержания задачи, методики его выполнения, краткую аннотацию рекомендованных источников информации, предложения по выполнению индивидуальных заданий.

#### **5.4 Методические указания по самостоятельной работе обучающихся**

Самостоятельная работа обучающегося предполагает различные формы индивидуальной учебной деятельности: конспектирование научной литературы, сбор и анализ практического материала в СМИ, проектирование, выполнение тематических и творческих заданий и пр. Выбор форм и видов самостоятельной работы определяется индивидуально-личностным подходом к обучению совместно преподавателем и обучающимся. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Содержаниевнеаудиторнойсамостоятельнойработы обучающихся по дисциплине «Комплексный анализ»включает в себя различные виды деятельности:

- чтение текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы);
- составление плана текста;
- конспектирование текста;
- работа со словарями и справочниками;
- ознакомление с нормативными документами;
- исследовательская работа;
- использование аудио- и видеозаписи;
- работа с электронными информационными ресурсами;
- выполнение тестовых заданий;
- ответы на контрольные вопросы;
- аннотирование, реферирование, рецензирование текста;
- составление глоссария, кроссворда или библиографии по конкретной теме;
- решение вариативных задач и упражнений.

## 6. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

№ п/п	Виды учебной работы	Образовательные технологии	Всего часов
1	3	4	
<b>Семестр 4</b>			
1	Лекция 1.1 Комплексные числа	Технология развития критического мышления	<b>4</b>
2	Лекция 1.2 Действия над комплексными числами	Игровые технологии	<b>4</b>
3	Лекция 2.1 Функции на множестве комплексных чисел	Технология развития критического мышления	<b>2</b>
4	Лекция 2.2 Анализ функции комплексного переменного	Лекция, презентация с использованием PowerPoint.	<b>4</b>
5	Лекция 2.3 Свойства аналитических функций	Лекция, презентация с использованием PowerPoint	<b>4</b>
6	Лекция 3.2 Критерий устойчивости системы автоматического управления	Технология развития критического мышления	<b>2</b>
9	Лекция 3.3. Многозначные функции комплексного переменного	Технология развития критического мышления	<b>2</b>
10	Лекция 4.1. Интегральное исчисление функций комплексного переменного	Технология развития критического мышления	<b>4</b>
11	Лекция 4.2 Интегральное исчисление функций комплексного переменного	Лекция, презентация с использованием PowerPoint	<b>2</b>
<b>Итого</b>			<b>28</b>

## 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 7.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

#### Список основной литературы

1. Каибханов, К. Э. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / К. Э. Каибханов, В. В. Ершов, Е. В. Тетруашвили. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 123 с. — ISBN 978-5-4486-0739-4. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/83816.htm>
2. Синкевич, Г. И. Функции комплексной переменной. Теория и практика : учебник / Г. И. Синкевич. — Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2016. — 184 с. — ISBN 978-5-9227-0595-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/74355.html>
3. Минькова, Р. М. Функции комплексного переменного в примерах и задачах : учебное пособие / Р. М. Минькова. — Екатеринбург : Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 56 с. — ISBN 978-5-7996-1216-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/68509.html>

#### Список дополнительной литературы

1. Гриценко, Л. В. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / Л. В. Гриценко, В. Н. Ефименко, Г. С. Костецкая. — Ростов-на-Дону : Северо-Кавказский филиал Московского технического университета связи и информатики, 2014. — 73 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/61879.html>
2. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 3-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, Лаборатория Базовых Знаний, 2016. — 301 с. — ISBN 978-5-93208-209-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/88998.html>

### 7.2 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

<http://window.edu.ru> – Единое окно доступа к образовательным ресурсам;

<http://fcior.edu.ru> – Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов;

<http://elibrary.ru> – Научная электронная библиотека.

### 7.3. Информационные технологии, лицензионное программное обеспечение

Лицензионное программное обеспечение	Реквизиты лицензий/ договоров
Microsoft Azure Dev Tools for Teaching 1. Windows 7, 8, 8.1, 10 2. Visual Studio 2008, 2010, 2013	Идентификатор подписчика: 1203743421 Срок действия: 30.06.2023 (продление подписки)

5. Visio 2007, 2010, 2013 6. Project 2008, 2010, 2013 7. Access 2007, 2010, 2013 и т. д.	
MS Office 2003, 2007, 2010, 2013	Сведения об OpenOffice: 63143487, 63321452, 64026734, 6416302, 64344172, 64394739, 64468661, 64489816, 64537893, 64563149, 64990070, 65615073 Лицензия бессрочная
Антивирус Dr.Web Desktop Security Suite	Лицензионный сертификат Серийный № JKS4-D2UT-L4CG-S5CN Срок действия: с 11.07.2022 до 11.07.2023
ЭБС IPR SMART	Лицензионный договор № 8117/22 от 01.07.2022 Срок действия: с 01.07.2022 до 11.07.2023

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **8.1. Требования к аудиториям (помещениям, местам) для проведения занятий**

#### **1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа.**

Специализированная мебель:

Кафедра напольная – 1 шт., стул преподавательский мягкий – 1 шт., парты – 18 шт., стулья мягкие – 32 шт., доска меловая – 1 шт.

Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации:

Интерактивная система – 1 шт.

Системный блок – 1 шт.

Проектор – 1 шт.

#### **2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.**

Специализированная мебель:

Кафедра настольная – 1 шт., парты – 15 шт., стулья – 40 шт., доска – 2 шт., стол преподавательский – 2 шт., шкаф книжный с полками – 1 шт., шкаф двухдверный – 1 шт., лаб. стол – 1 шт.

Технические средства обучения, служащие для предоставления учебной информации большой аудитории:

Настенный экран – 1 шт.

Проектор – 1 шт.

Ноутбук – 1 шт.

#### **3. Помещение для самостоятельной работы.**

Отдел обслуживания печатными изданиями. Специализированная мебель: рабочие столы на 1 место – 21 шт., стулья – 55 шт. Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации: экран настенный – 1 шт. Проектор – 1 шт. Ноутбук – 1 шт.



Информационно-библиографический отдел. Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место – 6 шт. Стулья – 6 шт.

Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ФГБОУ ВО «СевКавГА»:

Персональный компьютер – 1 шт. Сканер – 1 шт. МФУ – 1 шт.

Отдел обслуживания электронными изданиями. Специализированная мебель:

Рабочие столы на 1 место – 24 шт. Стулья – 24 шт.

Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, обеспечивающих тематические иллюстрации:

Интерактивная система – 1 шт. Монитор – 21 шт. Сетевой терминал – 18 шт.

Персональный компьютер – 3 шт. МФУ – 2 шт. Принтер – 1 шт.

#### **4. Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования**

Специализированная мебель:

Шкаф – 1 шт., стул – 2 шт., кресло компьютерное – 2 шт., стол угловой компьютерный – 2 шт., тумбочки с ключом – 2 шт. Учебное пособие (персональный компьютер в комплекте) – 2 шт.

#### **8.2. Требования к оборудованию рабочих мест преподавателя и обучающихся**

1. Рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.
2. Рабочие места обучающихся, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде.

#### **8.3. Требования к специализированному оборудованию нет**

## **9. ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Для обеспечения образования инвалидов и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается (в случае необходимости) адаптированная образовательная программа, индивидуальный учебный план с учетом особенностей их психофизического развития и состояния здоровья, в частности применяется индивидуальный подход к освоению дисциплины, индивидуальные задания: рефераты, письменные работы и, наоборот, только устные ответы и диалоги, индивидуальные консультации, использование диктофона и других записывающих средств для воспроизведения лекционного и семинарского материала.

В целях обеспечения обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья комплектуется фонд основной учебной литературой, адаптированной к ограничению электронных образовательных ресурсов, доступ к которым организован в БиЦ Академии. В библиотеке проводятся индивидуальные консультации для данной категории пользователей, оказывается помощь в регистрации и использовании сетевых и локальных электронных образовательных ресурсов, предоставляются места в читальном зале.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

**ПО ДИСЦИПЛИНЕ** Комплексный анализ

---

# 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ Комплексный анализ

Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Индекс	Формулировка компетенции
ОПК-2	Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач

## 2. Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины

Основными этапами формирования указанных компетенций при изучении обучающимися дисциплины являются последовательное изучение содержательно связанных между собой разделов (тем) учебных занятий. Изучение каждого раздела (темы) предполагает овладение обучающимися необходимыми компетенциями. Результат аттестации обучающихся на различных этапах формирования компетенций показывает уровень освоения компетенций обучающимися.

Этапность формирования компетенций прямо связана с местом дисциплины в образовательной программе.

Разделы (темы ) дисциплины	Формируемы компетенции и коды
	ОПК-2
Тема 1.1 Комплексные числа	+
Тема 1.2 Действия над комплексными числами	+
Тема 2.1 Функции на множестве комплексных чисел	+
Тема 2.2 Анализ функции комплексного переменного	+
Тема 2.3 Свойства аналитических функций	+
Тема 3.2 критерий устойчивости системы автоматического управления	+
Тема 3.1 Элементарные функции и отображения	+
Тема 3.2 критерий устойчивости системы автоматического управления	+
Тема 3.3. Мнозначные функции комплексного переменного	+
Тема 4.1. Интегральное исчисление функций комплексного переменного	+
Тема 4.2 Интегральное исчисление функций комплексного переменного	+

### 3. Показатели, критерии и средства оценивания компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины

ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач

Индикаторы достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения				Средства оценивания результатов обучения	
	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
ОПК-2.1. Обладает базовыми знаниями о существующих математических методах и системах программирования	Не обладает базовыми знаниями о существующих математических методах и системах программирования	Частично обладает базовыми знаниями о существующих математических методах и системах программирования	Обладает базовыми знаниями о существующих математических методах и системах программирования	Демонстрирует уверенные знания о существующих математических методах и системах программирования	Коллоквиум, контрольные вопросы, контрольная работа, тестовый контроль	зачет
ОПК-2.2. Использует и адаптирует существующие математические методы и системы программирования для решения прикладных задач	Не использует и не адаптирует существующие математические методы и системы программирования для решения прикладных задач	Частично использует и адаптирует существующие математические методы и системы программирования для решения прикладных задач	Использует и адаптирует существующие математические методы и системы программирования для решения прикладных задач	Уверенно использует и адаптирует существующие математические методы и системы программирования для решения прикладных задач	Коллоквиум, контрольные вопросы, контрольная работа, тестовый контроль	зачет
ОПК-2.3. Умеет использовать существующих математические алгоритмы и пакеты прикладных программ для решения прикладных задач	Не умеет использовать существующих математические алгоритмы и пакеты прикладных программ для решения прикладных задач	Частично умеет использовать существующих математические алгоритмы и пакеты прикладных программ для решения прикладных задач	Умеет использовать существующих математические алгоритмы и пакеты прикладных программ для решения прикладных задач	Уверенно умеет использовать существующих математические алгоритмы и пакеты прикладных программ для решения прикладных задач	Коллоквиум, контрольные вопросы, контрольная работа, тестовый контроль	зачет

## 4. Комплект контрольно-оценочных средств по дисциплине

### Вопросы к зачету

по дисциплине «Комплексный анализ»

1. Комплексные числа: определение, геометрическая интерпретация, операции (сложение, умножение; обратные операции; свойства, геометрическая интерпретация арифметических операций).
2. Модуль, аргумент, главное значение аргумента комплексного числа: определение, формулы для вычислений, геометрическая интерпретация.
3. Комплексные числа: алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел.
4. Формула Эйлера. Формула Муавра. Следствие из формулы Муавра.
5. Сфера Римана. Стереографическая проекция (формулы). Бесконечно удаленная точка. Расширенная комплексная плоскость.
6. Функции комплексного переменного: определение функции, предел и непрерывность функции комплексного переменного.
7. Выделение вещественной и мнимой части функции комплексного переменного. Определение обратной и сложной функции.
8. Элементарные функции комплексного переменного: показательная ( $\exp(z)$ ), тригонометрические функции ( $\sin z$ ,  $\cos z$ ), гиперболические функции ( $\operatorname{sh}(z)$ ,  $\operatorname{ch}(z)$ ). Определения, свойства, основные формулы для указанных элементарных функций комплексного переменного.
9. Функции комплексного переменного:  $z^n, \sqrt[n]{z}$ . Определения, свойства, основные формулы для указанных элементарных функций комплексного переменного. Понятие о Римановой поверхности функции  $\sqrt[n]{z}$ .
10. Функции комплексного переменного:  $\operatorname{Ln} z, \ln z$ . Определения, свойства, основные формулы.
11. Дробно-линейная функция: определение; свойство сохранения ангармонического соотношения.
12. Дробно-линейная функция: представление в виде суперпозиции простейших преобразований.
13. Дробно-линейная функция: групповое и круговое свойство.
14. Дифференцирование функции комплексного переменного: определение производной, правила дифференцирования.
15. Дифференцирование и аналитичность функции комплексного переменного на множестве и в точке.
16. Условия Коши - Римана. Формулы для вычисления производной.
17. Конформные отображения: определение; геометрический смысл модуля и аргумента производной.
18. Аналитические функции, связь с гармоническими: определения аналитической и гармонической функций. Сопряженные гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.
19. Интегрирование по комплексной переменной. Определение интеграла, свойства интеграла. Формулы для вычисления интеграла.
20. Теорема Коши для односвязной области (три формулировки). Теорема Коши для многосвязной области.
21. Интегральная формула Коши.
22. Интегральная формула Коши для вычисления производных высших порядков

аналитической функции.

23. Основные теоремы теории аналитических функций: Теорема о среднем; Принцип максимума модуля.
24. Основные теоремы теории аналитических функций: Теоремы Морера и Лиувилля.

---

### Перечень практических заданий на зачет

---

1. Записать в алгебраической, показательной, тригонометрической формах:

$$z = \left( \frac{i^5 + 2}{i^{19} + 1} \right)^2.$$

2. Дать геометрическое описание множеств:  $|z - 1 + i| < 1$ ;  $-1 \leq \operatorname{Re} z \leq 1$ .
3. Доказать:  $(\cos z)' = -\sin z$
4. Доказать, что условия Коши Римана эквивалентны условию  $\omega_{\bar{z}} = 0$ .
5. Восстановить аналитическую функцию по ее действительной части:

$$u = x^2 - y^2 + 5x + y - \frac{y}{x^2 + y^2}$$

6. Найти дробно-линейное преобразование, переводящее точки

i.  $-1, 1, \infty$  в точки  $0, 1, -1$ .

7. Вычислить  $\int_C \frac{z dz}{\bar{z}}$ , C-граница полукольца, лежащего в верхней полуплоскости (центр в точке  $z=0$ , внутренний и внешний радиусы равны 1 и 2, соответственно).

8. Вычислить  $\int_C \frac{\cos z dz}{z^2(z-2)}$ ,  $C: |z|=1$  с помощью интегральной формулы Коши (для вычисления производных).

## Контрольные вопросы

по дисциплине «Комплексный анализ»

1. Сфера Римана. Бесконечно удаленная точка.
2. Множества на комплексной плоскости: понятие области, линия Жордана.
3. Последовательности и ряды комплексных чисел.
4. Понятие функции комплексной переменной. Предел. Непрерывность.
5. Дифференцирование функций комплексной переменной. Условия Коши-Римана.
6. Свойства аналитических функций.
7. Ряды функций. Равномерная сходимость.
8. Свойства равномерно сходящихся рядов.
9. Степенные ряды. Теорема Абеля.
10. Ряд Тейлора. Нули аналитической функции.
11. Теорема единственности.
12. Продолжение с действительной оси.
13. Продолжение соотношений.
14. Свойства элементарных функций.
15. Интеграл по комплексной переменной.
16. Основные свойства интеграла по комплексной переменной.
17. Теорема Коши.
18. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
19. Вывод формулы Коши. Интеграл Коши.
20. Следствия из формулы Коши.
21. Ряд Лорана. Область сходимости ряда Лорана.
22. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.
23. Классификация изолированных особых точек.
24. Поведение аналитической функции в окрестности устранимой особой точки.
25. Поведение аналитической функции в окрестности полюса.
26. Поведение аналитической функции в окрестности существенно-особой точки.
27. Поведение аналитической функции в окрестности бесконечно удаленной особой точки
28. Вычет аналитической функции в изолированной особой точке.
29. Формулы вычисления вычета.
30. Основная теорема теории вычетов.
31. Вычет аналитической функции в бесконечно удаленной особой точке  
Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов:
32. Интегралы вида  $\int_0^{2\pi} R(\cos\theta, \sin\theta) d\theta$ .
33. Интегралы вида  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ .
34. Определение преобразования Лапласа. Основные свойства.
35. Изображения элементарных функций.
36. Применение преобразования Лапласа для решения ОДУ.



## Вопросы для коллоквиумов

по дисциплине «Комплексный анализ»

1. Сфера Римана. Бесконечно удаленная точка.
2. Множества на комплексной плоскости: понятие области, линия Жордана.
3. Последовательности и ряды комплексных чисел.
4. Понятие функции комплексной переменной. Предел. Непрерывность.
5. Дифференцирование функций комплексной переменной. Условия Коши-Римана.
6. Свойства аналитических функций.
7. Ряды функций. Равномерная сходимость.
8. Свойства равномерно сходящихся рядов.
9. Степенные ряды. Теорема Абеля.
10. Ряд Тейлора. Нули аналитической функции.
11. Теорема единственности.
12. Продолжение с действительной оси.
13. Продолжение соотношений.
14. Свойства элементарных функций.
15. Интеграл по комплексной переменной.
16. Основные свойства интеграла по комплексной переменной.
17. Теорема Коши.
18. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
19. Вывод формулы Коши. Интеграл Коши.
20. Следствия из формулы Коши.

## Контрольная работа

по дисциплине «Комплексный анализ»

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 (КР1) ПО ТЕМЕ «КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА. ДЕЙСТВИЯ С НИМИ» (образец)

1. Выделить действительную и мнимую части:  $z = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3$ .

2. Найти модуль и аргумент:

$$z = -\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}.$$

3. Найти решения системы:

$$\left| \frac{z-12}{z-8i} \right| = \frac{5}{3}$$

$$\left| \frac{z-4}{z-8} \right| = 1$$

4. Вычислить  $\sqrt[4]{-1}$ ,  $\cos \frac{i}{2}$

5. Дать геометрическое описание множеств:  $|z-1+i| < 1$ ;  $-1 \leq \operatorname{Re} z \leq 1$ ;

6. Какие линии заданы уравнением:

$$\operatorname{Re} \frac{1}{z} = \frac{1}{a}, a > 0.$$

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 (КР2) ПО ТЕМЕ «АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ» (образец)

1. Отделить действительную часть от мнимой для функции:  $e^z$

2. Доказать:  $(e^z)' = e^z$ .

3. Найти дробно-линейное преобразование, переводящее точки  $-1, i, 1$  в точки  $-1, 0, 1$ .

4. Восстановить аналитическую функцию по ее действительной части  $u = \ln(x^2 + y^2)$

5. Вычислить  $\int_C \frac{dz}{z}$  ( $C: |z|=R$ ) с помощью интегральной формулы Коши.

**Комплект тестовых вопросов и заданий**  
по дисциплине Комплексный анализ

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Сформулировать условия Коши-Римана для функции $f(z) = u(x; y) + i v(x; y)$ .	
2	Дать определение функции, аналитической в конечной точке $z$ .	
3	Вычислить $\left( \frac{3+i}{3-i} \right)^6$ .	1) $12^6$ ; 2) $-12^6$ ; 3) $12^3$ ; 4) $-12^3$ ; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $z + 2i > 3$ .	1) круг с центром в точке $2i$ и радиусом 3; 2) внешность круга с центром в точке $-2i$ и радиусом 3; 3) внутренность круга с центром в точке $-2i$ и радиусом 3; 4) внешность круга с центром в точке $2i$ и радиусом 3; 5) все точки, лежащие правее точки $-2i$ на расстоянии, большем трех.
5	Какие из следующих множеств являются областями? а) $z \geq 1$ ; б) $z - 2i < 2$ ; в) $\text{Im } z \cdot \text{Re } z < 0$ ; г) $1 < z + 3 < 2$ ; д) $z - 2i = 2$ .	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
6	Вычислить $\cos(5 - i)$ .	1) $\frac{1}{2} \left( e + \frac{1}{e} \right) \cos 5 - \frac{i}{2} \left( e - \frac{1}{e} \right) \sin 5$ ; 2) $\frac{1}{2} \left( e + \frac{1}{e} \right) \sin 5 + \frac{i}{2} \left( e - \frac{1}{e} \right) \cos 5$ ; 3) $\frac{1}{2} \left( e - \frac{1}{e} \right) \cos 5 - \frac{i}{2} \left( e + \frac{1}{e} \right) \sin 5$ ; 4) $\frac{1}{2} \left( e + \frac{1}{e} \right) \cos 5 + \frac{i}{2} \left( e - \frac{1}{e} \right) \sin 5$ ; 5) $\frac{1}{2} \left( e - \frac{1}{e} \right) \sin 5 + \frac{i}{2} \left( e + \frac{1}{e} \right) \cos 5$ .
7	Найти действительную и мнимую части функции $f(z) = z \cdot e^z$ .	1) $\text{Re } f(z) = e^x(x \cos y + y \sin y)$ ; 2) $\text{Re } f(z) = e^x(x \cos y - y \sin y)$ ; 3) $\text{Im } f(z) = e^x(x \sin y - y \cos y)$ ; 4) $\text{Im } f(z) = e^x(x \sin y + y \cos y)$ ; 5) среди ответов 1–4 верного нет.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши–Римана, и, если да, найти $f'(z)$ : $f(z) = -4xy + 5 + 2i(x^2 - y^2 - 3)$ .	1) условия Коши–Римана не выполняются; 2) $f'(z) = -4x - 4iy$ ; 3) $f'(z) = 4y + 4ix$ ; 4) $f'(z) = -4y + 4ix$ ; 5) $f'(z) = 4x - 4iy$ .
9	Найти угол поворота $\alpha$ и коэффициент растяжения $k$ при отображении с помощью аналитической функции $w = 2z^2 + 4iz$ в точке $z = 1$ .	1) $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , $k = 4$ ; 2) $\alpha = \frac{\pi}{4}$ , $k = 4$ ; 3) $\alpha = \frac{\pi}{4}$ , $k = 4\sqrt{2}$ ; 4) $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , $k = 4\sqrt{2}$ ; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной действительной части $\operatorname{Re} f(z) = x^2y - 2x - \frac{y^3}{3}$ и заданному значению $f(0) = 2i$ .	

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
11	Дать определение гармонической функции	
12	Пояснить геометрический смысл $\arg f'(z_0)$ .	
13	Вычислить $\left( \frac{-3+i}{2i} \right)^6$ .	1) $-9$ ; 2) $27$ ; 3) $\frac{9}{2} - i\frac{27}{2}$ ; 4) $-\frac{9}{4} + i\frac{9}{4}$ ; 5) среди ответов верного нет.
14	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $z-i < 2$ .	1) окружность с центром в точке $i$ и радиусом $2$ ; 2) все точки, лежащие между точками $i$ и $2$ ; 3) внутренность круга с центром в точке $i$ и радиусом $2$ ; 4) внешность круга с центром в точке $i$ и радиусом $2$ ; 5) все точки, отстоящие от точки $i$ на расстоянии не более чем $2$ .
15	Какие из следующих множеств являются областями? а) $z < 3$ ; б) $z+1 \geq 2$ ; в) $\text{Im } z \cdot \text{Re } z > 0$ ; г) $2 < z-i < 4$ ; д) $z-3 = 2$ .	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
16	Вычислить $\text{Ln}(1-i)$ .	1) $2 + i\left(2\pi k - \frac{\pi}{4}\right)$ ; 2) $\ln 2 + 2\pi ki$ ; 3) $\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{\pi}{4}i$ ; 4) $\frac{1}{2} \ln 2 + i\left(2\pi k - \frac{\pi}{4}\right)$ ; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
17	Найти действительную и мнимую части функции $f(z) = \cos z$ .	1) $\text{Re } f(z) = \cos x \text{ ch } y$ ; 2) $\text{Re } f(z) = \cos x \text{ sh } y$ ; 3) $\text{Im } f(z) = \sin x \text{ sh } y$ ; 4) $\text{Im } f(z) = -\sin x \text{ sh } y$ ; 5) среди ответов верного нет.
18	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши–Римана, и, если да, найти $f'(z)$ : $f(z) = -6xy - 2y + i(3x^2 - 3y^2 + 2x + 1)$ .	1) условия Коши–Римана не выполняются; 2) $f'(z) = -6x - 2 - 6iy$ ; 3) $f'(z) = 6y - i(6x + 2)$ ; 4) $f'(z) = 6x + 2 + 6iy$ ; 5) $f'(z) = -6y + i(6x + 2)$ .
19	Найти угол поворота $\alpha$ и коэффициент растяжения $k$ при отображении с помощью аналитической функции $w = e^z + z$ в точке $z = \pi i$ .	1) $\alpha = 0, k = 1$ ; 2) $\alpha = \pi, k = 1$ ; 3) $\alpha = 0, k = 0$ ; 4) $\alpha = \pi, k = \frac{1}{2}$ ; 5) $\alpha = \pi, k = 0$ .
20	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной действительной части $\text{Re } f(z) = 6(x^2 + 1) - 6(y^2 - 1)$ и заданному значению $f(0) = 12$ .	

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
21	Дать определение конформного отображения.	
22	Пояснить геометрический смысл модуля производной функции в точке.	
23	Вычислить $\frac{(2+2i)^6}{i}$ .	1) $-8^6$ ; 2) $8^4$ ; 3) $8^2 i$ ; 4) $-8^4 i$ ; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
24	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $1 < z+i < 2$ .	1) внутренность круга с центром в точке $i$ и радиусом 2; 2) внешность круга с центром в точке $-i$ и радиусом 1; 3) кольцо с центром в точке $i$ большого радиуса 2 и малого радиуса 1; 4) все точки, лежащие между точками 1 и 2; 5) кольцо с центром в точке $-i$ большого радиуса 2 и малого радиуса 1.
25	Какие из следующих множеств являются областями? а) $\operatorname{Im} z \leq 0$ ; б) $z+i > 4$ ; в) $1 \leq z+1 < 2$ ; г) $z+2i < 3$ ; д) $z-2i = 1$ .	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
26	Вычислить $\cos(1+5i)$ .	1) $\frac{1}{2}(e^{-5}-e^5)\cos 1 + \frac{i}{2}(e^{-5}-e^5)\sin 1$ ; 2) $\frac{1}{2}(e^{-5}+e^5)\cos 1 - \frac{i}{2}(e^{-5}-e^5)\sin 1$ ; 3) $\frac{1}{2}(e^{-5}+e^5)\cos 1 + \frac{i}{2}(e^{-5}-e^5)\sin 1$ ; 4) $\frac{1}{2}(e^{-5}-e^5)\cos 1 + \frac{i}{2}(e^{-5}+e^5)\sin 1$ ; 5) $\frac{1}{2}(e^{-5}-e^5)\cos 1 - \frac{i}{2}(e^{-5}+e^5)\sin 1$ .
27	Найти действительную и мнимую части функции $f(z) = e^z + z$ .	1) $\operatorname{Re} f(z) = e^x \cos y + x$ ; 2) $\operatorname{Re} f(z) = e^x \sin y + x$ ; 3) $\operatorname{Im} f(z) = e^x \sin y + y$ ; 4) $\operatorname{Im} f(z) = -e^x \sin y + y$ ; 5) среди ответов 1–4 верного нет.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
28	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши-Римана, и, если да, найти $f'(z)$ : $f(z) = \left( \begin{matrix} y^3 \\ x^2 y - 2x - 3 \end{matrix} \right) + i \left( \begin{matrix} x^3 \\ xy^2 - 2y - 3 \end{matrix} \right)$	1) условия Коши-Римана не выполняются; 2) $f'(z) = x^2 - y^2 + i(2xy - 2)$ ; 3) $f'(z) = 2xy - 2 + i(y^2 - x^2)$ ; 4) $f'(z) = -x^2 + y^2 + i(-2xy + 2)$ ; 5) $f'(z) = -2xy + 2 + i(x^2 - y^2)$ .
29	Найти угол поворота $\alpha$ и коэффициент растяжения $k$ при отображении с помощью аналитической функции $w = 2z - z^2 + 3$ в точке $z = i$ .	1) $\alpha = -\frac{\pi}{2}, k = 2$ ; 2) $\alpha = -\frac{\pi}{4}, k = 2$ ; 3) $\alpha = \frac{\pi}{2}, k = -2$ ; 4) $\alpha = \frac{\pi}{4}, k = 2$ ; 5) среди ответов 1-4 верного нет.
30	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной мнимой части $\text{Im } f(z) = xy - 7x^2 + 7y^2 + 1$ и заданному значению $f(0) = 1 + i$ .	

## 5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания компетенции

### 5.1 Критерии оценивания качества устного ответа

Оценка «отлично» выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

Оценка «хорошо» – за твердое знание основного (программного) материала, за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы.

Оценка «удовлетворительно» – за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала.

Оценка «неудовлетворительно» – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в материале, за незнание основных понятий дисциплины.

### 5.2 Критерии оценивания тестирования

При тестировании все верные ответы берутся за 100%.

90%-100% отлично

75%-90% хорошо

60%-75% удовлетворительно

менее 60% неудовлетворительно

### 5.3 Критерии оценивания результатов освоения дисциплины на зачете

Оценка **«зачтено»** выставляется за знание предусмотренного программой материала, содержащегося в основных и дополнительных рекомендованных литературных источниках, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы, за умение анализировать изучаемые явления в их взаимосвязи и диалектическом развитии, применять теоретические положения при решении практических задач.

Оценка **«не зачтено»** – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в расчетах, за незнание основных понятий дисциплины

#### **5.4 Критерии оценивания контрольной работы**

Оценка **«отлично»** выставляется за глубокое знание предусмотренного программой материала, за умение четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

Оценка **«хорошо»** – за твердое знание основного (программного) материала, за грамотные, без существенных неточностей ответы на поставленные вопросы.

Оценка **«удовлетворительно»** – за общее знание только основного материала, за ответы, содержащие неточности или слабо аргументированные, с нарушением последовательности изложения материала.

Оценка **«неудовлетворительно»** – за незнание значительной части программного материала, за существенные ошибки в ответах на вопросы, за неумение ориентироваться в материале, за незнание основных понятий дисциплины.